

## КОНТАКТНОЕ ДАВЛЕНИЕ В СОЕДИНЕНИИ С ГАРАНТИРОВАННЫМ НАТЯГОМ КОРОТКОЙ ВТУЛКИ И ДЛИННОГО ВАЛА

И. Л. Рязанцева

Омский государственный технический университет,  
Россия, 644050, г. Омск, пр. Мира, 11

**В статье описан аналитический метод определения средней величины контактного давления в соединении с натягом, учитывающий геометрические особенности соединяемых посадкой деталей. Расчетные зависимости, приведенные в публикации, получены автором при условии равномерного радиального перемещения поверхности сопряжения охватываемой детали, вычисляемого по формулам Ляме.**

**Метод прост, нагляден, обеспечивает достаточную для инженерных расчетов точность. Он может быть использован как при проектировании гладких цилиндрических соединений с натягом, так и соединений, модифицированных канавками малой глубины.**

**Ключевые слова:** соединение с натягом, контактное давление, деформация.

### Введение

Соединение с натягом — одно из наиболее распространенных неподвижных соединений, прочность и несущая способность которого зависят от величины контактного давления ( $q$ ), возникающего в стыке после сборки. На его величину влияют многие факторы, в частности, натяг ( $\delta$ ), размеры и форма соединяемых посадкой деталей, их взаимное расположение [1–4], состояние контактирующих поверхностей (шероховатость, волнистость, отклонение от правильной геометрической формы), физико-механические свойства материалов деталей [1–9] и др. В связи с этим разработка новых и совершенствование известных методов расчета контактного давления, оценки несущей способности соединения важны и актуальны.

### Постановка задачи

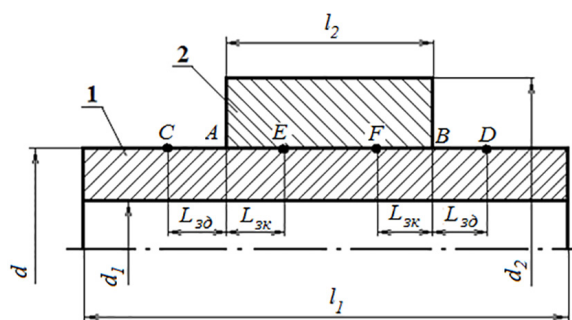
Рассмотрим новый инженерный метод определения средней величины контактного давления в соединении с натягом деталей разной длины.

### Теория

В реальных соединениях контакт между деталями имеет дискретный характер [1, 3, 10]. Однако из-за сложности определения фактической площади контакта и фактического контактного давления в инженерной практике используется метод расчета последнего, базирующийся на формулах Ляме [1, 3, 8].

В соответствии с этим методом контактное давление  $q_0$ , возникающее в стыке после сборки при равной длине соединяемых деталей, определяется по формуле

$$q_0 = \frac{\delta}{d(C_1/E_1 + C_2/E_2)},$$



**Рис. 1. Соединение с натягом:**  
1 — вал; 2 — охватываемая деталь (втулка)  
**Fig. 1. Connection with interference:**  
1 — shaft; 2 — covering part (sleeve)

где  $C_1 = \frac{1 + (d_1/d)^2}{1 - (d_1/d)^2} - \mu_1$ ;  $C_2 = \frac{1 + (d/d_2)^2}{1 - (d/d_2)^2} - \mu_2$ ;  $d, d_1, d_2$  — размеры соединяемых деталей (рис. 1);  $E_1, E_2, \mu_1, \mu_2$  — модули упругости и коэффициенты Пуассона материалов вала и втулки соответственно.

В реальных конструкциях соединяемые посадкой детали часто имеют разную длину и сложную геометрию. Средняя величина контактного давления ( $q_{cp}$ ) в соединении двух цилиндров разной длины (рис. 1) вычисляется по формуле

$$q_{cp} = \frac{\delta}{d(\chi C_1/E_1 + C_2/E_2)}, \quad (1)$$

где  $\chi$  — коэффициент, учитывающий влияние на величину  $q$  выступающих концов вала. Его величина определяется по графикам, приведенным в [3, 8] и построенным для отдельных конкретных соотношений размеров  $d_1$  и  $d$  вала.

