

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ МАСС-ИНЕРЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

К. Л. Панчук¹, Д. С. Корчагин², И. В. Крысова¹

¹Омский государственный технический университет,
Россия, 644050, г. Омск, пр. Мира, 11

²Омский научно-исследовательский институт приборостроения,
Россия, 644009, г. Омск, ул. Масленникова, 231

Определена зависимость элементов тензора инерции от площади сечения, ограниченного образующей динамической поверхностью. Также определена их зависимость от площади динамических параметров, характеризующих поток рабочего вещества, таких как расход потока, средняя по сечению потока скорость, мощность потока в сечении и др. Исследования показали, что тензор инерции содержит геометрическую информацию об образующей и может быть применен для формообразования каналовой поверхности в соответствии с динамическими параметрами рабочего вещества. Получена геометрическая модель формообразования динамической поверхности, основанная на применении масс-инерционных характеристик ее образующих линий. Проведенные исследования позволяют достигать наиболее оптимального сочетания режимных (динамических) характеристик транспортируемого динамической поверхностью рабочего вещества и конструктивных характеристик этой поверхности.

Ключевые слова: динамическая поверхность, масс-инерционные характеристики, направляющая линия, момент инерции, эллипсоид инерции, каркас поверхности.

Введение

Среди множества сложных технических поверхностей по функциональному назначению выделяются так называемые «динамические» поверхности [1, 2], которые взаимодействуют с рабочей средой, в качестве которой могут выступать газы, жидкости или сыпучие материалы. Это накладывает при конструировании на поверхности определенные технические условия, связанные с обеспечением минимума потерь при движении рабочей среды. Ведущая роль среди «динамических» поверхностей принадлежит каналовым поверхностям [1], обеспечивающим подвод рабочих веществ (жидкостей, газов) к агрегатам машин и отвод отработанных веществ.

Обзор и анализ известных методов формообразования каналовых поверхностей [1, 3–12] позволяют сделать следующие выводы:

1. Исходными данными для формообразования каналовых поверхностей являются: направляющая линия (ось канала), начальное и конечное сечения (образующие) проектируемой поверхности, график изменения площадей сечений, требования по выполнению гладкости конструируемой поверхности.

2. Поскольку между величиной площади и геометрической формой плоского контура в общем случае нет взаимно однозначного соответствия, то при решении задачи формообразования каналовой поверхности форма промежуточных сечений и их положение корректируются для выполнения условия гладкости и закона изменения площадей. Дополнительная коррекция является основным недостатком существующих методов формообразования каналовых поверхностей.

3. Очевидна неизученность взаимного влияния геометрии направляющей линии и геометрии образующих дискретного каркаса.

Постановка задачи

Из проведенного анализа существующих методов можно сделать вывод о том, что в большинстве случаев формообразование поверхностей выполняется по заданному каркасу образующих линий и по заданной направляющей линии. Назовем такую задачу формообразования поверхности прямой задачей. Формообразование же поверхностей по каркасу образующих без задания направляющей, но с последующим ее определением, в принципе, не рассматривалось. Назовем соответствующую этому случаю задачу обратной.

В прямой задаче взаимосвязь (привязка) направляющей линии и образующих, как правило, устанавливалась геометрически посредством прохождения ее через центры масс образующих, при этом положение плоскостей образующих либо определялось геометрией направляющей линии, т.е. зависело от нее, либо не определялось. Отмеченная геометрическая взаимосвязь направляющей и образующих при проектировании каналовой поверхности со сложной пространственной осью (например, в задаче телесной трассировки [13]) недостаточна для обеспечения высокого порядка гладкости поверхности. В задаче формообразования поверхности по каркасу пространственных образующих (возможность задания таких образующих указана в работе [14]) привязка направляющей линии к образующим становится еще менее определенной. Логичным является выявление новых зависимостей между направляющей и образующими с целью обеспечения возможности управления формой направляющей линии через образующие и установления однозначной привязки направляющей линии к образующим любой формы. Выявление и использование новых закономерностей и зависимостей [15, 16] позволило бы перейти к решению обратной задачи.

При рассмотрении линий с позиции динамики твердого тела, к которому с допущениями по однородности и плотности можно отнести геометрическую фигуру, обнаруживаются неиспользованные ранее резервы — это масс-инерционные характеристики линий: осевые и центробежные моменты инерции линий. Рассматривая понятия центра масс и моментов инерции применительно к линиям, дадим их определение по отношению к линиям. Центром масс тела называется геометрическая точка, положение которой задается радиус-вектором по известной формуле [17]:

$$\bar{r}_c = \frac{\int \bar{r} dm}{M},$$

где $M = \int \bar{r} dm$ — масса тела. В случае тела в виде тонкой проволоки $dm = \rho_l dl$, имеем $M = \rho_l l$, где ρ_l — линейная плотность, dl — длина элемента проволоки, l — длина проволоки [17]. Представляя линию как тонкую проволоку с линейной плотностью равной единице, придем к выражению радиус-вектора центра масс линии

$$\bar{r}_c = \frac{\int \bar{r} dl}{l}.$$

В этом случае центр масс линии характеризует распределение точек вдоль линии относительно начала координат, в которых рассматривается радиус-вектор. Очевидно, что центр масс для любой линии, будь то плоская или пространственная, разомкнутая или замкнутая, определяется однозначно при условии задания уравнения линии. Это обстоятельство обуславливает выбор именно этой точки, связанной с линией, а не какой-либо другой точки, принадлежащей линии. Вместе с этим выбор центра масс образующей в качестве параметра проектируемой поверхности в случае, когда поверхность направляет рабочую среду, обуславливается ее связью с физической стороной функционального назначения поверхности [1, с. 132], при которой средняя линия тока среды проходит через центр масс.

Моменты инерции тела относительно декартовых осей координат вычисляются следующим образом [18]:

$$J_x = \int_m (y^2 + z^2) dm, J_y = \int_m (x^2 + z^2) dm, J_z = \int_m (x^2 + y^2) dm,$$

где m — масса, x, y, z — координаты элементарной частицы тела с массой.

