

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЁТА НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ РЕЗИНОКОРДНЫХ ПАТРУБКОВ ПРИ ОСЕВОМ СМЕЩЕНИИ ФЛАНЦЕВ

В. С. Корнеев¹, С. А. Корнеев¹, В. В. Шалай¹, М. И. Трибельский²

¹ Омский государственный технический университет,
Россия, 644050, г. Омск, пр. Мира, 11

² Научно-промышленное предприятие «Сибрезинотехника»,
Россия, 644036, г. Омск, ул. 1-я Казахстанская, 30

Для определения рабочих характеристик резинокордных патрубков под действием внутреннего избыточного давления с учётом относительного смещения торцов (фланцев) применён нетрадиционный метод приближённого аналитического решения и последующего повышения точности расчётов напряжённно-деформированного состояния резинокордных оболочек с растяжимыми нитями корда. Обращено внимание на принципиальное отличие между усилием, создаваемым резинокордным патрубком, и распорной силой. Проведено сравнение с результатами опытов на разрушение, расчётное значение избыточного давления разрушения укладывается в доверительный интервал разброса экспериментальных данных. Показаны примеры построения изобарных силовых характеристик пневматических амортизаторов рукавного типа (рукавных амортизаторов растяжения-сжатия) и проанализированы особенности их поведения при разных значениях режимных и конструктивных параметров резинокордного патрубка. Полученные результаты предназначены для инженерных расчётов и оптимального проектирования резинокордных патрубков, применяемых для соединения трубопроводов, либо в качестве пневматических амортизаторов для защиты технических объектов от вибраций и ударов.

Ключевые слова: резинокордный патрубок, линейаризованная математическая модель, аналитическое решение, метод повышения точности расчётов.

Введение

В технических приложениях резинокордные патрубки используются для соединения трубопроводов [1, 2] и применяются в качестве пневматических амортизаторов рукавного типа [3] (или рукавных амортизаторов растяжения [4]) для защиты оборудования от вибраций и ударов.

В [5] предложена математическая модель резинокордных оболочек вращения, которая отличается от математической модели безмоментной теории сетчатых оболочек [6–12], используемой в механике пневматических шин, учётом растяжимости нитей корда и упругого сопротивления резиновой матрицы без ограничения величины возникающих деформаций. Напряжённно-деформированное состояние резинокордной оболочки описывается системой уравнений, состоящей из четырёх дифференциальных уравнений

$$\frac{dT_1}{d\xi_0} = \lambda_1 \frac{T_2 - T_1}{r} \sin \varphi_1, \quad (1)$$

$$\frac{dz}{d\xi_0} = \lambda_1 \cos \varphi_1, \quad (2)$$

$$\frac{dr}{d\xi_0} = \lambda_1 \sin \varphi_1, \quad (3)$$

$$\frac{d\varphi_1}{d\xi_0} = -\lambda_1 \kappa_1 \quad (4)$$

с соответствующими граничными условиями крепления резинокордной оболочки к металлической арматуре; выражений для кривизны меридиана κ_1 и кривизны параллели κ_2 :

$$\kappa_1 = \frac{P_u - \kappa_2 T_2}{T_1},$$

$$\kappa_2 = \frac{\cos \varphi_1}{r}; \quad (5)$$

зависимостей

$$\lambda_2 = \frac{r}{r_0},$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \operatorname{tg} \alpha_0, \quad (6)$$

характеризующих кратность удлинения параллели λ_2 и величину угла наклона нитей корда к меридиану α ; определяющих соотношений

$$T_1 = 2 \frac{k}{\delta_0} \frac{P_k(\lambda_k)}{\lambda_k} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cos^2 \alpha_0 + 2h_0 \chi_p \frac{\Psi_1(\lambda_1, \lambda_2)}{\lambda_1 \lambda_2}, \quad (7)$$

$$T_2 = 2 \frac{k}{\delta_0} \frac{P_k(\lambda_k)}{\lambda_k} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \sin^2 \alpha_0 + 2h_0 \chi_p \frac{\Psi_2(\lambda_1, \lambda_2)}{\lambda_1 \lambda_2}, \quad (8)$$