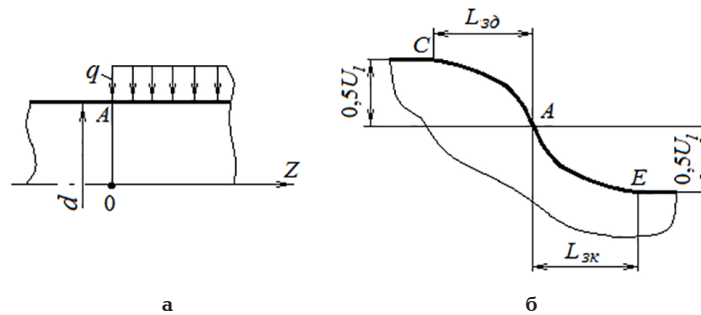


Рис. 2. Картина радиального перемещения наружной поверхности цилиндра у границы ненагруженного и нагруженного давлением участков  
 Fig. 2. Illustration of the radial displacement of the outer surface of the cylinder at the boundary of the unloaded and pressure-loaded sections

При решении ряда инженерных задач надо знать не только среднее значение контактного давления, но и иметь представление о том, как тот или иной элемент конструкции влияет на величину  $q$ , каковы положение и величина зон его концентрации, как изменяется контактное давление в этих зонах и каково максимальное значение последнего. Данная публикация посвящена решению некоторых из этих задач.

Рассмотрим соединение короткой втулки 2 с более длинным валом 1 (рис. 1). Исследования, результаты которых приведены в [3, 4, 8], показывают, что у границ  $A$  и  $B$  сопряжения в зонах  $AE$  и  $BF$  наблюдается концентрация контактного давления, что приводит к росту среднего его значения.

В [7] приведены результаты расчета радиального перемещения ( $U_1$ ) наружной поверхности цилиндра, нагруженного на некотором участке внешним постоянным давлением  $q$  (рис. 2а). График радиального перемещения точек наружной поверхности сплошного цилиндра в зонах, расположенных слева и справа от сечения  $A$  (граница ненагруженного и нагруженного участков цилиндра), показан на рис. 2б. На нем хорошо видно, что на участке  $AC$  радиальное перемещение изменяется от нуля в сечении  $C$  до  $0,5U_1$  в сечении  $A$ , а на участке  $AE$  от  $0,5U_1$  до  $U_1$  в сечениях  $A$  и  $E$  соответственно. Правее сечения  $E$ , радиальное перемещение остается постоянным и равным  $U_1$ . Его величина вычисляется по формуле

$$U_1 = -\frac{q_0 d}{2E_1} (1 - \mu_1). \quad (2)$$

По данным, приведенным в [3, 8], ширина  $L_{3г}$  и  $L_{3к}$  зон влияния (рис. 2б) составляет примерно  $0,25d - 0,3d$ .

С учетом вышеизложенного можно предположить, что после сборки соединения, показанного на рис. 1, у границ  $A$  и  $B$  сопряжения возникнут зоны  $CA$ ,  $AE$  и  $FB$ ,  $BD$ , в которых радиальное перемещение поверхности вала 1 будет изменяться от 0 до  $U_1$  в сечениях  $C$  и  $E$  и, соответственно, от  $U_1$  до нуля в сечениях  $F$  и  $D$ .

Примем размеры  $L_{3г}$  и  $L_{3к}$  зон влияния равными  $0,25d$ . Чтобы деформировать вал на участке  $AC$  за пределами сопряжения (рис. 1), надо в стыке создать дополнительное контактное давление, среднюю величину которого предлагается вычислять по условию равенства работ  $A_{3г}$  и  $A_{гон}$ . Работа, которую надо совершить, чтобы деформировать вал в зоне деформации  $AC$ , обозначена как  $A_{3г'}$ , а работа, совершаемая дополнительным контактным давлением  $\Delta q_{cp}$ , обусловленным наличием выступающего конца вала, —  $A_{гон}$ .