Центробежные моменты инерции тела по отношению к осям декартовой системы координат $Oxuz$ вычисляются так [18]:

$$J_{xy} = \int_m yz dm, J_{xz} = \int_m xz dm, J_{yz} = \int_m xy dm.$$

Представляя тело в виде тонкой проволоки с массой частицы $dm = \rho_l dl$ и принимая линейную плотность равной единице, приходим к выражениям осевых и центробежных моментов инерции для линии:

$$J_x = \int_l (y^2 + z^2) dl, J_y = \int_l (x^2 + z^2) dl, J_z = \int_l (x^2 + y^2) dl,$$

$$J_{xy} = \int_l yz dl, J_{xz} = \int_l xz dl, J_{yz} = \int_l xy dl.$$

Осевые и центробежные моменты инерции задают тензор инерции [17], описываемый уравнением

$$J = \begin{pmatrix} J_x & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{yx} & J_y & -J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_z \end{pmatrix}.$$

Кроме осевых и центробежных моментов инерции необходимо рассматривать их геометрический образ — эллипсоид инерции [17]

$$J_x x^2 + J_y y^2 + J_z z^2 - 2J_{xy} xy - 2J_{xz} xz - 2J_{yz} yz = 1.$$

По аналогии с материальной линией в виде тонкой проволоки примем, что геометрические линии обладают условной плотностью, постоянной по длине. Тогда, используя условную плотность при вычислении моментов инерции и изменяя значения плотности, получаем возможность варьирования значениями моментов инерции, что необходимо для получения параметрической модели формообразования.

Важной сопутствующей задачей на этапе проектирования поверхности является приведение в соответствие геометрической формы транспортирующего технического изделия, полученной на основе масс-инерционных характеристик ее элементов и динамических характеристик рабочего вещества, транспортируемого или приводимого в рабочее состояние этой формой. Решение этой задачи возможно через установление соответствия между масс-инерционными характеристиками и площадями поперечных сечений в модели поверхности, поскольку площади сечений задействованы во многих уравнениях гидравлики, аэро- и газодинамики. При этом площади выступают связующим звеном между параметрами, характеризующими поток рабочего вещества [1]. Так, например, расход потока Q и средняя по сечению потока скорость V определяются выражениями [19]:

$$Q = \int_S u dS, \quad V = \frac{1}{S} \int_S u dS,$$

где S — площадь живого сечения потока; dS — живое сечение элементарной струйки; u — скорость потока через сечение dS .

Решение обратной задачи формообразования полностью увязывает образование направляющей с каркасом образующих на основе геометрической масс-инерционной модели поверхности. Эта модель включает в себя закон образования поверхности, учитывающий взаимосвязи геометрической формы и положения линий каркаса проектируемой поверхности с их масс-инерционными характеристиками, такими как центры масс, осевые и центробежные моменты инерции линий и их сечений.

Геометрическое моделирование направляющей линии на основе масс-инерционных характеристик образующих линий

Рассмотрим алгоритм формирования исходных данных для конструирования направляющей линии, положенный в основу модели формообразования и конструирования направляющей линии на основе

масс-инерционных характеристик линий каркаса образуемой поверхности на примере одной образующей. Этот алгоритм применяется для каждой из заданных образующих линий каркаса. В общем случае образующие могут представлять собой пространственные (замкнутые или незамкнутые) кривые линии, заданные в базовой декартовой системе координат $Oxyz$ уравнениями в параметрическом виде $x=x(t)$, $y=y(t)$, $z=z(t)$, $t_{min} \leq t \leq t_{max}$, либо дискретными наборами точек.

По аналогии с физическими телами примем, что линии обладают условной плотностью, и будем считать эту плотность для каждой линии вдоль всей ее длины величиной постоянной $\rho = const$, откуда следует, что центр масс линии будет представлять точку, положение которой характеризует распределение точек кривой по ее длине. Тогда координаты центра масс O' образующей будут определяться из известных уравнений [20]:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \rho \frac{1}{L} \int x dL = \rho \frac{1}{L} \int x \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} dt, \\ \bar{y} &= \rho \frac{1}{L} \int y dL = \rho \frac{1}{L} \int y \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} dt, \\ \bar{z} &= \rho \frac{1}{L} \int z dL = \rho \frac{1}{L} \int z \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} dt, \end{aligned} \quad (1)$$

где $L = \int_{t_{min}}^{t_{max}} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} dt$ – длина образующей.

Следующим шагом после определения центра масс образующей будет переход от базовой системы координат к локальной системе, совмещенной с центром масс образующей. Этот переход осуществляется путем параллельного переноса осей координат системы $Oxyz$ из точки O в точку O' (центр масс образующей). В результате переноса получим уравнения $x' = x'(t)$, $y' = y'(t)$, $z' = z'(t)$, определяющие образующую в системе координат $O'x'y'z'$.

Обратимся к эллипсоиду инерции образующей относительно центра масс O' , являющемуся центральным эллипсоидом инерции образующей. Эта поверхность второго порядка характеризует распределение моментов инерции образующей линии относительно различных осей, проходящих через ее центр масс. Оси эллипсоида инерции (его сопряженные диаметры) называются главными осями инерции и эти оси взаимно перпендикулярны [17]. Последнее обстоятельство положим в основу определения расположения трехгранников для проектируемой направляющей линии в базовой системе координат.

Для получения уравнения эллипсоида инерции образующей в общем виде

$$\begin{aligned} J_{x'x'}x'^2 + J_{y'y'}y'^2 + J_{z'z'}z'^2 - 2J_{x'y'}x'y' - \\ - 2J_{x'z'}x'z' - 2J_{y'z'}y'z' = 1, \end{aligned} \quad (2)$$

необходимо определить компоненты тензора инерции или матрицы, которая является матрицей квадратичной формы уравнения поверхности второго порядка

$$J = \begin{pmatrix} J_{x'} & -J_{x'y'} & -J_{x'z'} \\ -J_{y'x'} & J_{y'} & -J_{y'z'} \\ -J_{z'x'} & -J_{z'y'} & J_{z'} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где $J_{x'}$, $J_{y'}$, $J_{z'}$ – осевые моменты инерции относительно осей $O'x'$, $O'y'$, $O'z'$ соответственно; $J_{x'y'}$, $J_{x'z'}$, $J_{y'z'}$ – центробежные моменты инерции относительно системы координат $O'x'y'z'$.

Осевые моменты инерции $J_{x'}$, $J_{y'}$, $J_{z'}$ будут определяться из уравнений:

$$\begin{aligned} J_{x'} &= \rho \int (y'^2 + z'^2) \sqrt{\left(\frac{dx'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz'}{dt}\right)^2} dt, \\ J_{y'} &= \rho \int (z'^2 + x'^2) \sqrt{\left(\frac{dx'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz'}{dt}\right)^2} dt, \\ J_{z'} &= \rho \int (x'^2 + y'^2) \sqrt{\left(\frac{dx'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz'}{dt}\right)^2} dt, \end{aligned} \quad (4)$$

а центробежные моменты инерции будут определяться из уравнений:

$$\begin{aligned} J_{x'y'} &= \rho \int (x' \cdot y') \sqrt{\left(\frac{dx'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz'}{dt}\right)^2} dt, \\ J_{y'z'} &= \rho \int (y' \cdot z') \sqrt{\left(\frac{dx'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz'}{dt}\right)^2} dt, \\ J_{x'z'} &= \rho \int (x' \cdot z') \sqrt{\left(\frac{dx'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz'}{dt}\right)^2} dt. \end{aligned} \quad (5)$$

С целью извлечения геометрической информации о величине и направлении полуосей эллипсоида инерции осуществим переход от уравнения эллипсоида в общем виде к его каноническому уравнению. Вычисление параметров канонического уравнения эллипсоида будем производить через инварианты I_1 , I_2 , I_3 , I_4 [20], являющимися функциями от коэффициентов многочлена (2).