связывающих погонные (на единицу длины) меридианное усилие T_1 и тангенциальное (окружное) усилие T_2 с кратностями удлинения меридиана λ_1 и параллели λ_2 . Функции

$$\Psi_1(\lambda_1, \lambda_2) = \lambda_1 \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_1} - (\lambda_1 \lambda_2)^{-1} \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_3} \Big|_{\lambda_3=(\lambda_1 \lambda_2)^{-1}}, \quad (9)$$

$$\Psi_2(\lambda_1, \lambda_2) = \lambda_2 \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_2} - (\lambda_1 \lambda_2)^{-1} \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_3} \Big|_{\lambda_3=(\lambda_1 \lambda_2)^{-1}} \quad (10)$$

описывают упругие напряжения в резине через упругий потенциал $\Phi(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ с учётом условия несжимаемости $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1$ ($\lambda_3 = h/h_0$ — кратность изменения толщины стенки). Здесь ξ_0, ξ — криволинейная координата произвольной материальной точки меридиана оболочки в отсчётной (до нагружения) и актуальной (после нагружения) конфигурации соответственно, равная длине дуги меридиана в соответствующей конфигурации, φ_1 — угол между касательной к меридиану и осью вращения оболочки, p_u — внутреннее избыточное давление в оболочке, $P_k(\lambda_k)$ — силовая характеристика нити корда, отражающая зависимость усилия P_k от кратности удлинения нити корда

$$\lambda_k = \sqrt{\lambda_1^2 \cos^2 \alpha_0 + \lambda_2^2 \sin^2 \alpha_0}, \quad (11)$$

k — число слоёв нитей корда одного направления,

$$\begin{aligned} \chi_p &= 1 - \chi_k, \\ \chi_k &= \frac{\pi d_k^2 k}{4 \delta_0 h_0}, \end{aligned} \quad (12)$$

объёмные доли резины и нитей корда соответственно в (несжимаемом) резинокордном композите, d_k — диаметр нити корда в ненагруженном состоянии, h_0 и h — полутолщина стенки резинокордной оболочки до и после нагружения. Геометрическая форма оболочки в ненагруженном состоянии описывается параметрическими зависимостями $r_0 = r_0(\xi_0)$, $z_0 = z_0(\xi_0)$ для меридиана срединной поверхности (в цилиндрической системе координат), начальный шаг между нитями корда и начальный угол наклона нитей корда к меридиану определяется параметрическими зависимостями $\delta_0 = \delta_0(\xi_0)$, $\alpha_0 = \alpha_0(\xi_0)$ соответственно, которые устанавливаются путём прямых измерений специальным образом подготовленных образцов резинокордной оболочки [13], либо теоретически, исходя из технологии изготовления резинокордной оболочки [5].

Полная система уравнений (1)–(12), описывающая упругое деформирование резинокордной оболочки, является нелинейной. По этой причине возможно только численное решение соответствующей краевой задачи. При поиске численного решения нелинейной задачи необходимо располагать «хорошим» начальным приближением, достаточно близким к искомому решению для того, чтобы обеспечить сходимость численного алгоритма и сократить время проведения численных расчётов. С этой целью посредством

линеаризации исходных нелинейных уравнений (1)–(12) в [14] получена приближённая линейная модель и проанализированы её характерные особенности. При этом было отмечено, что наибольший практический интерес линеаризованная математическая модель представляет для аналитического расчёта резинокордных патрубков, у которых меридиан срединной поверхности в ненагруженном состоянии является прямой линией.

Чтобы получить приближённое аналитическое решение линеаризованной краевой задачи для резинокордного патрубка, воспользуемся в настоящей статье приближённым аналитическим методом, предложенным в [15], и распространим его на общий случай, когда фланцы (торцы) резинокордного патрубка могут совершать относительно осевого перемещение. Данный метод в своём развитии интересен тем, что позволяет вносить поправки более высокого порядка точности в аналитическое решение, получаемое в первом приближении по внутреннему избыточному давлению и относительному смещению фланцев. Благодаря этому удаётся расширить диапазоны изменения давлений и относительных смещений, в которых обеспечивается лучшее согласование приближённых аналитических зависимостей с результатами численного решения нелинейной задачи в точной постановке.