Если использовать линейную модель, то средняя величина  $U_{13г}$  радиального перемещения поверхности вала в зоне деформации (участок  $AC$ ) составит половину радиального перемещения поверхности вала на границе стыка, в сечении  $A$ . Таким образом,  $U_{13г} = 0,25U_1$ . Для обеспечения этого перемещения к поверхности вала в зоне деформации надо приложить давление величины  $q'_{cp}$ , значение которого можно вычислить по формуле (2) по значению  $U_{13г}$ . Соответственно,  $q'_{cp}$  при принятых условиях составляет  $0,25q_0$ . При упругой деформации материала работа  $A_{3г}$  вычисляется по формуле

$$A_{3г} = 0,5 U_{13г} q'_{cp} 0,25d\pi d.$$

$$\text{После преобразования } A_{3г} = \frac{\pi d^2 U_1 q_0}{128}.$$

Реально давление возникает после сборки только на площадке контакта деталей. Обозначим среднюю величину дополнительного контактного давления, которое будет возникать на площадке контакта из-за выступающего конца вала,  $\Delta q_{cp}$ . Тогда  $A_{гон} = 0,5 \Delta q_{cp} U_1 l_1 \pi d$ .

По условию равенства работ  $A_{3г}$  и  $A_{гон}$

$$\Delta q_{cp} = \frac{dq_0}{64l_2}. \quad (3)$$

Если в соединении вал длиннее охватываемой детали, то средняя величина  $q_{cp}$  контактного давления в нем вычисляется по формуле

$$q_{cp} = k \Delta q_{cp}, \quad (4)$$

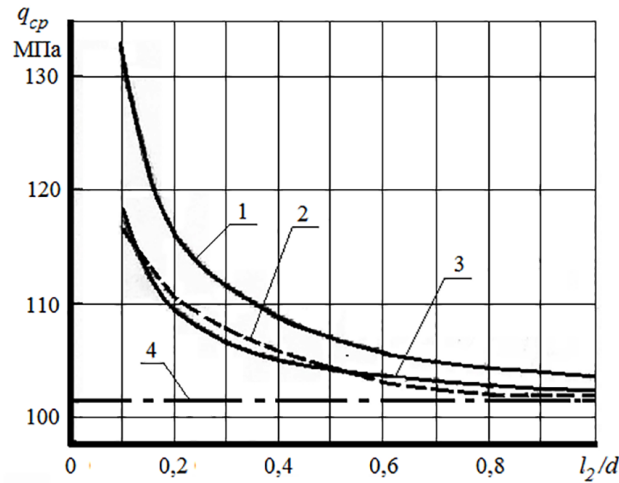


Рис. 3. Графики зависимости средней величины контактного давления от длины втулки при  $d_1 = 0$   
 Fig. 3. Graphs of the average value of the contact pressure on the length of the sleeve when  $d_1 = 0$

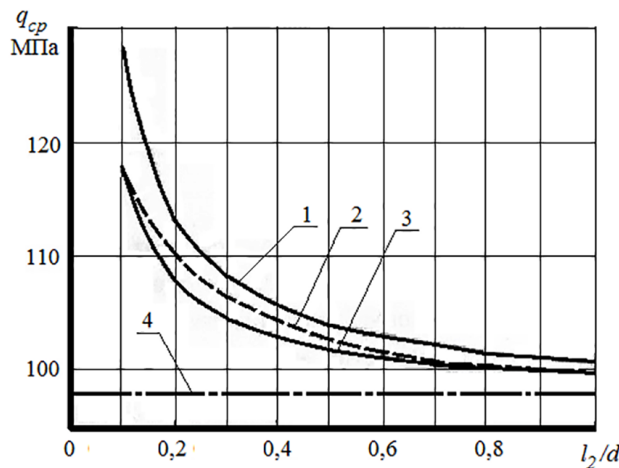


Рис. 4. Графики зависимости средней величины контактного давления от длины втулки при  $d_1 = 0,2d$   
 Fig. 4. Graphs of the average value of the contact pressure on the length of the sleeve when  $d_1 = 0,2d$

где  $k$  — количество выступающих концов вала  $k = 1, 2$ .