Определив I_1 , I_2 , I_3 , I_4 и решив характеристическое уравнение:

$$\lambda^3 - I_1 \cdot \lambda^2 + I_2 \cdot \lambda - I_3 = 0, \quad (6)$$

получим коэффициенты $|\lambda_1| \leq |\lambda_2| \leq |\lambda_3|$, с помощью которых вычислим полуоси эллипсоида:

$$a = \sqrt{-\frac{I_4}{\lambda_1 \cdot I_3}}, \quad b = \sqrt{-\frac{I_4}{\lambda_2 \cdot I_3}}, \quad c = \sqrt{-\frac{I_4}{\lambda_3 \cdot I_3}}. \quad (7)$$

В результате получим каноническое уравнение центрального эллипсоида инерции в канонической системе координат $O'x''y''z''$:

$$\frac{x''^2}{a^2} + \frac{y''^2}{b^2} + \frac{z''^2}{c^2} = 1 \quad (8)$$

После этого принимаем направления осей центральных эллипсоидов инерции в качестве локальных осей систем координат образующих.

Ось с выберем в качестве вектора касательной $\vec{\tau}$ направляющей линии в центре масс O' образующей так, чтобы он был обращен в сторону следующей образующей. Таким образом, с помощью центрального эллипсоида инерции для отдельно взятой образующей получается присущая только ей система координат в центре масс кривой и одна из осей этой системы координат совпадает с касательной проектируемой направляющей линии. Определяем вначале центры масс и касательные в них, связанные, соответственно, с каждой из заданных образующих. Затем, используя алгоритмы интерполяции, осуществляем переход от дискретного набора полученных геометрических характеристик, несущих в себе информацию о проектируемой кривой, к непрерывной пространственной кривой — направляющей линии. На рис. 1 представлен пример каркаса из образующих l_1, l_2, l_3 , задающий обвод поверхности и указаны вычисленные центральные эллипсоиды инерции в центрах масс O'_1, O'_2, O'_3 образующих.

На рис. 2 представлена направляющая линия m обвода поверхности, полученная с помощью предложенной геометрической модели по каркасу из образующих l_1, l_2, l_3 .

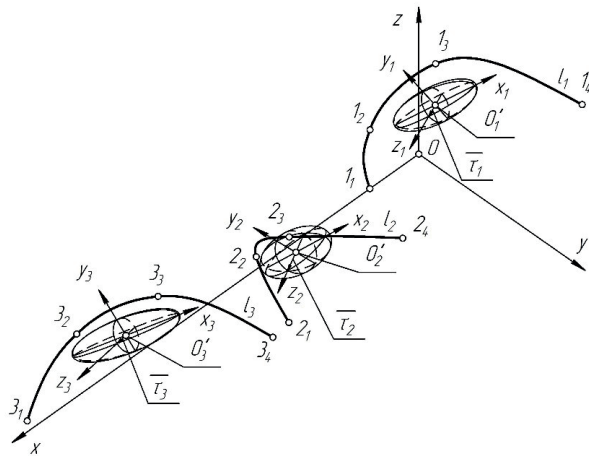


Рис. 1. Каркас из образующих с центральными эллипсоидами инерции в центрах масс
Fig. 1. The frame of generators with central ellipsoids of inertia in the centers of mass

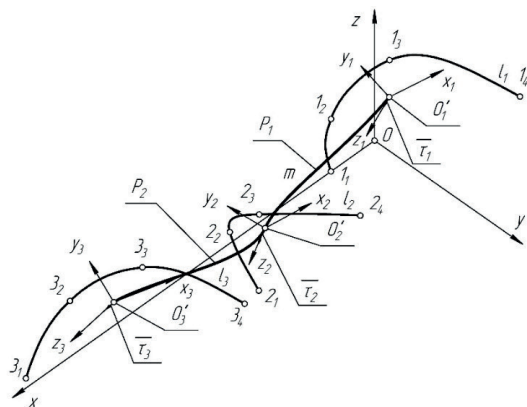


Рис. 2. Направляющая линия m , образованная по масс-инерционным характеристикам образующих
Fig. 2. The guide line m , formed by the mass-inertial characteristics of the generators

Изменяя условную плотность ρ линии в уравнениях (4), (5) для расчета моментов инерции образующих, получаем возможность управлять формой направляющей линии за счет того, что плотность через эллипсоид инерции (2), (8) влияет на величину модуля вектора касательной $\vec{\tau}$ направляющей линии. Геометрически условная плотность ρ выполняет роль параметра управления формой направляющей линии.

Геометрическое моделирование канальной поверхности на основе масс-инерционных характеристик образующих линий

Рассмотрим теперь модель образования канальной поверхности, заданной каркасом в виде набора конечного числа образующих. В модели поверхность получается в виде непрерывно образуемых отрезков, включающих заданную дискретную последовательность образующих каркаса. Под отрезком канальной поверхности будем понимать часть проектируемой канальной поверхности, ограниченной смежными образующими заданного дискретного каркаса.

Известно, что уравнения, описывающие неустановившиеся движения жидкости по каналам, получены с учетом влияния геометрии канала на это движение [19]. При этом в качестве факторов, определяющих геометрию канала, учитываются площадь поперечного сечения, определяемая его формой, а также продольная форма канала, образуемая законом изменения формы поперечного сечения при его перемещении вдоль оси. Поэтому в рассматриваемой модели учитывается закон непрерывного изменения площади сечения канала, называемый графиком изменения площадей [6].

Моделирование включает в себя два базовых этапа. На первом этапе по заданному каркасу проектируется направляющая линия и определяются ее орты касательной, нормали и бинормали. На втором этапе, на основе моментов инерции, определяются коэффициенты параметрических уравнений, описывающие форму образующих непрерывного каркаса поверхности, и далее с помощью ортов направляющей линии определяется положение этих образующих в пространстве.

В качестве линий каркаса будем рассматривать плоские замкнутые осесимметричные кривые, произвольным образом ориентированные в пространстве относительно базовой системы координат $Oxyz$. Пусть для примера линиями каркаса будут эллипсы с уравнениями в параметрическом виде

$$x_n = A_n \cos \omega, \quad y_n = B_n \sin \omega, \quad (9)$$

где A_n, B_n — полуоси эллипсов, $0 \leq \omega \leq 2\pi$ — параметр.

