

РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАГРУЗОЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЫСОКОЭЛАСТИЧНЫХ МУФТ РАЗНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ НЕСООСНЫХ ВАЛАХ

С. А. Корнеев¹, В. С. Корнеев¹, Е. А. Воронов¹,
Д. И. Чернявский¹, Д. А. Романюк²

¹Омский государственный технический университет,
Россия, 644050, г. Омск, пр. Мира, 11

²Федеральный научно-производственный центр «Прогресс»,
Россия, 644018, г. Омск, ул. 5-я Кордная, 4

Изложен феноменологический метод получения определяющих соотношений резинокордного упругого элемента высокоэластичных муфт любой осесимметричной конструкции. В нелинейном приближении первого порядка описан эффект наведенной деформационной анизотропии с учетом влияния температуры. Указаны базовые испытания, необходимые для определения материальных параметров предложенной математической модели.

Ключевые слова: высокоэластичная муфта, нагрузочные характеристики, несоосность валов, деформационная анизотропия, определяющие соотношения.

Введение

В приводах машин и агрегатов для передачи крутящего момента широко и успешно эксплуатируются высокоэластичные муфты разнообразных конструкций с резинокордными упругими элементами. Так, например, в ФНПЦ «Прогресс» выпускается 18 моделей резинокордных элементов (оболочек) торообразного типа, 7 моделей элементов диафрагменного типа, модель Н-327 плоского резинокордного элемента, модель Н-340 резинометаллического упругого элемента для муфты типа РАТО [1]. Многолетний опыт показал, что высокоэластичные муфты долговечны, способны передавать большие крутящие моменты, позволяют компенсировать несоосность соединяемых валов при значительных радиальных, осевых и угловых смещениях, отличаются простотой конструкции и компактностью. Перечисленные достоинства, в частности, делают вполне закономерным расширение области применения резинокордных плоских муфт (РКПМ) конструкции ФНПЦ «Прогресс» (с двумя упругими элементами модели Н-327) с тяговых приводов тепловозов и электровозов на тяговые приводы кораблей морского флота, приводы строительно-дорожных машин, прокатных станков, буровых станков и т.п. В свою очередь, создание линейки конструкций РКПМ и муфт типа РАТО разных типоразмеров требует разработки расчётно-экспериментального метода определения нагрузочных характеристик при произвольной величине монтажных смещений и перекосов соединяемых валов. Указанный расчётно-экспериментальный метод необходим также при проектировании приводов машин и агрегатов с высокоэластичными муфтами вышеперечисленных и любых других конструкций.

Постановка задачи

Сформулируем основные допущения и упрощения, опишем используемые понятия и положения, приведём общие уравнения и соотношения.

Для обеспечения большей наглядности и конкретности, но без ограничения общности построим дальнейшее изложение на примере РКПМ с одним резинокордным элементом (рис. 1). Полу муфты 1, 2 будем считать абсолютно твёрдыми телами, а резинокордный элемент 3 — упругодеформируемым твёрдым телом. Влиянием сил аэродинамического сопротивления и сил инерции упругого элемента можно пренебречь с достаточной для практики точностью. Тогда при установившемся режиме работы муфты напряжённо-деформированное состояние упругого элемента каждый момент времени будет таким же, как если большая полу муфта 1 неподвижна, а малая полу муфта 2 занимает положение статического равновесия, обусловленное несоосностью соединяемых валов при монтаже и закруткой от действия крутящих моментов M'_{nv} , M''_{nv} и характеризуемое вектором поступательного перемещения $u = C_0 C$ вместе с полюсом C и вектором поворота θ вокруг этого полюса C (рис. 1).

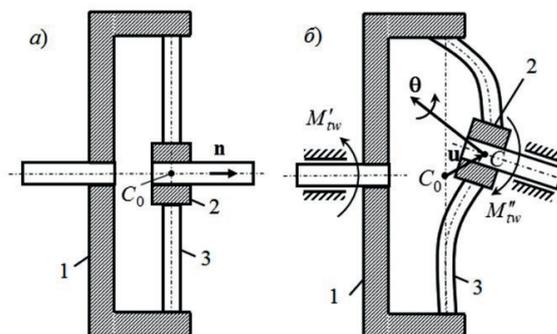


Рис. 1. Резинокордная плоская муфта в начальной (а) и текущей (б) конфигурациях: 1 — большая полу муфта; 2 — малая полу муфта; 3 — упругий элемент