### Результаты экспериментов

Для проверки предлагаемого метода определения контактного давления по формулам (1) и (3), (4) выполнен расчет средней его величины в соединениях с более длинным, выступающим с двух сторон валом. Основные параметры соединения:  $d = 40$  мм;  $d_2 = 70$  мм;  $l_1 = l_2 + 40$  мм;  $\delta = 0,06$  мм;  $E_1 = E_2 = 2 \cdot 10^5$  МПа;  $\mu_1 = \mu_2 = 0,28$ . Длина  $l_2$  охватывающей детали изменялась в интервале  $(1 - 0,1)d$ . Исследовались соединения со сплошным и полыми валами. Размер  $d_1$  у полых валов имел следующие значения:  $0,2d$ ;  $0,5d$ ;  $0,6d$ ;  $0,8d$ ;  $0,9d$ . Некоторые из полученных результатов приведены на рис. 3–5 в виде графиков зави-

симости величины  $q_{cp}$  от длины охватывающей детали. Кривая 1 построена по результатам расчета с использованием предлагаемого метода, а кривая 2 — с использованием формулы (1). Кроме того, на этих рисунках приведены значения  $q_0$  (линия 4).

### Обсуждение результатов

Графики на рис. 3–5 показывают, что независимо от толщины стенки вала (размера  $d_1$ ) при большой длине стыка,  $l_2 = (0,4 - 1)d$ , традиционный по формуле (1) и предлагаемый по формулам (3), (4) методы расчета среднего значения  $q$  дают очень близкие результаты. Их расхождение увеличивается с уменьшением длины охватывающей детали. Очевидно, что принятая линейная зависимость радиального перемещения поверх-

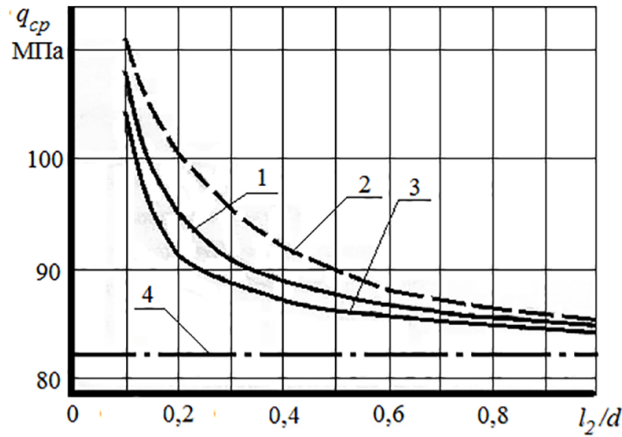


Рис. 5. Графики зависимости средней величины контактного давления от длины втулки при  $d_1 = 0,5d$   
 Fig. 5. Graphs of the average value of the contact pressure on the length of the sleeve when  $d_1 = 0,5d$

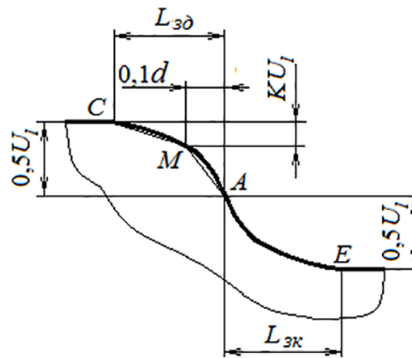


Рис. 6. График функции  $U_1 = U_1(Z)$  в предлагаемой уточненной модели  
 Fig. 6. Graph of the function  $U_1 = U_1(Z)$  in the proposed refined model

ности вала от положения сечения (координаты  $Z$ ) в зоне деформации в ряде случаев дает грубое приближение. В связи с этим целесообразно график функции  $U_1(Z)$  в зонах деформации аппроксимировать ломаной линией  $AMC$  (рис. 6). В этом случае формула для расчета  $\Delta q_{cp}$  принимает вид

$$\Delta q_{cp} = \frac{2U_1(0,05 + 0,25K)^2 E_1 (d^2 - d_1^2)}{l_2 [(1 - \mu_1)d^2 + (1 + \mu_1)d_1^2]}, \quad (5)$$

где  $K$  — коэффициент, зависящий от формы кривой  $U_1(Z)$  и размеров  $d_1$  и  $d$  вала.