1. Постановка задачи

В отсчётной конфигурации (ненагруженном состоянии) резинокордный патрубок представляет собой оболочку со срединной поверхностью в виде цилиндра радиуса r_0 и длины l_0 (рис. 1а). В актуальной конфигурации (после нагружения внутренним избыточным давлением p_u и относительного смещения торцов S) срединная поверхность оболочки принимает форму некоторой поверхности вращения переменного радиуса $r(\xi)$ и длины $l = l_0 + S$ (рис. 1б). При этом благодаря осевой симметрии произвольно взятая материальная точка в меридианном сечении оболочки переходит из начального положения M_0 с цилиндрическими координатами r_0, z_0 в конечное положение M с цилиндрическими координатами r, z , не выходя за пределы данного меридианного сечения оболочки (рис. 1).

При линеаризации исходной нелинейной системы уравнений (1)–(12) в [14] используются представления

$$\begin{aligned} r &= r_0 + u_r, \\ z &= z_0 + u_z, \end{aligned} \quad (13)$$

где u_r, u_z — радиальное и осевое перемещения точек срединной поверхности оболочки при переходе из отсчётной в актуальную конфигурацию соответственно (рис. 1). Так как линейная математическая модель ограничена малыми упругими деформациями [14], в определяющих соотношениях (7), (8) не учитывается вклад резины из-за пренебрежимо малой его величины по сравнению с вкладом нитей корда, которые воспринимают практически всю нагрузку, приложенную к резинокордной оболочке. В результате погон-

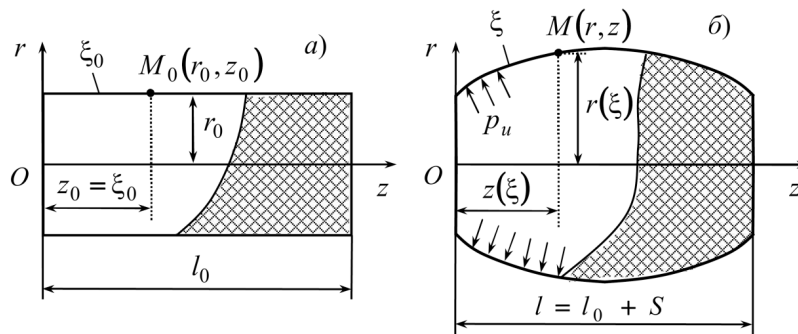


Рис. 1. Резинокордный патрубкок: а) до нагружения; б) после нагружения
Fig. 1. Rubber-cord branch pipe: a) before loading; b) after loading

ные усилия вдоль меридиана T_1 и параллели T_2 определяются из соотношений

$$T_1 = 2 \frac{k P_k(\lambda_k) \lambda_1}{\delta_0 \lambda_k \lambda_2} \cos^2 \alpha_0,$$

$$T_2 / T_1 = \operatorname{tg}^2 \alpha. \quad (14)$$

Упрощённые определяющие соотношения (14) лежат в основе безмоментной теории сетчатых оболочек вращения [6–12].

В качестве исходного принимается предположение [14], что T_1 , u_r , u_z , φ_1 непрерывным образом зависят от внутреннего избыточного давления p_u и относительного перемещения S , так что

$$\lim_{p_u \rightarrow 0} \left. T_1 \right|_{S=0} = 0,$$

$$\lim_{p_u \rightarrow 0} \left. u_r \right|_{S=0} = 0,$$

$$\lim_{p_u \rightarrow 0} \left. u_z \right|_{S=0} = 0,$$

$$\lim_{p_u \rightarrow 0} \left. \varphi_1 \right|_{S=0} = 0.$$

Предполагается также, что избыточное давление p_u и перемещение S достаточно малы, чтобы можно было пренебречь всеми членами в исходных нелинейных уравнениях, кроме тех, которые линейно зависят от величин S , p_u , T_1 , u_r , u_z , φ_1 и их производных по независимой переменной ξ_0 .

Важно отметить, что при линеаризации исходной нелинейной системы уравнений (1)–(12) для кривизны меридиана в [14] получается выражение

$$\kappa_1 = \frac{p_u}{T_1} - \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{r_0} + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{r_0^2} u_r - \frac{2 \operatorname{tg} \alpha_0}{r_0 \cos^2 \alpha_0} \Delta \alpha, \quad (15)$$

которое записано (для удобства дальнейшего изложения) не для общего случая, как в [14], а применительно к резинокордному патрубку. Здесь $\Delta \alpha$ — приращение угла наклона нитей корда к меридиану, определяемое по аналогии с представлениями (13):

$$\alpha = \alpha_0 + \Delta \alpha. \quad (16)$$

При $p_u = 0$ кривизна меридиана патрубка $\kappa_1 = 0$ (рис. 1). В силу данного факта из (15) устанавливается, что

$$\lim_{p_u \rightarrow 0} \kappa_1 = \lim_{p_u \rightarrow 0} \frac{p_u}{T_1} - \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{r_0} = 0$$