Fig. 1. Rubber-cord flat coupling in the initial (a) and current (b) configurations: 1 — large half-coupling; 2 — a small half-coupling; 3 — elastic element

Обозначим через $\{\mathbf{P}'_v\}, \{\mathbf{P}''_v\}$ системы сил, действующих на упругий элемент со стороны большой и малой полумуфты соответственно. Тогда по уравнениям равновесия упругого элемента будем иметь

$$\mathbf{P}' = -\mathbf{P}'', \mathbf{M}'_{C_0} = -\mathbf{u} \times \mathbf{P}'' - \mathbf{M}''_{C_0}.$$

Здесь $\mathbf{P}', \mathbf{P}''$ — главные векторы систем сил $\{\mathbf{P}'_v\}, \{\mathbf{P}''_v\}$ соответственно; \mathbf{M}'_{C_0} — главный момент системы сил $\{\mathbf{P}'_v\}$ относительно центра C_0 большой полумуфты; \mathbf{M}''_{C_0} — главный момент системы сил $\{\mathbf{P}''_v\}$ относительно центра C малой полумуфты (рис. 1).

Если вектору перемещения \mathbf{u} и вектору поворота $\boldsymbol{\theta}$ придать элементарные приращения $d\mathbf{u}, d\boldsymbol{\theta}$, то тогда внешние силы, приложенные к упругому элементу, совершат работу

$$dA^{\text{ext}} = \mathbf{P}'' \cdot d\mathbf{u} + \mathbf{M}''_{C_0} \cdot d\boldsymbol{\theta}, \quad (1)$$

где $d\boldsymbol{\theta}$ — элементарный вектор поворота малой полумуфты из *текущего* положения, который связан с элементарным приращением $d\boldsymbol{\theta}$ вектора поворота $\boldsymbol{\theta}$ малой полумуфты из *начального* состояния (рис. 1б) соотношениями [2]:

$$d\boldsymbol{\theta} = \mathbf{Z} \cdot d\boldsymbol{\phi}, \quad d\boldsymbol{\phi} = \mathbf{Z}^{-1} \cdot d\boldsymbol{\theta}. \quad (2)$$

Тензор второго ранга $\mathbf{Z} = \mathbf{Z}(\boldsymbol{\theta})$ определяется выражениями

$$\mathbf{Z} = \mathbf{I} - \frac{1}{2} \boldsymbol{\theta} \times \mathbf{I} + \frac{1-g}{|\boldsymbol{\theta}|^2} (\boldsymbol{\theta} \times \mathbf{I})^2, \quad g = \frac{|\boldsymbol{\theta}| \sin|\boldsymbol{\theta}|}{2(1 - \cos|\boldsymbol{\theta}|)}, \quad (3)$$

где \mathbf{I} — единичный тензор. Обратный тензор \mathbf{Z}^{-1} равен [2]

$$\mathbf{Z}^{-1} = \mathbf{I} + \frac{1 - \cos|\boldsymbol{\theta}|}{|\boldsymbol{\theta}|^2} \boldsymbol{\theta} \times \mathbf{I} + \frac{|\boldsymbol{\theta}| - \sin|\boldsymbol{\theta}|}{|\boldsymbol{\theta}|^3} (\boldsymbol{\theta} \times \mathbf{I})^2. \quad (4)$$

Тензор \mathbf{Z} , называемый тензором-интегратором [2], исполняет в (2) роль интегрирующего множителя, переводящего дифференциальную форму $d\boldsymbol{\phi}$ в полный дифференциал $d\boldsymbol{\theta}$. При малых поворотах, когда $|\boldsymbol{\theta}| \ll 1$, тензор $\mathbf{Z} \approx \mathbf{I}$.

На основании (1), (2) получаем

$$dA^{\text{ext}} = \mathbf{P} \cdot d\mathbf{u} + \mathbf{M}_C \cdot d\boldsymbol{\theta}, \quad (5)$$

где

$$\mathbf{M}_C = \mathbf{M}''_{C_0} \cdot \mathbf{Z}^{-1}(\boldsymbol{\theta}), \quad \mathbf{P} = \mathbf{P}' \quad (6)$$

По аналогии с терминологией, принятой в рациональной механике сплошных сред [3, 4], векторы $\mathbf{M}''_{C_0}, \mathbf{P}''$ будем называть *истинным главным моментом* и *истинным главным вектором*, а векторы \mathbf{M}_C, \mathbf{P} — *приведённым главным моментом* и *приведённым главным вектором* соответственно.