Анализ приведенных в источнике [7] данных показал, что при  $d_1 = 0$  и  $K = 0,18$ , а при  $d_1 = 0,5d$   $K = 0,23$ . Если вал сплошной ( $d_1 = 0$ ), формула (5) принимает вид

$$\Delta q_{cp} = \frac{2U_1(0,05 + 0,25K)^2 E_1}{l_2(1 - \mu_1)}. \quad (6)$$

По формулам (4–6) выполнен расчет средней величины контактного давления в соединениях с выступающим с двух сторон валом. По его результатам на рис. 3–5 построены графики (кривая 3). В соединениях, в которых втулка напрессована на сплошной вал ( $d_1 = 0$ ) и на полый вал с толстой стенкой ( $d_1 = 0,2d$ ), кривые 2 и 3 практически совпадают, что свидетельствует о хорошей сходимости результатов расчета и целесообразности предлагаемого уточнения. При малой толщине стенки,  $d_1 = (0,5 - 0,9)d$ , аппроксимация графика  $U_1(Z)$  не дала положительного эффекта. При определении средней величины контактного давления в этих соединениях целесообразно использовать формулы (3) и (4).

#### Выводы и заключение

Полученные в ходе исследования результаты свидетельствуют о достоверности предлагаемого метода расчета контактного давления в соединениях с натягом деталей разной длины.

Предлагаемый метод прост, нагляден и универсален. Он может быть использован для определения средней величины контактного давления и максимального его значения в зонах концентрации при расчете гладких соединений с натягом с более длинной охватывающей деталью и соединений с натягом, модифицированных канавками малой глубины.

#### Список источников

1. Гречищев Е. С., Ильяшенко А. А. Соединения с натягом. М.: Машиностроение, 1981. 240 с.
2. Зенкин А. С. Технологические основы сборки соединений с натягом. М.: Машиностроение, 1982. 48 с.
3. Рязанцева И. Л. Теория и проектирование соединений с гарантированным натягом: моногр. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2015. 164 с.
4. Рязанцева И. Л., Бородин А. В. Восстановление несущей способности соединений с натягом модификацией поверхности сопряжения // Ремонт, восстановление и модернизация. 2008. № 7. С. 31–35.
5. Андреев Г. Я., Тихонов В. Ф., Арпентьев Б. М. Несущая способность соединений с натягом, собранных с воздействием тлеющего разряда // Вестник машиностроения. 1978. № 4. С. 35–37.
6. Исаев И. П., Горский А. В., Воробьев А. А. [и др.]. Влияние шероховатости посадочных поверхностей на надежность сочленения бандаж–обод // Вестник ВНИИЖТ. 1991. № 1. С. 27–29.
7. Папшев Д. Д., Тютиков Г. Ф., Машков А. Н. Зависимость прочности соединений с натягом от методов об-

работки сопрягаемых поверхностей // Вестник машиностроения. 1981. № 10. С. 16–20.

8. Пономарев С. Д. [и др.]. Расчеты на прочность в машиностроении: в 3 т. М.: Машгиз, 1958. Т. 2. 974 с.
9. Шнейдер Ю. Г., Забродин В. А. Прочность неподвижных соединений деталей с регулярным микрорельефом // Вестник машиностроения. 1976. № 6. С. 41–42.
10. Матлин М. М., Казанкин В. А., Казанкина Е. Н. [и др.]. Прогнозирование фактической площади контакта в соединениях с натягом с учетом соотношения твердостей деталей // Вестник машиностроения. 2018. № 8. С. 8–11.

---

**РЯЗАНЦЕВА Ирина Леонидовна**, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Машиноведение».

SPIN-код: 6960-1902

AuthorID (РИНЦ): 985027

Адрес для переписки: tmm@omgtu.ru

#### Для цитирования

Рязанцева И. Л. Контактное давление в соединении с гарантированным натягом короткой втулки и длинного вала // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2018. Т. 2, № 4. С. 15–20. DOI: 10.25206/2588-0373-2018-2-4-15-20.

Статья поступила в редакцию 27.10.2018 г.

© И. Л. Рязанцева

# CONTACT PRESSURE WITH GUARANTEED TIGHT IN COUPLING OF BUSHING AND LONG SHAFT

I. L. Ryazantseva

Omsk State Technical University,  
Russia, Omsk, Mira Ave., 11, 644050

The article describes an analytical method for determining the average value of contact pressure in pressure coupling taking into account the geometric features of the parts to be connected by fitting. The calculated dependencies given in the publication are obtained by the author under the condition of uniform radial displacement of the mating surface of the male part calculated using the Lamé formulas. The method is simple, clear, provides sufficient accuracy for engineering calculations. It can be used both in the design of smooth cylindrical joints with tension, and joints modified by shallow grooves.