или

$$\lim_{p_u \rightarrow 0} \frac{p_u}{T_1} = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{r_0}.$$

Следовательно, по определению предела [16]

$$\frac{p_u}{T_1} = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{r_0} - A, \quad (17)$$

где A — некоторая величина первого порядка малости: $\lim_{p_u \rightarrow 0} A = 0$. Из формулы (17) вытекает выражение для погонного меридианного усилия

$$T_1 = \frac{r_0 p_u}{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 - r_0 A}, \quad (18)$$

которое после определения зависимости $A(\xi_0)$ позволяет существенно повысить точность первого приближения

$$T_1 \cong \frac{r_0 p_u}{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}. \quad (19)$$

Таким образом, линейная математическая модель, полученная в [14] для резинокордной оболочки произвольной формы, применительно к резинокордному патрубку (рис. 1) имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dA}{d\xi_0} = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 (\operatorname{tg}^2 \alpha_0 - 1)}{r_0^2} \varphi_1; \\ \frac{d\varphi_1}{d\xi_0} = A + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{r_0^2} \left(\frac{2}{\cos^2 \alpha_0} - 1 \right) u_r - \frac{\delta_0}{\bar{a} k \cos^4 \alpha_0} p_u; \\ \frac{du_r}{d\xi_0} = \varphi_1; \\ \frac{du_z}{d\xi_0} = -\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{r_0} u_r + \frac{\delta_0 r_0 (\operatorname{tg}^2 \alpha_0 + 1)}{2 \bar{a} k \sin^2 \alpha_0} p_u. \end{cases} \quad (20)$$

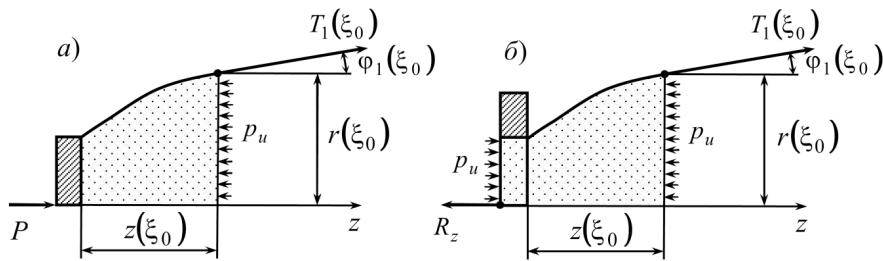


Рис. 2. Равновесие системы приложенных сил:
 а) к отсечённой части резинокордного патрубка с заглушкой;
 б) к отсечённой части резинокордного патрубка с фланцем
 Fig. 2. The balance of the system of applied forces:
 а) to the cut off part of the rubber cord pipe with a plug;
 б) to the cut off part of the rubber cord pipe with a flange

Здесь \bar{a} — эффективный модуль растяжения линеаризованной силовой характеристики нитей корда $P_k(\epsilon_k)$, а $\epsilon_k = \lambda_k - 1$ — относительное удлинение.

К системе четырёх обыкновенных дифференциальных уравнений (20) добавляются четыре граничных условия закрепления торцов оболочки (рис. 1):

$$\begin{aligned} u_r|_{\xi_0=0} &= 0, \\ u_z|_{\xi_0=0} &= 0; \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} u_r|_{\xi_0=2\xi_0^k} &= 0, \\ u_z|_{\xi_0=2\xi_0^k} &= S. \end{aligned} \quad (22)$$

Поскольку у резинокордного патрубка существует плоскость симметрии, расположенная по середине его длины (рис. 1), граничные условия (22) можно заменить эквивалентными граничными условиями

$$\begin{aligned} \varphi_1|_{\xi_0=l_0/2} &= 0, \\ u_z|_{\xi_0=l_0/2} &= S/2. \end{aligned} \quad (23)$$