По объединённому уравнению первого и второго начал термодинамики [4, 5]

$$dU = dA^{\text{ext}} + TdS, \quad (7)$$

где U — внутренняя энергия, T — абсолютная температура, S — энтропия упругого элемента. Подставив (5) в уравнение (7) и воспользовавшись преобразованием Лежандра $TdS = d(TS) - SdT$, придём к уравнению

$$dF = \mathbf{P} \cdot d\mathbf{u} + \mathbf{M}_C \cdot d\boldsymbol{\theta} - SdT \quad (8)$$

для свободной энергии (потенциала Гельмгольца) $F = U - TS$. Исходя из (8), зависимость приведённого главного вектора \mathbf{P} , приведённого главного момента \mathbf{M}_C и энтропии S от вектора перемещения \mathbf{u} , вектора поворота $\boldsymbol{\theta}$ и абсолютной температуры T определяется формулами

$$\mathbf{P} = \left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{u}} \right)_{\boldsymbol{\theta}, T}, \quad \mathbf{M}_C = \left(\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right)_{\mathbf{u}, T}, \quad S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_{\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}}. \quad (10)$$

Таким образом, задачей дальнейшего теоретического исследования является установление общей зависимости для потенциала Гельмгольца и получение с его помощью определяющих соотношений (10).

Теория

В выбранной системе отсчёта (рис. 1) свободная энергия упругого элемента является функцией вида

$$F = \Phi(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{n}, T). \quad (11)$$

Векторный аргумент \mathbf{n} отражает в (11) трансверсальную изотропию резинокордного упругого элемента в целом, свойства которого в начальном положении остаются неизменными при любом повороте вокруг собственной оси с направляющим ортом \mathbf{n} (рис. 1а). В любой другой системе отсчёта, обозначаемой звёздочкой, должно выполняться аналогичное соотношение:

$$F^* = \Phi(\mathbf{u}^*, \boldsymbol{\theta}^*, \mathbf{n}^*, T^*). \quad (12)$$

Данное положение зафиксировано в принципе объективности (принципе объективности поведения материала, принципе материальной независимости от системы отсчёта, принципе материальной индифферентности и т.п.), широко используемом в рациональной механике сплошных сред при установлении связи между напряжениями и деформациями [3, 4, 6].

При замене системы отсчёта входящие в (12) физические величины преобразуются следующим образом [3, 4, 6, 7]:

$$F^* = F, \quad \mathbf{u}^* = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{u}, \quad \boldsymbol{\theta}^* = \mathbf{Q} \cdot \boldsymbol{\theta}, \quad \mathbf{n}^* = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{n}, \quad T^* = T. \quad (13)$$

Здесь \mathbf{Q} — ортогональный тензор, характеризующий взаимный поворот обеих систем отсчёта относительно друг друга.

На основании (11) — (13) можно записать цепочку равенств

$$F^* = \Phi(\mathbf{u}^*, \boldsymbol{\theta}^*, \mathbf{n}^*, T^*) = \Phi(\mathbf{Q} \cdot \mathbf{u}, \mathbf{Q} \cdot \boldsymbol{\theta}, \mathbf{Q} \cdot \mathbf{n}, T) = F = \Phi(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{n}, T).$$

Иными словами, функция (11) является изотропной скалярной функцией [8]:

$$\Phi(\mathbf{Q} \cdot \mathbf{u}, \mathbf{Q} \cdot \boldsymbol{\theta}, \mathbf{Q} \cdot \mathbf{n}, T) = \Phi(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{n}, T). \quad (14)$$

По теореме об изотропных скалярных функциях [8] (см. также [4]) зависимость (11) удовлетворяет (14) тогда и только тогда, когда

$$F = \Phi(\mathbf{u}^2, \boldsymbol{\theta}^2, \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\theta}, \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}, \boldsymbol{\theta} \cdot \mathbf{n}, T). \quad (15)$$

Если ввести обозначения для инвариантов

$$q_1 = \mathbf{u}^2, q_2 = \boldsymbol{\theta}^2, q_3 = \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\theta}, q_4 = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}, q_5 = \boldsymbol{\theta} \cdot \mathbf{n}, \quad (16)$$

то наряду с (15) можно использовать компактную запись $F = \Phi(q, T)$.

После установления общей зависимости для потенциала Гельмгольца (15) можно получить определяющие соотношения упругого элемента (10).