**Keywords:** connection with tension, contact pressure, deformation.

## References

1. Grechishchev E. S., Il'yashenko A. A. Soyedineniya s natyagom [Connections with interference]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1981. 240 p. (In Russ.).
2. Zenkin A. S. Tekhnologicheskiye osnovy sborki soyedineniy s natyagom [Technological bases of assembling compounds with pressure]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1982. 48 p. (In Russ.).
3. Ryazantseva I. L. Teoriya i proyektirovaniye soyedineniy s garantirovannym natyagom [Theory and design of compounds with guaranteed interference]. Omsk: OmSTU Publ., 2015. 164 p. (In Russ.).
4. Ryazantseva I. L., Borodin A. V. Vosstanovleniye nesushchey sposobnosti soyedineniy s natyagom modifikatsiyey poverkhnosti sopryazheniya [Restoration of the carrying capacity of compounds with interference by modifying the interface surface] // *Remont, vosstanovleniye i modernizatsiya*. 2008. No. 7. P. 31–35. (In Russ.).
5. Andreyev G. Ya., Tikhonov V. F., Arpent'yev B. M. Nesushchaya sposobnost' soyedineniy s natyagom, sobrannykh s vozdeystviyem tleyushchego razryada [Bearing capacity of compounds with stress, collected with the effect of a glow discharge] // *Vestnik mashinostroyeniya. Vestnik Mashinostroeniya*. 1978. No. 4. P. 35–37. (In Russ.).
6. Isayev I. P., Gorskiy A. V., Vorob'yev A. A. [et al.]. Vliyaniye sherokhovatosti posadochnykh poverkhnostey na nadezhnost' sochleneniya bandazh–obod [Influence of the roughness of the seating surfaces on the reliability of the articulation of the bandage–rim] // *Vestnik VNIIZHT. Vestnik VNIIZH*. 1991. No. 1. P. 27–29. (In Russ.).
7. Papshev D. D., Tyutikov G. F., Mashkov A. N. Zavisimost' prochnosti soyedineniy s natyagom ot metodov obrabotki sopryagayemykh poverkhnostey [Dependence of the strength of compounds with an interference on the processing methods of the mating surfaces] // *Vestnik mashinostroyeniya. Vestnik Mashinostroeniya*. 1981. No. 10. P. 16–20. (In Russ.).
8. Ponomarev S. D. [et al.]. Raschety na prochnost' v mashinostroyenii: v 3 t. [Strength calculations in mechanical engineering]: in 3 Vol. Moscow: Mashgiz Publ., 1958. Vol. 2. 974 p. (In Russ.).
9. Shneyder Yu. G., Zabrodin V. A. Prochnost' nepodviznykh soyedineniy detaley s regul'yarnym mikrorel'yefom [Strength of fixed joints of parts with a regular micro-relief] // *Vestnik mashinostroyeniya. Vestnik Mashinostroeniya*. 1976. No. 6. P. 41–42. (In Russ.).
10. Matlin M. M., Kazankina Ye. N. [et al.]. Prognozirovaniye fakticheskoy ploshchadi kontakta v soyedineniyakh s natyagom s uchetom sootnosheniya tverdostey detaley [Prediction of actual contact area in a joint with interference, taking into account the ratio of the hardness of the parts] // *Vestnik mashinostroyeniya. Vestnik Mashinostroeniya*. 2018. No. 8. P. 8–11. (In Russ.).

**RYAZANTSEVA Irina Leonidovna**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Machine Science Department.

SPIN-code: 6960-1902

AuthorID (RSCI): 985027

Address for correspondence: tmm@omgtu.ru

## For citations

Ryazantseva I. L. Contact pressure with guaranteed tight in coupling of bushing and long shaft// *Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering*. 2018. Vol. 2, no. 4. P. 15–20. DOI: 10.25206/2588-0373-2018-2-4-15-20.

Received 27 October 2018.

© I. L. Ryazantseva