Условимся, что расположение образующих l проектируемой поверхности задано в базовой системе координат $Oxyz$ с помощью матриц поворота $T(\theta_n), T(\varphi_n), T(\psi_n)$ относительно осей координат Ox, Oy, Oz на углы $\theta_n, \varphi_n, \psi_n$ соответственно и матриц перемещения относительно центра базовой системы координат $Oxyz$ [21]:

$$T(\theta_n) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_n & \sin \theta_n & 0 \\ 0 & -\sin \theta_n & \cos \theta_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$T(\varphi_n) = \begin{bmatrix} \cos \varphi_n & 0 & -\sin \varphi_n & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_n & 0 & \cos \varphi_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$T(\psi_n) = \begin{bmatrix} \cos \psi_n & \sin \psi_n & 0 & 0 \\ -\sin \psi_n & \cos \psi_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$T_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ l_n & m_n & k_n & 1 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где l_n, m_n, k_n — смещения в направлении осей Ox, Oy, Oz соответственно.

Рассмотрим первый этап. Для построения направляющей линии нам потребуется вычислить осевые моменты инерции (4) эллипсов относительно осей Ox, Oy и Oz системы координат, совмещенной с полуосями эллипсов. С помощью вычисленных моментов инерции построим эллипсоиды инерции для заданных сечений, используя зависимость между моментом инерции J сечения относительно оси, проходящей через центр масс эллипса и расстоянием до точки, принадлежащей эллипсоиду инерции на оси от центра масс [17]:

$$\frac{1}{\sqrt{J}}.$$

Строки матрицы комбинированного преобразования

$$R_n = T(\theta_n)T(\varphi_n)T(\psi_n) \quad (14)$$

представляют собой направляющие косинусы ортов системы координат $O_n x_n y_n z_n$ связанной с заданной l -ой образующей. Эти же орты, в силу симметричности эллипсов, являются направляющими ортами для полуосей эллипсоидов инерции. Для проектирования направляющей линии примем в качестве узловых точек координаты центров масс (l_n, m_n, k_n) заданных образующих, а в качестве касательных к проектируемой направляющей линии — полуоси эллипсоидов инерции, расположенные на нормалях к плоскостям заданных образующих. С помощью интерполяции кубическими сплайнами перейдем от этой полученной дискретной информации к пространственной кривой — направляющей линии проектируемой каналовой поверхности, состоящей из m ($m = 1, \dots, n-1$) сегментов, описываемых следующими выражениями [21]:

$$\tilde{x}_m(t) = \sum_{i=1}^4 B_{i_{x_m}} t^{i-1},$$

$$\tilde{y}_m(t) = \sum_{i=1}^4 B_{i_{y_m}} t^{i-1}, \quad (15)$$

$$\tilde{z}_m(t) = \sum_{i=1}^4 B_{i_{z_m}} t^{i-1},$$

где B_{i_m} — коэффициенты, вычисляемые исходя из координат центров масс образующих и полуосей эллипсоидов c_n ; m — номер сегмента сплайна, описывающего направляющую линию.

Полученная описанным способом направляющая линия в точках стыка фрагментов будет иметь разные значения второй производной, что ведет к «вращению» трехгранника Френе направляющей линии вокруг касательной и как следствие — к перекрутке поверхности [8]. Для исключения этого явления сделаем переход от кубического сплайна к сплайну Эрмита пятой степени [22, 23]. Для вычисления сплайна Эрмита пятой степени в качестве вторых производных в узловых точках направляющей линии будем брать значения вторых производных полученного кубического сплайна. Вычисленную таким образом направляющую линию представим в матричном виде

$$L_m(\tau) = (\tilde{x}_m(\tau) \quad \tilde{y}_m(\tau) \quad \tilde{z}_m(\tau)), \quad (16)$$

где m — номер сегмента сплайна, описывающего направляющую линию, $m = 1, \dots, n-1$, n — количество заданных образующих.

Для дальнейшего образования поверхности определим орты трехгранников Френе направляющей линии на основании выражений (16) в виде

$$\bar{\tau}_m(t) = \tau_{x_m}(t) \cdot \bar{i} + \tau_{y_m}(t) \cdot \bar{j} + \tau_{z_m}(t) \cdot \bar{k}, \quad (17)$$

$$\bar{\nu}_m(t) = \nu_{x_m}(t) \cdot \bar{i} + \nu_{y_m}(t) \cdot \bar{j} + \nu_{z_m}(t) \cdot \bar{k}, \quad (18)$$

$$\bar{\beta}_m(t) = \beta_{x_m}(t) \cdot \bar{i} + \beta_{y_m}(t) \cdot \bar{j} + \beta_{z_m}(t) \cdot \bar{k}, \quad (19)$$

где $\tau_{x_m}(t), \tau_{y_m}(t), \tau_{z_m}(t), \nu_{x_m}(t), \nu_{y_m}(t), \nu_{z_m}(t), \beta_{x_m}(t), \beta_{y_m}(t), \beta_{z_m}(t)$ — направляющие косинусы ортов касательной $\bar{\tau}_m(t)$, нормали $\bar{\nu}_m(t)$ и бинормали $\bar{\beta}_m(t)$, образованные с ортами $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ базовой системы координат $Oxyz$.

Перейдем ко второму этапу формообразования каналовой поверхности, на котором поверхность заполняется непрерывным каркасом образующих, определяемых направляющей линией.

Для построения поверхности зададим график изменения площадей сечений каналовой поверхности, ограниченных образующими, который представляет собой плоскую кривую, характеризующую закон изменения площадей нормальных сечений вдоль направляющей линии.

Для получения такой кривой вычислим площади заданных эллипсов s_n и выполним интерполяцию вычисленных значений площадей с помощью кубических сплайнов. При образовании поверхности будем располагать образующие линии поверхности в нормальных плоскостях трехгранников Френе направляющей линии. Введем правило определения положения образующей в нормальной плоскости трехгранника Френе. Для этого каждую заданную образующую каркаса вместе с вычисленным вектором касательной $\bar{\tau}$ направляющей линии, соот-