Согласно (10), (15), (16) определяющие соотношения для приведённого главного вектора и приведённого главного момента в общем случае имеют вид

$$\mathbf{P} = \sum_{i=1}^5 \left(\frac{\partial F}{\partial q_i} \right)_T \left(\frac{\partial q_i}{\partial \mathbf{u}} \right)_{\boldsymbol{\theta}} = 2\varphi_1(q, T)\mathbf{u} + \varphi_3(q, T)\boldsymbol{\theta} + \varphi_4(q, T)\mathbf{n}, \quad (17)$$

$$\mathbf{M}_C = \sum_{i=1}^5 \left(\frac{\partial F}{\partial q_i} \right)_T \left(\frac{\partial q_i}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right)_{\mathbf{u}} = 2\varphi_2(q, T)\boldsymbol{\theta} + \varphi_3(q, T)\mathbf{u} + \varphi_5(q, T)\mathbf{n}. \quad (18)$$

Здесь введено обозначение

$$\varphi_i(q, T) = \partial F(q, T) / \partial q_i. \quad (19)$$

Очевидно, что

$$\left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial q_j} \right)_T = \left(\frac{\partial \varphi_j}{\partial q_i} \right)_T. \quad (20)$$

В приближении первого порядка (по инвариантам q_i)

$$\varphi_i(q, T) = \lambda_i(T) + \sum_{j=1}^5 \mu_{ij}(T)q_j, \quad (21)$$

причём в силу требования (20) $\mu_{ij}(T) = \mu_{ji}(T)$. Подставив (21) в (19), интегрированием по инвариантам q_i получаем

$$F(q, T) = \sum_{i=1}^5 \lambda_i(T)q_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^5 \mu_{ij}(T)q_iq_j + F_0(T), \quad (22)$$

где $F_0 \equiv F(q=0, T)$ — значение свободной энергии упругого элемента в недеформированном состоянии, когда $\mathbf{u} = 0, \boldsymbol{\theta} = 0$ в соответствии с (16). Подстановка (22) в третье соотношение (10) приводит к следующему выражению для энтропии упругого элемента:

$$S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_{\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}} = - \sum_{i=1}^5 \lambda'_i(T)q_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^5 \mu'_{ij}(T)q_iq_j - F'_0(T). \quad (23)$$

Здесь штрихом обозначена производная по температуре.

С другой стороны, величина

$$C = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}} \quad (24)$$

представляет собой теплоёмкость упругого элемента [4, 5], которую с достаточной для практики точностью можно считать постоянной величиной (в рабочем диапазоне температур и деформаций высокоэластичной муфты). Из (23), (24) вытекает равенство

$$\frac{C}{T} + F''_0(T) = - \sum_{i=1}^5 \lambda''_i(T)q_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^5 \mu''_{ij}(T)q_iq_j,$$

которое при любых значениях инвариантов q_i может быть выполнено, если равны нулю вторые про-

изводные по температуре: $\lambda''_i(T) = 0, \mu''_{ij}(T) = 0$. Последнее означает, что температурная зависимость коэффициентов $\lambda_i(T), \mu_{ij}(T)$ является линейной:

$$\lambda_i(T) = \lambda_i^\phi + \lambda'_i(T - T_0), \mu_{ij}(T) = \mu_{ij}^\phi + \mu'_{ij}(T - T_0). \quad (25)$$

Здесь T_0 — фиксированная температура (например, комнатная). Константы $\lambda_i^\phi, \lambda'_i, \mu_{ij}^\phi, \mu'_{ij}$ находятся из опытных данных, получаемых в условиях изотермических испытаний для некоторых двух температур.

Результаты базовых испытаний по определению материальных параметров в приближении первого порядка

Уточним минимальное число базовых испытаний, достаточных для нахождения материальных параметров в (25). С этой целью воспользуемся системой координат, у которой ось z (с направляющим ортом \mathbf{e}_z) совпадает с осью вращения, а оси x, y (с направляющими ортами $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$) лежат в плоскости симметрии недеформированного упругого элемента (рис. 1а).