После решения системы линеаризованных дифференциальных уравнений (20) с граничными условиями (21) — (23) и определения функций $A(\xi_0)$, $\varphi_1(\xi_0)$, $u_r(\xi_0)$, $u_z(\xi_0)$ становится известной геометрия меридиана срединной поверхности патрубка (в первом приближении по избыточному давлению p_u и относительному смещению торцов S). Затем с использованием первого приближения для погонного меридианного усилия (18) находятся первые приближения для погонного усилия T_2 , относительного удлинения нитей корда $\epsilon_k = \lambda_k - 1$ и усилия в нитях корда P_k [14]:

$$\begin{aligned} T_2 &\cong T_1 \operatorname{tg}^2 \alpha_0, \\ \epsilon_k &\cong \frac{\delta_0 T_1}{2ak \cos^2 \alpha_0}, \\ P_k &\cong \bar{a} \epsilon_k. \end{aligned} \quad (24)$$

Приращение угла наклона нитей корда к меридиану в представлении (16) определяется зависимостью [14]

$$\Delta \alpha = \left(\frac{u_r}{r_0} - \epsilon_k \right) \operatorname{tg} \alpha_0. \quad (25)$$

Первые приближения (19), (24) для соответствующих величин являются довольно грубыми, ниже рассматривается процедура повышения точности.

В заключение более подробно, чем в [5], опишем расчётные формулы для усилия и распорной силы резинокордного патрубка. Силовые характеристики имеют важное практическое значение при использовании резинокордных патрубков (с металлическими заглушками на торцах) в качестве пневматических амортизаторов. Распорное усилие играет важную роль в случае, когда резинокордные патрубки (с металлическими фланцами) применяются для соединения трубопроводов.

Рассечём резинокордный патрубок плоским поперечным сечением и рассмотрим равновесие, к примеру, левой отсечённой части для двух возможных случаев конструктивного исполнения: либо с заглушкой на торце (рис. 2а), либо с фланцем на торце (рис. 2б).

По уравнению равновесия в проекции на ось вращения оболочки в первом случае (рис. 2а) получается выражение для усилия патрубка

$$P = \pi r^2(\xi_0) p_u - 2\pi r(\xi_0) T_1(\xi_0) \cos \varphi_1(\xi_0),$$

а во втором случае (рис. 2б) находится выражение для распорной силы

$$R_z = 2\pi r(\xi_0) T_1(\xi_0) \cos \varphi_1(\xi_0) - \pi r^2(\xi_0) p_u + \pi r^2(0) p_u.$$

Поскольку выбор поперечного сечения произволен, можно без ограничения общности принять $\xi_0 = 0$ и записать более удобные расчётные формулы

$$P = \pi r_0^2 p_u - 2\pi r_0 T_1(0) \cos \varphi_1(0), \quad (26)$$

$$R_z = 2\pi r_0 T_1(0) \cos \varphi_1(0). \quad (27)$$

Как видно из (26) и (27), абсолютные значения усилия патрубка и распорной силы отличаются друг от друга на величину силы давления

$$P_u = \pi r_0^2 p_u. \quad (28)$$

Поэтому по возможности следует избегать путаницы данных понятий: распорной силой является сила взаимодействия между резинокордной оболочкой и фланцем; усилием патрубка является сила, с которой патрубок действует через заглушку на контактирующее с ней внешнее тело. Как правило, величина силы давления (28) преобладает над величиной распорной силы (27). Поэтому при записи выражения (26) для усилия патрубка P за положительное условно (по соглашению) принято сжимающее усилие. Напротив, при записи выражения (27) для распорной силы R_z положительной условно (по соглашению) принята растягивающая сила.

2. Интегрирование системы линеаризованных уравнений

Продифференцируем по ξ_0 второе уравнение (20) и подставим в полученный результат первое и третье уравнения (20). После математических преобразований придём к дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2 \varphi_1}{d\xi_0^2} - \mu^2 \varphi_1 = 0, \quad (29)$$

где

$$\mu = \sqrt{3} \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{r_0}.$$

Общее решение (29) имеет вид

$$\varphi_1 = C_1 \operatorname{ch}(\mu \xi_0) + C_2 \operatorname{ch}(\mu \xi_0). \quad (30)$$

Используя первое граничное условие (23), можно сразу установить связь между постоянными интегрирования C_1 и C_2 :

$$C_1 = -C_2 \operatorname{th}\left(\frac{\mu l_0}{2}\right). \quad (31)$$

Подставляя (30) в третье уравнение (20) и проводя интегрирование по ξ_0 , со ссылкой на первое граничное условие (21) находим радиальные перемещения

$$u_r = \frac{C_1}{\mu} \operatorname{sh}(\mu \xi_0) + \frac{C_2}{\mu} [\operatorname{ch}(\mu \xi_0) - 1]. \quad (32)$$