ветствующим центру масс образующей, перенесем в начало координат базовой системы координат $Oxuz$. У перенесенных образующих проектируемой каналовой поверхности вычислим углы α_n между большими полуосями эллипсоидов инерции и линиями I_n , образованными пересечением нормальных плоскостей трехгранников Френе с плоскостью Oxz (рис. 3). Через углы α_n вычислим моменты инерции площади заданных сечений относительно линии I_n и перпендикулярных к ним линий II_n , также расположенным в нормальных плоскостях трехгранников Френе [24]:

$$J_{I_n} = J_{x_n} \cos^2 \alpha_n + J_{y_n} \sin^2 \alpha_n, \quad (20)$$

$$J_{II_n} = J_{x_n} \sin^2 \alpha_n + J_{y_n} \cos^2 \alpha_n, \quad (21)$$

где J_{x_n} , J_{y_n} — главные осевые моменты инерции площади сечений, которые определяются интегралами [24]:

$$J_{x_n} = \iint_S y_n^2 dS, \quad J_{y_n} = \iint_S x_n^2 dS.$$

Затем интерполируем значения моментов инерции относительно этих осей вдоль направляющей линии между всеми заданными образующими. Таким образом, в каждой точке направляющей линии получаем следующую числовую информацию: площадь сечения, ограниченного искомой образующей, и значения осевых моментов инерции площади относительно прямых I_n и II_n , расположенных в нормальных плоскостях трехгранников Френе направляющей линии. По выражениям, описывающим площадь и моменты инерции для эллипса, составим систему уравнений, в которых в качестве неизвестных приняты длины полуосей эллипса a_m , b_m и угол α_m между большой полуосью эллипса и линией I_m

$$\begin{cases} S_m = \pi a_m b_m, \\ J_{I_m} = \pi a_m^3 b_m \cos^2 \alpha_m + \pi a_m b_m^3 \sin^2 \alpha_m, \\ J_{II_m} = \pi a_m b_m^3 \sin^2 \alpha_m + \pi a_m^3 b_m \cos^2 \alpha_m. \end{cases} \quad (22)$$

Решая систему уравнений (22) для каждой точки направляющей линии с текущим параметром t , будем вычислять значения полуосей $a_m(t)$, $b_m(t)$ и угол поворота $\alpha_m(t)$. Таким образом, координаты точек

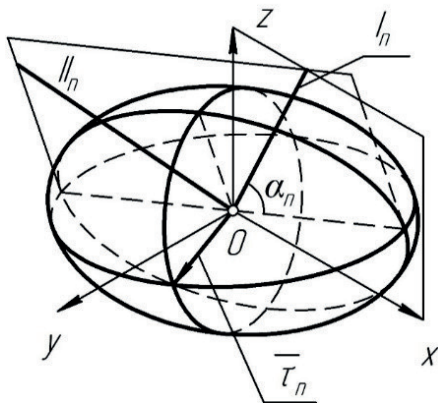


Рис. 3. Схема образования угла α_n и линий I_n , II_n
Fig. 3. Scheme of formation of angle α_n and lines I_n , II_n

образующей представим как функции площади и моментов инерции вдоль направляющей

$$\begin{aligned} x_m &= x(t, S_m(t), J_{I_m}(t), J_{II_m}(t)), \\ y_m &= y(t, S_m(t), J_{I_m}(t), J_{II_m}(t)). \end{aligned} \quad (23)$$

Это позволит производить непрерывный поворот образующих (23) в нормальных плоскостях трехгранника при его движении вдоль направляющей линии с помощью матрицы поворота

$$R_{1_m}(t) = \begin{pmatrix} \cos \alpha_m(t) & \sin \alpha_m(t) & 0 \\ -\sin \alpha_m(t) & \cos \alpha_m(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (24)$$

Для задания уравнения, описывающего закон изменения ортогонального непрерывного каркаса каналовой поверхности, остается связать уравнения образующих (23) с трехгранником Френе направляющей линии. Выполним разложение базиса трехгранника (17), (18), (19) по базису декартовой системы координат $Oxuz$ в виде матрицы и найдем обратную ей матрицу

$$R_{2_m}(t) = \begin{pmatrix} v_{i_m} & \beta_{i_m} & \tau_{i_m} \\ v_{j_m} & \beta_{j_m} & \tau_{j_m} \\ v_{k_m} & \beta_{k_m} & \tau_{k_m} \end{pmatrix}^{-1}. \quad (25)$$

Обратная матрица задает преобразование, ведущее к получению уравнения образующей в нормальной плоскости трехгранника, записанного в базовой системе координат $Oxuz$.

Уравнения образующих (23) запишем в виде матрицы

$$G_m(t) = (x_m \quad y_m \quad 0). \quad (26)$$

На основании выражений (16), (24), (25), (26) запишем уравнения m -го отсека каналовой поверхности в матричной форме

$$P_m(\tau, t) = L_m(\tau) + G_m(t)R_{1_m}(t)R_{2_m}(t). \quad (27)$$

Результаты экспериментов

Таким образом, поверхность будет образована из отсеков, описываемых семейством параметрических уравнений (27) и содержащих заданные образующие. Полученная параметрическая модель каналовой поверхности, обеспечивает возможность варьирования формой модели канала за счет изменений формы оси, формы семейства поперечных сечений и графика площадей.

Каждая образующая конструируемой динамической каналовой поверхности характеризуется геометрической формой, площадью, положением плоскости образующей и центром масс, которые с теоретических позиций динамики твердого тела, могут быть объединены одним математическим объектом — матрицей масс-инерционных характеристик (или тензором инерции), к которым относятся осевые и центробежные моменты инерции. Тензор инерции имеет взаимно однозначный геометрический образ — эллипсоид инерции, поверхность которого моделирует закон изменения моментов инерции относительно его центра, а пара

его центральных осей моделирует положение плоскости образующей в пространстве. Значит, задание дискретного набора образующих динамической поверхности эквивалентно заданию дискретного набора тензоров инерции. Элементы тензора инерции находятся в прямой зависимости от площади сечения, ограниченного образующей. Также от площади зависят и динамические параметры, характеризующие поток рабочего вещества, такие как расход потока, средняя по сечению потока скорость, мощность потока в сечении и др. Следовательно, тензор инерции содержит геометрическую информацию об образующей и может быть применен для формообразования каналовой поверхности в соответствии с динамическими параметрами рабочего вещества.

Обсуждение результатов

Вычислительный пример геометрического моделирования каналовой поверхности. Рассмотрим пример применения геометрической модели с использованием масс-инерционных характеристик образующих к проектированию каналовой поверхности с переменной формой ее нормальных сечений. Такие поверхности используются при конструировании впускных и выпускных каналов двигателей внутреннего сгорания [6]. Для описания переменной формы образующих используем функцию суперэллипса [25]

$$\frac{x^n}{a^n} + \frac{y^n}{b^n} = 1. \quad (28)$$

Пусть поверхность задана тремя образующими, описываемыми функцией (28), со значениями a , b и n , приведенными в табл. 1.

Положение сечений в пространстве определяется матрицами поворотов (10), (11), (12) и матрицами перемещений (13), углы θ_i , φ_i , ψ_i и смещения l_i , m_i , k_i которых указаны в табл. 2.