Простейшими являются изотермические испытания на чистое кручение, изгиб, осевое и радиальное смещение. В данных испытаниях соответственно

$$\mathbf{u} = 0, \boldsymbol{\theta} = \theta_z \mathbf{e}_z, \mathbf{P}'' = 0, \mathbf{M}''_C = M''_z \mathbf{e}_z; \quad (26)$$

$$\mathbf{u} = 0, \boldsymbol{\theta} = \theta_x \mathbf{e}_x, \mathbf{P}'' = 0, \mathbf{M}''_C = M''_x \mathbf{e}_x; \quad (27)$$

$$\mathbf{u} = u_z \mathbf{e}_z, \boldsymbol{\theta} = 0, \mathbf{P}'' = P''_z \mathbf{e}_z, \mathbf{M}''_C = 0; \quad (28)$$

$$\mathbf{u} = u_x \mathbf{e}_x, \boldsymbol{\theta} = 0, \mathbf{P}'' = P''_x \mathbf{e}_x, \mathbf{M}''_C = 0. \quad (29)$$

Подставляя поочерёдно (26)–(29) в соотношения (17), (18) и учитывая при этом формулы (4), (6), (16), (21), можно установить, во-первых, что матрицы коэффициентов λ_i, μ_{ij} имеют структуру

$$[\lambda_i] = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, [\mu_{ij}] = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \mu_{12} & \mu_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_{55} \end{bmatrix}, \quad (30)$$

и, во-вторых, получить четыре уравнения

$$M''_z(\theta_z) = (2\lambda_2 + \mu_{55})\theta_z + 2\mu_{22}\theta_z^3, \quad (31)$$

$$M''_x(\theta_x) = 2\lambda_2\theta_x + 2\mu_{22}\theta_x^3, \quad (32)$$

$$P''_z(u_z) = (2\lambda_1 + \mu_{44})u_z + 2\mu_{11}u_z^3, \quad (33)$$

$$P''_x(u_x) = 2\lambda_1u_x + 2\mu_{11}u_x^3, \quad (34)$$

которые служат для определения численных значений коэффициентов λ_1, λ_2 и $\mu_{11}, \mu_{22}, \mu_{44}, \mu_{55}$ по экспериментально установленным нагрузочным характеристиками на чистое кручение $M''_z(\theta_z)$, на чистый изгиб $M''_x(\theta_x)$, на осевое смещение $P''_z(u_z)$, на радиальное смещение $P''_x(u_x)$. Неопределёнными остаются лишь два коэффициента μ_{33} и μ_{12} (при температуре испытаний).

Чтобы найти коэффициент μ_{33} , в условиях проведения испытаний должен быть отличным от нуля инвариант $q_3 = \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\theta}$. Данному требованию отвечает

одновременное испытание на кручение и осевое смещение:

$$\mathbf{u} = u_z \mathbf{e}_z, \quad \boldsymbol{\theta} = \theta_z \mathbf{e}_z, \quad \mathbf{P}'' = P_z'' \mathbf{e}_z, \quad \mathbf{M}''_C = M_z'' \mathbf{e}_z.$$

В рассматриваемом испытании получаются уравнения

$$M_z''(u_z, \theta_z) = [(2\lambda_2 + \mu_{55})\theta_z + 2\mu_{22}\theta_z^3] + (2\mu_{12} + \mu_{33})u_z^2\theta_z, \quad (35)$$

$$P_z''(u_z, \theta_z) = [(2\lambda_1 + \mu_{44})u_z + 2\mu_{11}u_z^3] + (2\mu_{12} + \mu_{33})u_z\theta_z^2, \quad (36)$$

по которым удаётся найти лишь суммарное значение неопределённых коэффициентов $2\mu_{12} + \mu_{33}$. Первые слагаемые в квадратных скобках правых частей (35), (36) представляют собой нагрузочные характеристики при испытаниях на чистое кручение (31) и осевое смещение (33). Поправка, вносимая в (35), (36) суммарным коэффициентом $2\mu_{12} + \mu_{33}$, имеет третий порядок, что сопоставимо с порядком поправок к основным линейным членам в (31), (33). Поэтому пренебречь вкладом суммарного коэффициента $2\mu_{12} + \mu_{33}$ можно только при достаточно малых значениях u_z, θ_z .