Располагая решением (32), по четвёртому уравнению (20) и второму граничному условию (21) определяем осевые перемещения

$$u_z = -\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{\mu^2 r_0} \left\{ C_1 [\operatorname{ch}(\mu \xi_0) - 1] + C_2 \operatorname{sh}(\mu \xi_0) \right\} + \left[\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{\mu r_0} C_2 + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 + 1}{2 \bar{a} k \sin^2 \alpha_0} \delta_0 r_0 p_u \right] \xi_0. \quad (33)$$

С помощью (33) на основании второго граничного условия (21) и равенства (31) находятся постоянные интегрирования

$$\left\{ \begin{aligned} C_1 &= -3 \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{r_0} \operatorname{th}\left(\frac{\mu l_0}{2}\right) \frac{l_0 \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 + 1}{2 \bar{a} k \sin^2 \alpha_0} \delta_0 r_0 p_u - S}{2 \operatorname{th}\left(\frac{\mu l_0}{2}\right) - \mu l_0}; \\ C_2 &= 3 \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{r_0} \frac{l_0 \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 + 1}{2 \bar{a} k \sin^2 \alpha_0} \delta_0 r_0 p_u - S}{2 \operatorname{th}\left(\frac{\mu l_0}{2}\right) - \mu l_0}. \end{aligned} \right. \quad (34)$$

Таким образом, решения (30), (32), (33) полностью определены. Остаётся получить выражение для поправки к кривизне меридиана $A(\xi_0)$.

С этой целью подставим (30) в первое уравнение (20) и проинтегрируем полученный результат по ξ_0 . Будем иметь

$$A = A_0 + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 (\operatorname{tg}^2 \alpha_0 - 1)}{\mu r_0^2} \times \left\{ C_1 \operatorname{sh}(\mu \xi_0) + C_2 [\operatorname{ch}(\mu \xi_0) - 1] \right\}. \quad (35)$$

Чтобы найти постоянную интегрирования A_0 , подставим (35) и (30), (32) во второе уравнение (20). Данное уравнение тождественно выполняется, если

$$A_0 = \frac{\delta_0 p_u}{\bar{a} k \cos^4 \alpha_0} + \mu C_2. \quad (36)$$

Совместно (35), (36) приводят к искомой зависимости

$$A = \frac{\delta_0 p_u}{\bar{a} k \cos^4 \alpha_0} + \mu C_2 + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 (\operatorname{tg}^2 \alpha_0 - 1)}{\mu r_0^2} \times \left\{ C_1 \operatorname{sh}(\mu \xi_0) + C_2 [\operatorname{ch}(\mu \xi_0) - 1] \right\}. \quad (37)$$

С учётом (32) зависимость (37) можно представить в эквивалентном виде

$$A = \frac{\delta_0 p_u}{\bar{a} k \cos^4 \alpha_0} + \mu C_2 + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 (\operatorname{tg}^2 \alpha_0 - 1)}{r_0^2} u_r.$$

Согласно (34) постоянные интегрирования C_1 и C_2 пропорциональны избыточному давлению p_u и перемещению S . Поэтому все найденные решения (30), (32), (33), (37) линеаризованной задачи также пропорциональны избыточному давлению p_u и перемещению S . Иными словами,

$$\left\{ \begin{aligned} \varphi_1 &= \bar{\varphi}_1 p_u + \bar{\varphi}_1 S, \\ u_r &= \bar{u}_r p_u + \bar{u}_r S, \\ u_z &= \bar{u}_z p_u + \bar{u}_z S, \\ A &= \bar{A} p_u + \bar{A} S. \end{aligned} \right. \quad (38)$$