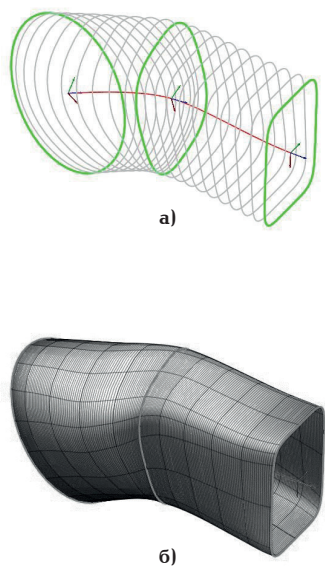


Рис. 4. Пример каналовой поверхности:
а – каркасное представление промежуточными сечениями,
б – результирующая поверхность
Fig. 4. Example of a channel surface:
a – wireframe representation by intermediate sections, b – resultant surface

Таблица 1. Значения параметра функции суперэллипса
Table 1. The values of the superellipse function parameter

Номер образующей i	Значение параметра функции суперэллипса		
	a_i	b_i	n_i
1	5	3,5	2
2	4	3	3
3	3,5	2,5	6

Таблица 2. Значения углов θ_i , φ_i , ψ_i и смещений l_i , m_i , k_i
Table 2. The angles θ_i , φ_i , ψ_i and offsets l_i , m_i , k_i

i	θ_i	φ_i	ψ_i	l_i	m_i	k_i
1	$\pi/17$	$\pi/6$	$4\pi/3$	3	4,5	1
2	$\pi/8$	$\pi/12$	$5\pi/4$	6	3,5	7
3	$\pi/7$	$\pi/18$	$7\pi/6$	7	1	14

Для проведение вычислений перепишем функцию (28) в параметрическом виде [25]:

$$x_i = a_i \operatorname{sgn}(\cos \omega) \left| \cos \omega \right|^{\left(\frac{2}{n_i} \right)}, \quad y_i = a_i \operatorname{sgn}(\sin \omega) \left| \sin \omega \right|^{\left(\frac{2}{n_i} \right)},$$

где $\operatorname{sgn}(\cos \omega)$, $\operatorname{sgn}(\sin \omega)$ — кусочно-постоянные функции, определяемые следующим образом:

$$\operatorname{sgn}(\cos \omega) = \begin{cases} -1, \cos \omega < 0 \\ 0, \cos \omega = 0 \\ 1, \cos \omega > 0 \end{cases}, \quad \operatorname{sgn}(\sin \omega) = \begin{cases} -1, \sin \omega < 0 \\ 0, \sin \omega = 0 \\ 1, \sin \omega > 0 \end{cases},$$

ω — параметр, $0 \leq \omega \leq 2\pi$.

Площадь сечения канала, ограниченного образующей, определится таким образом [25]:

$$S_i = 2a_i b_i \varepsilon_i B\left(\frac{\varepsilon_i}{2}, \frac{\varepsilon_i + 2}{2}\right)$$

где $\varepsilon_i = 2/n_i$, B — бэта-функция.

Осевые моменты инерции площади сечения определяются так [25]:

$$J_{x_i} = \frac{1}{2} a_i b_i^3 \varepsilon_i B\left(\frac{3\varepsilon_i}{2}, \frac{\varepsilon_i}{2}\right), \quad J_{y_i} = \frac{1}{2} a_i^3 b_i \varepsilon_i B\left(\frac{3\varepsilon_i}{2}, \frac{\varepsilon_i}{2}\right).$$

Система уравнений, аналогичная системе (22), для нахождения значений полуосей суперэллипсов a_i , b_i и углов α_i будет иметь вид:

$$\begin{cases} S_i = 2a_i b_i \varepsilon_i B\left(\frac{\varepsilon_i}{2}, \frac{\varepsilon_i + 2}{2}\right), \\ J_{I_i} = \frac{1}{2} a_i b_i^3 \varepsilon_i B\left(\frac{3\varepsilon_i}{2}, \frac{\varepsilon_i}{2}\right) (\cos \alpha_i)^2 + \frac{1}{2} a_i^3 b_i \varepsilon_i B\left(\frac{3\varepsilon_i}{2}, \frac{\varepsilon_i}{2}\right) (\sin \alpha_i)^2, \\ J_{II_i} = \frac{1}{2} a_i b_i^3 \varepsilon_i B\left(\frac{3\varepsilon_i}{2}, \frac{\varepsilon_i}{2}\right) (\sin \alpha_i)^2 + \frac{1}{2} a_i^3 b_i \varepsilon_i B\left(\frac{3\varepsilon_i}{2}, \frac{\varepsilon_i}{2}\right) (\cos \alpha_i)^2. \end{cases}$$

Выполняя интерполяцию показателей степени и проведя необходимые вычисления по вышеописанным алгоритмам (п.п. 2, 3), получим поверхность, представленную на рис. 4.

Выводы и заключение

Получена геометрическая модель формообразования динамической поверхности, основанная на применении масс-инерционных характеристик ее образующих линий. Модель основана на геометри-

ческом представлении масс-инерционных характеристик образующих линий. Она математически формализована с необходимой для практики точностью и допускает применение современного информационного обеспечения и средств вычислительной техники.

Благодаря этим свойствам модель позволяет достигать наиболее оптимального сочетания режимных (динамических) характеристик транспортируемого динамической поверхностью рабочего вещества и конструктивных характеристик этой поверхности.