Чтобы напрямую найти коэффициент μ_{12} , следует провести испытание на изгиб и радиальное смещение в одной плоскости:

$$\mathbf{u} = u_x \mathbf{e}_x, \quad \boldsymbol{\theta} = \theta_y \mathbf{e}_y, \quad \mathbf{P}'' = P_x'' \mathbf{e}_x, \quad \mathbf{M}''_C = M_y'' \mathbf{e}_y.$$

В условиях данного испытания получаются уравнения

$$M_y''(u_x, \theta_y) = [2\lambda_2\theta_y + 2\mu_{22}\theta_y^3] + \mu_{12}u_x^2\theta_y, \quad (37)$$

$$P_x''(u_x, \theta_y) = [2\lambda_1u_x + 2\mu_{11}u_x^3] + \mu_{12}u_x\theta_y^2, \quad (38)$$

по которым устанавливается коэффициент μ_{12} . После этого можно найти значение коэффициента μ_{33} по суммарному значению $2\mu_{12} + \mu_{33}$, определяемому на основании (35), (36). Нетрудно заметить, что первые слагаемые в квадратных скобках правых частей (37), (38) являются нагрузочными характеристиками в испытаниях на чистый изгиб (32) и радиальное смещение (34). Поправка, вносимая в (37), (38) коэффициентом μ_{12} , имеет третий порядок, как и поправки к линейным членам в (32), (34).

Обсуждение результатов

После определения материальных параметров (30) по экспериментальным данным, получаемым по описанной методике для двух разных температур, по формулам (17), (18) в приближении первого порядка (21), конкретизируемом выражениями инвариантов (16), получаются следующие определяющие соотношения для приведённого главного вектора \mathbf{P} и приведённого главного момента \mathbf{M}_C упругого элемента высокоэластичной муфты:

$$\mathbf{P} = 2(\lambda_1 + \mu_{11}\mathbf{u}^2 + \mu_{12}\boldsymbol{\theta}^2)\mathbf{u} + \mu_{33}(\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\theta} + \mu_{44}(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}, \quad (39)$$

$$\mathbf{M}_C = 2(\lambda_2 + \mu_{12}\mathbf{u}^2 + \mu_{22}\boldsymbol{\theta}^2)\boldsymbol{\theta} + \mu_{33}(\boldsymbol{\theta} \cdot \mathbf{u})\mathbf{u} + \mu_{55}(\boldsymbol{\theta} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}. \quad (40)$$

Соотношения (39), (40) можно представить в эквивалентном виде:

$$\mathbf{P} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\theta}, \quad \mathbf{M}_C = \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{u} + \boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\theta}, \quad (41)$$

где (\otimes — знак диадного произведения векторов)

$$\mathbf{K} = 2(\lambda_1 + \mu_{11}\mathbf{u}^2)\mathbf{I} + \mu_{44}\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}, \quad (42)$$

$$\boldsymbol{\Omega} = 2(\lambda_2 + \mu_{22}\boldsymbol{\theta}^2)\mathbf{I} + \mu_{55}\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}, \quad (43)$$

$$\mathbf{C} = 2\mu_{12}\mathbf{u} \otimes \boldsymbol{\theta} + \mu_{33}\boldsymbol{\theta} \otimes \mathbf{u}. \quad (44)$$

По примеру [9] тензоры второго ранга (42)–(44) можно называть *трансляционным*, *ротационным* и *смешанным тензорами* соответственно. Согласно формулам (25) тензоры \mathbf{K} , $\boldsymbol{\Omega}$, \mathbf{C} зависят от температуры T через коэффициенты (30). В линейном приближении по вектору смещения \mathbf{u} и вектору поворота $\boldsymbol{\theta}$ тензоры (42)–(44) имеют вид

$$\mathbf{K} = 2\lambda_1\mathbf{I} + \mu_{44}\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}, \quad \boldsymbol{\Omega} = 2\lambda_2\mathbf{I} + \mu_{55}\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}, \quad \mathbf{C} = 0 \quad (45)$$

и содержат только четыре материальных параметра из девяти параметров (30), соответствующих нелинейному приближению первого порядка (21).

Определяющие соотношения (41) при постоянных значениях тензоров (45) описывают нагрузочные характеристики упругого элемента без учёта взаимного влияния смещения \mathbf{u} и поворота $\boldsymbol{\theta}$. Как показывает опыт [10], данное приближение является довольно грубым. Так, например, силовая характеристика упругого элемента РКПМ при осевом смещении существенно зависит от величины приложенного крутящего момента (рис. 2).

Напротив, определяющие соотношения (41) при значениях (42)–(44) позволяют описывать отмеченный эффект наведённой (деформационной) анизотропии упругого элемента высокоэластичной муфты, благодаря тому, что сопряжённый тензор \mathbf{C} отличен от нуля.

Выводы и заключение

Разработанный расчётно-экспериментальный метод позволяет строить нагрузочные (моментные и силовые) характеристики высокоэластичных муфт разной конструкции с учётом несоосности валов, имеющей место в приводах машин. В линейном приближении для калибровки (определения материальных параметров) расчётных уравнений требуются данные двух простейших испытаний: на чистое кручение, на осевое смещение (при нулевом крутящем моменте). При необходимости учёта нелинейных эффектов наведённой деформационной анизотропии следует использовать более точное

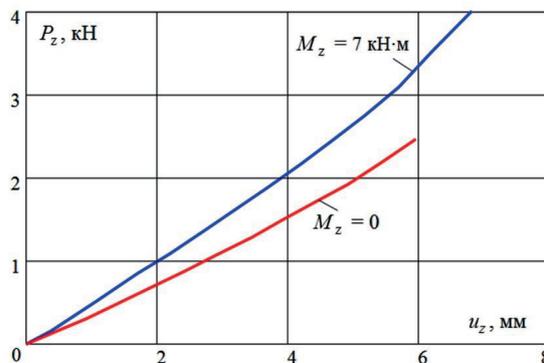


Рис. 2. Силовая характеристика упругого элемента резинокордной плоской муфты: испытания на осевое смещение при постоянном крутящем моменте
Fig. 2. Power characteristic of an elastic element of a rubber-cord flat coupling: tests for axial displacement at a constant torque

нелинейное приближение с привлечением современных методов рациональной механики сплошных сред; принципа объективности и теоремы об изотропных функциях. В последнем случае для калибровки математической модели требуются данные испытаний с одновременным смещением и поворотом полумуфта.

Список источников

1. Резинокордные оболочки для высокоэластичных муфт: каталог. URL: <http://www.progress-omsk.ru/constructor.php?act=group2> (дата обращения: 13.03.2017).
2. Жилин П. А. Теоретическая механика. Фундаментальные законы механики: моногр. СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003. 340 с. ISBN 5-7422-0465-5.
3. Truesdell C. A First Course in Rational Continuum Mechanics. Maryland: The Johns Hopkins University, Baltimore, 1972. 592 p.
4. Корнеев С. А. Понятия и основы локально-неравновесной термодинамики сплошной среды: моногр. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2009. 284 с.
5. Kubo R. Thermodynamics, an advanced course with problems and solutions. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1968. 304 p.
6. Astarita G., Marrucci G. Principles of Non-Newtonian Fluid Mechanics. London: McGraw-Hill, 1974. 309 p.
7. Noll W. Euclidean geometry and Minkowskian chronometry // Amer. Math. Monthly. 1964. № 71. P. 129–144.
8. Wang C.-C. A New Representation Theorem for Isotropic Functions // Arch. Rat. Mech. Anal. 1970. Vol. 36, № 3. P. 198–223.
9. Happel J., Brenner H. Low Reynolds number hydrodynamics with special applications to particulate media. Prentice-Hall, 1965. 630 p.
10. Динамическая нагруженность и надежность работы муфты тягового привода электровозов ЭП1М и ЭП10: отчет о НИР (заключ.) / ОАО Науч.-исследоват. и конструкторско-технолог. ин-т подвижного состава (ОАО «ВНИКТИ»); рук. Березин В. В.; исполн.: Соколов Ю. Н. [и др.]. Коломна, 2009. 82 с. № И–01–09.

КОРНЕЕВ Сергей Александрович, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры «Основы теории механики и автоматического управления» Омского государственного технического университета (ОмГТУ).

КОРНЕЕВ Владимир Сергеевич, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Основы теории механики и автоматического управления» ОмГТУ.

ВОРОНОВ Евгений Александрович, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры «Основы теории механики и автоматического управления» ОмГТУ.

ЧЕРНЯВСКИЙ Дмитрий Иванович, доктор технических наук, доцент (Россия), заведующий кафедрой «Менеджмент» ОмГТУ.

РОМАНЮК Дмитрий Анатольевич, ведущий инженер-конструктор Федерального научно-производственного центра «Прогресс», г. Омск.

Адрес для переписки: korneyev@omgtu.ru, korsa_home@mail.ru

Для цитирования

Корнеев С. А., Корнеев В. С., Воронов Е. А., Чернявский Д. И., Романюк Д. А. Расчётно-экспериментальный метод определения нагрузочных характеристик высокоэластичных муфт разных конструкций при несоосных валах // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2017. Т. 1, № 1. С. 44–49.

Статья поступила в редакцию 07.07.2017 г.