Список источников

1. Осипов В. А. Машинные методы проектирования непрерывно-каркасных поверхностей. М.: Машиностроение, 1979. 248 с.
2. Радзевич С. П. Формообразование поверхностей деталей. Основы теории: моногр. Киев: Растан, 2001. 592 с.
3. Багоутдинова А. Г., Золотонос Я. Д., Мустакимова С. А. Геометрическое моделирование сложных поверхностей пружинно-витых каналов теплообменных устройств // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. 2011. № 4 (18). С. 185–192.
4. Блюк А. В. Графоаналитический метод построения поверхностей каналов диффузорного типа // Прикладная геометрия и инженерная графика. Киев, 1967. Вып. 5. С. 95–101.
5. Василевский О. В. Конструирование каналковых поверхностей по наперед заданным условиям // Прикладная геометрия и инженерная графика. Киев, 1979. Вып. 27. С. 63–66.
6. Драганов Б. Х., Круглов М. Г., Обухова В. С. Конструирование впускных и выпускных каналов двигателей внутреннего сгорания. Киев: Вища шк., 1987. 175 с.
7. Иванов Г. С. Конструирование технических поверхностей (математическое моделирование на основе нелинейных преобразований). М.: Машиностроение, 1987. 192 с.
8. Корчагин Д. С. Метод геометро-динамического формообразования нелинейчатых полос // Омский научный вестник. 2014. № 3 (133). С. 10–15.
9. Kolesnikov D. V., Osipov V. A. Geometry-induced smoothing of van hove singularities in capped carbon nanotubes // EPL. 2007. Vol. 78, no. 4. P. 47002. DOI: 10.1209/0295-5075/78/47002.
10. Обухова В. С. Линейчатые поверхности как модели семейства сечений поверхностей каналов // Прикладная геометрия и инженерная графика. Киев, 1985. Вып. 40. С. 10–17.
11. Осипов В. А. Непрерывно-каркасные поверхности как результат комплекса мгновенных преобразований // Прикладная геометрия и инженерная графика. Киев, 1973. Вып. 16. С. 32–36.
12. Якубовский А. М. Некоторые вопросы конструирования поверхностей с помощью трехгранника Френе // Труды ун-та дружбы народов им. П. Лумумбы. М., 1967. Т. 26. С. 23–32.
13. Ньи Н. Х., Чжо Т., Маркин Л. В. Исследование алгоритмов использования рецепторных геометрических моделей в задачах телесной трассировки авиационной техники // Труды МАИ. 2013. № 69. С. 1–25. URL: www.mai.ru/upload/iblock/62a/62ad38934954abb6876b2d621d39098f.pdf (дата обращения: 30.05.2017).
14. Осипов В. А., Осипова Л. И. Теоретические основы каркасно-кинематического метода направляющей линии // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 1980. № 4. С. 48–53.
15. Korchagin D. S., Panchuk K. L. Forming of variable section channel surfaces for transporting of operating mediums in products of oil and gas mechanical engineering // Procedia Engineering. 2015. Vol. 113. P. 203–209. DOI:10.1016/j.proeng.2015.07.320.
16. Korchagin D. S., Panchuk K. L. Forming of the Spline Similar Linear Strip // Proceedings of the 16th International Conference on Geometry and Graphics. Austria, Innsbruck, 2014. P. 428–436.
17. Жуковский Н. Е. Теоретическая механика. Изд. 2-е. М.-Л.: Гос. изд-во технико-теорет. лит., 1952. 812 с.
18. Яворский Б. М., Детлаф А. А. Справочник по физике. М., 1968. 939 с.
19. Никитин О. Ф. Гидравлика и гидропривод. М., 2010. 414 с. ISBN 978-5-7038-3426-8.
20. Делоне Б. Н., Райков Д. А. Аналитическая геометрия. М.-Л.: Гос. изд-во технико-теорет. лит., 1949. 518 с.
21. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики / пер. с англ. П. А. Монахов, Г. В. Олохтонова, Д. В. Волков. М.: Мир, 2001. 604 с.
22. Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л. Методы сплайн-функций. М.: Наука, 1980. 352 с.
23. Ossipov V. A., Muftajev V. G. Modelling curvilinear lines and surfaces via modified b-splines // Computers in Industry. 1989. Vol. 13, no. 1. P. 61–67.
24. Голованов Н. Н. Геометрическое моделирование. М.: Изд-во Физматлит., 2002. 472 с.
25. Jaklic A., Leonardis A., Solina F. Segmentation and recovery of superquadrics // Series Computational Imaging and Vision. 2000. Vol. 20. 266 p.

ПАНЧУК Константин Леонидович, доктор технических наук, доцент (Россия), профессор кафедры «Инженерная геометрия и САПР» Омского государственного технического университета (ОмГТУ). Адрес для переписки: Panchuk_KL@mail.ru
КОРЧАГИН Денис Сергеевич, ведущий инженер-конструктор Омского научно-исследовательского института приборостроения. Адрес для переписки: Korch-Den@yandex.ru
КРЫСОВА Ирина Викторовна, кандидат технических наук, доцент кафедры «Инженерная геометрия и САПР» ОмГТУ. Адрес для переписки: omsk11@rambler.ru

Для цитирования

Панчук К. Л., Корчагин Д. С., Крысова И. В. Геометрическая масс-инерционная модель формообразования динамической поверхности // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2017. Т. 1, № 1. С. 9–18.

Статья поступила в редакцию 22.06.2017 г.

© К. Л. Панчук, Д. С. Корчагин, И. В. Крысова

GEOMETRICAL MASS-INERTIA MODEL OF DYNAMIC SURFACE FORMING

K. L. Panchuk¹, D. S. Korchagin², I. V. Krysova¹

¹Omsk State Technical University,
Russia, Omsk, Mira Ave., 11, 644050

²Omsk Scientific Research Institute of Instrument Engineering,
Russia, Omsk, Maslennikov St., 231, 644009

The dependence of elements of inertia tensor on cross-sectional area bounded by the generatrix of the dynamic surface is determined. Also, the dependence on the area of dynamic parameters describing the flow of working substance, such as the flow rate, the average flow velocity over the cross section, the flow power in the cross section, etc., has also been determined. Studies have shown that the inertia tensor contains geometric information about the generatrix and can be used for shaping the channel surface in accordance with the dynamic parameters of the working substance. A geometric model of the formation of a dynamic surface is obtained, based on the application of the mass-inertial characteristics of its generating lines. The carried out research allow to achieve the most optimal combination of the regime (dynamic) characteristics of the working substance transported by the dynamic surface and the design characteristics of this surface.

Keywords: dynamic surface, mass-inertial characteristics, guide line, moment of inertia, ellipsoid of inertia, skeleton surface.