© С. А. Корнеев, В. С. Корнеев, Е. А. Воронов, Д. И. Чернявский, Д. А. Романюк

CALCULATION-EXPERIMENTAL METHOD FOR DETERMINING LOAD CHARACTERISTICS OF HIGHLY ELASTIC COUPLINGS OF DIFFERENT DESIGNS FOR NON-AXIAL SHAFTS

S. A. Korneyev¹, V. S. Korneyev¹, E. A. Voronov¹,
D. I. Cherniavsky¹, D. A. Romanyuk²

¹Omsk State Technical University,
Russia, Omsk, Mira Ave., 11, 644050

²Federal Research and Production Center «Progress»,
Russia, Omsk, 5 Kordnaya St., 4, 644018

The paper presents a phenomenological method for design of rubber-cord elastic element elastomeric coupling of any rotationally symmetric design. In the nonlinear approximation of the first order, the effect of the induced deformation anisotropy with allowance for the influence of temperature is described. The basic tests necessary for determining the material parameters of the proposed mathematical model are indicated.

Keywords: highly elastic coupling, load characteristics, shaft misalignment, deformation anisotropy, constitutive relations.

References

1. Rezinokordnyye obolochki dlya vysokoelastichnykh muft: katalog [Rubber-cord shells for highly elastic couplings: catalog]. URL: <http://www.progress-omsk.ru/constructor.php?act=group2> (accessed 07.07.2017). (In Russ.).
2. Zhilin P. A. Teoreticheskaya mekhanika. Fundamental'nyye zakony mekhaniki. [Theoretical mechanics. Fundamental laws of mechanics.]. Saint-Petersburg: SPbSPU Publ., 2003. 340 p. ISBN 5-7422-0465-5. (In Russ.).
3. Truesdell C. A First Course in Rational Continuum Mechanics. Maryland: The Johns Hopkins University, Baltimore, 1972. 592 p. (In Engl.).
4. Korneyev S. A. Ponyatiya i osnovy lokal'no-neravnovesnoy termodinamiki sploshnoy sredy [Concepts and foundations of locally nonequilibrium thermodynamics of a continuous environment]. Omsk: OmSTU Publ., 2009. 284 p. (In Russ.).
5. Kubo R. Thermodynamics, an advanced course with problems and solutions. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1968. 304 p. (In Engl.).
6. Astarita G., Marrucci G. Principles of Non-Newtonian Fluid Mechanics. London: McGraw-Hill, 1974. 309 p. (In Engl.).
7. Noll W. Euclidean geometry and Minkowskian chronometry // Amer. Math. Monthly. 1964. № 71. P. 129–144. (In Engl.).
8. Wang C.-C. A New Representation Theorem for Isotropic Functions // Arch. Rat. Mech. Anal. 1970. Vol. 36, no. 3. P. 198–223. (In Engl.).
9. Happel J., Brenner H. Low Reynolds number hydrodynamics with special applications to particulate media. Prentice-Hall, 1965. 630 p. (In Engl.).
10. Dinamicheskaya nagruzhennost' i nadezhnost' raboty mufty tyagovogo privoda elektrovozov EP1M i EP10 [Dynamic loading and reliable operation of the clutch of traction drive EP1M and EP10 electric locomotives]. Kolonna, 2009. 82 p. No. 1–01–09. (In Russ.).

KORNEYEV Sergey Aleksandrovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of Foundations of Theory of Mechanics and Automatic Control Department, Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk.

KORNEYEV Vladimir Sergeevich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Foundations of Theory of Mechanics and Automatic Control Department, OmSTU, Omsk.

VORONOV Evgeniy Aleksandrovich, Doctor of Technical Sciences, Professor of Foundations of Theory of Mechanics and Automatic Control Department, OmSTU, Omsk.

CHERNYAVSKIY Dmitriy Ivanovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Management Department, OmSTU, Omsk.

ROMANYUK Dmitriy Anatol'yevich, Leading Engineer-designer, Federal Research and Production Center «Progress».

Address for correspondence: korneyev@omgtu.ru,
korsa_home@mail.ru

For citations

Korneyev S. A., Korneyev V. S., Voronov E. A., Cherniavskiy D. I., Romanyuk D. A. Calculation-experimental method for determining load characteristics of highly elastic couplings of different designs for non-axial shafts // Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering. 2017. Vol. 1, no. 1. P. 44–49.

Received 06 July 2017.

© S. A. Korneyev, V. S. Korneyev, E. A. Voronov,
D. I. Cherniavskiy, D. A. Romanyuk