References

- Osipov V. A. Mashinnyye metody proyektirovaniya nepreryvno-karkasnykh poverkhnostey [Machine methods for designing continuous-skeleton surfaces]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1979. 248 p. (In Russ.).
- Radzevich S. P. Formoobrazovaniye poverkhnostey detaley. Osnovy teorii [Forming the surfaces of parts. Fundamentals of the theory]. Kiev: Rastan Publ., 2001. 592 p. (In Russ.).
- Bagoutdinova A. G., Zolotonosov Ya. D., Mustakimova S. A. Geometricheskoye modelirovaniye slozhnykh poverkhnostey pruzhinno-vitykh kanalov teploobmennyykh ustroystv [Geometrical modeling of complex surfaces of spring-twisted channels of heat-exchange devices] // Izvestiya Kazanskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta. *News of the Kazan State University of Architecture and Engineering*. 2011. No. 4 (18). P. 185–192. (In Russ.).
- Bliok A. V. Grafoanaliticheskiy metod postroyeniya poverkhnostey kanalov diffuzornogo tipa [Graphoanalytical method for constructing the surfaces of channels of the diffuser type] // Prikladnaya geometriya i inzhenernaya grafika. *Applied Geometry and Engineering Graphics*. Kiev. 1967. Vol. 5. P. 95–101. (In Russ.).
- Vasilevskiy O. V. Konstruirovaniye kanalovykh poverkhnostey po napered zadannym usloviyam [Designing of channel surfaces by preassigned conditions] // Prikladnaya geometriya i inzhenernaya grafika. *Applied Geometry and Engineering Graphics*. Kiev. 1979. Vol. 27. P. 63–66. (In Russ.).
- Draganov B. Kh., Kruglov M. G., Obukhova V. S. Konstruirovaniye vpusknykh i vypusknykh kanalov dvigateley vnutrennego sgoraniya. [Design of intake and exhaust channels of internal combustion engines]. Kiev: Vishcha shkola Publ., 1987. 175 p. (In Russ.).
- Ivanov G. S. Konstruirovaniye tekhnicheskikh poverkhnostey (matematicheskoye modelirovaniye na osnove nelineynykh preobrazovaniy). [Construction of technical surfaces (mathematical modeling based on nonlinear transformations)]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1987. 192 p. (In Russ.).
- Korchagin D. S. Metod geometro-dinamicheskogo formoobrazovaniya nelineychatykh polos [Method of geometro-dynamic formation of non-linear strips] // Omskiy nauchnyy vestnik. *Omsk Scientific Bulletin*. 2014. No. 3 (133). P. 10–15. (In Russ.).
- Kolesnikov D. V., Osipov V. A. Geometry-induced smoothing of van Hove singularities in capped carbon nanotubes // EPL. 2007. Vol. 78, no. 4. P. 47002. DOI: 10.1209/0295-5075/78/47002. (In Engl.).
- Obukhova V. S. Lineychatyye poverkhnosti kak modeli semeystva secheniy poverkhnostey kanalov [Linear surfaces as models of a family of cross-sections of channel surfaces] // Prikladnaya geometriya i inzhenernaya grafika. *Applied Geometry and Engineering Graphics*. Kiev. 1985. Vol. 40. P. 10–17. (In Russ.).
- Osipov V. A. Nepreryvno-karkasnyye poverkhnosti kak rezul'tat kompleksa mgnovennykh preobrazovaniy [Continuously skeleton surfaces as a result of a complex of instantaneous transformations] // Prikladnaya geometriya i inzhenernaya grafika. *Applied Geometry and Engineering Graphics*. Kiev. 1973. Vol. 16. P. 32–36. (In Russ.).
- Yakubovskiy A. M. Nekotoryye voprosy konstruirovaniya poverkhnostey s pomoshch'yu trekhgrannika Frene [Some problems in the construction of surfaces with the help of a Frenet trihedron] // Trudy universiteta Druzhby Narodov im. P. Lumumby. *Trudy Peoples' Friendship University of Russia. P. Lumumba*. 1967. Vol. 26. P. 23–32. (In Russ.).
- N'i N. Kh., Chzho T., Markin L. V. Issledovaniye algoritmov ispol'zovaniya retseptornykh geometricheskikh modeley v zadachakh telesnoy trassirovki aviatsionnoy tekhniki [Investigation of algorithms for the use of receptor geometric models in the problems of bodily tracing of aviation equipment] // Trudy MAI. *Trudy MAI*, 2013. No. 69. P. 1–25. Available at: www.mai.ru/upload/iblock/62a/62ad38934954abb6876b2d621d39098f.pdf (accessed 30.05.2017). (In Russ.).
- Osipov V. A., Osipova L. I. Teoreticheskiye osnovy karkasno-kinematicheskogo metoda napravlyayushchey linii [Theoretical foundations of the carcass-kinematic method

of the guiding line] // *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Aviatsionnaya tekhnika. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatsionnaya Tekhnika*. 1980. No. 4. P. 48–53. (In Russ.).

15. Korchagin, D. S., Panchuk K. L. Forming of variable section channel surfaces for transporting of operating mediums in products of oil and gas mechanical engineering // *Procedia Engineering*. 2015. Vol. 113. P. 203–209. DOI:10.1016/j.proeng.2015.07.320. (In Engl.).

16. Korchagin, D. S., Panchuk K. L. Forming of the Spline Similar Linear Strip // *Proceedings of the 16th International Conference on Geometry and Graphics*. Innsbruck, Austria. 2014. P. 428–436. (In Engl.).

17. Zhukovskiy N. E. *Teoreticheskaya mekhanika*. [Theoretical mechanics]. Moscow-Leningrad: Gos. izd-vo tekhniko-teoreticheskoy literatury, 1952. 812 p. (In Russ.).

18. Yavorskiy B. M., Detlaf A. A. *Spravochnik po fizike* [Handbook of Physics]. Moscow, 1968. 939 p. (In Russ.).

19. Nikitin O. F. *Gidravlika i gidroprivod* [Hydraulics and hydraulic drive]. Moscow, 2010. 414 p. ISBN 978-5-7038-3426-8. (In Russ.).

20. Delone B. N., Raykov D. A. *Analiticheskaya geometriya* [Analytic geometry]. Moscow-Leningrad, 1949. 518 p. (In Russ.).

21. Rodzhers D., Adams Dzh. *Matematicheskiye osnovy mashinnoy grafiki* [Mathematical foundations of computer graphics]. Moscow: Mir Publ., 2001. 604 p. (In Russ.).

22. Zav'yalov Yu. S., Kvasov B. I., Miroshnichenko V. L. *Metody splayn-funktsiy* [Methods of spline functions]. M.: Nauka Publ., 1980. 352 p. (In Russ.).

23. Ossipov V. A., Muftejev V. G. Modelling curvilinear lines and surfaces via modified b-splines // *Computers in Industry*. 1989. Vol. 13. No. 1. P. 61–67. (In Engl.).

24. Golovanov N. N. *Geometricheskoye modelirovaniye* [Geometric modeling]. Moscow: Fizmatlit Publ., 2002. 472 p. (In Russ.).

25. Jaklic A., Leonardis A., Solina F. Segmentation and recovery of superquadrics // *Series Computational Imaging and Vision*. 2000. Vol. 20. 266 p. (In Engl.).

PANCHUK Konstantin Leonidovich, Doctor of Technical Sciences, Professor of Engineering Geometry and CAD Department, Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk.

Address for correspondence: Panchuk_KL@mail.ru
KORCHAGIN Denis Sergeevich, Leading Design Engineer, JSC «Omsk Scientific Research Institute of Instrument Engineering», Omsk.

Address for correspondence: Korch-Den@yandex.ru
KRYSOVA Irina Viktorovna, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Engineering Geometry and CAD Department, OmSTU, Omsk.

Address for correspondence: omsk11@rambler.ru

For citation

Panchuk K. L., Korchagin D. S., Krysova I. V. Geometrical mass-inertia model of dynamic surface forming // *Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering*. 2017. Vol. 1, no. 1. P. 9–18.

Received 22 June 2017.

© K. L. Panchuk, D. S. Korchagin, I. V. Krysova