Здесь

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{\varphi}_1 &= \bar{C}_1 \operatorname{ch}(\mu \xi_0) + \bar{C}_2 \operatorname{sh}(\mu \xi_0); \\ \bar{\varphi}_1 &= \bar{C}_1 \operatorname{ch}(\mu \xi_0) + \bar{C}_2 \operatorname{sh}(\mu \xi_0). \end{aligned} \right. \quad (39)$$

$$\begin{cases} \bar{u}_r = \frac{\bar{C}_1}{\mu} \operatorname{sh}(\mu \xi_0) + \frac{\bar{C}_2}{\mu} [\operatorname{ch}(\mu \xi_0) - 1]; \\ \bar{u}_z = \frac{\bar{C}_1}{\mu} \operatorname{sh}(\mu \xi_0) + \frac{\bar{C}_2}{\mu} [\operatorname{ch}(\mu \xi_0) - 1]. \end{cases} \quad (40)$$

$$\begin{cases} \bar{u}_z = -\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{\mu^2 r_0} \left\{ \bar{C}_1 [\operatorname{ch}(\mu \xi_0) - 1] + \bar{C}_2 \operatorname{sh}(\mu \xi_0) \right\} + \\ + \left[\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{\mu r_0} \bar{C}_2 + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 + 1}{2\bar{a}k \sin^2 \alpha_0} \delta_0 r_0 \right] \xi_0; \\ \bar{u}_r = -\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{\mu^2 r_0} \left\{ \bar{C}_1 [\operatorname{ch}(\mu \xi_0) - 1] + \bar{C}_2 \operatorname{sh}(\mu \xi_0) \right\} + \\ + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{\mu r_0} \bar{C}_2 \xi_0. \end{cases} \quad (41)$$

$$\begin{cases} \bar{A} = \frac{\delta_0}{\bar{a}k \cos^4 \alpha_0} + \mu \bar{C}_2 + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 (\operatorname{tg}^2 \alpha_0 - 1)}{\mu r_0^2} \times \\ \times \left\{ \bar{C}_1 \operatorname{sh}(\mu \xi_0) + \bar{C}_2 [\operatorname{ch}(\mu \xi_0) - 1] \right\}; \\ \bar{A} = \mu \bar{C}_2 + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 (\operatorname{tg}^2 \alpha_0 - 1)}{\mu r_0^2} \times \\ \times \left\{ \bar{C}_1 \operatorname{sh}(\mu \xi_0) + \bar{C}_2 [\operatorname{ch}(\mu \xi_0) - 1] \right\}. \end{cases} \quad (42)$$

$$\begin{cases} \bar{C}_1 = -3 \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{r_0} \operatorname{th} \left(\frac{\mu l_0}{2} \right) \frac{l_0 \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 + 1}{2\bar{a}k \sin^2 \alpha_0} \delta_0 r_0}{2\operatorname{th} \left(\frac{\mu l_0}{2} \right) - \mu l_0}; \\ \bar{C}_1 = 3 \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{r_0} \frac{\operatorname{th} \left(\frac{\mu l_0}{2} \right)}{2\operatorname{th} \left(\frac{\mu l_0}{2} \right) - \mu l_0}. \end{cases} \quad (43)$$

$$\begin{cases} \bar{C}_2 = 3 \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{r_0} \frac{l_0 \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 + 1}{2\bar{a}k \sin^2 \alpha_0} \delta_0 r_0}{2\operatorname{th} \left(\frac{\mu l_0}{2} \right) - \mu l_0}; \\ \bar{C}_2 = -\frac{3 \left(\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{r_0} \right)}{2\operatorname{th} \left(\frac{\mu l_0}{2} \right) - \mu l_0}. \end{cases} \quad (44)$$

Выражения (39)–(44) определяют значения соответствующих величин при единичном избыточном давлении и единичном перемещении в выбранной системе единиц (например, в международной системе СИ — при $p_u = 1$ Па, $S = 1$ м). На основании этого для первых приближений величин (19), (24), (25) и (15) можно записать

$$\begin{aligned} T_1 &= \bar{T}_1 p_u + \bar{T}_1 S, \\ \bar{T}_1 &= \frac{r_0}{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}; \\ \bar{T}_1 &= 0, \\ T_2 &= \bar{T}_2 p_u + \bar{T}_2 S, \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \bar{T}_2 &= r_0, \\ \bar{T}_2 &= 0; \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} P_k &= \bar{P}_k p_u + \bar{P}_k S, \\ \bar{P}_k &= \frac{\delta_0 r_0}{2k \sin^2 \alpha_0}, \\ \bar{P}_k &= 0; \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_k &= \bar{\varepsilon}_k p_u + \bar{\varepsilon}_k S, \\ \bar{\varepsilon}_k &= \frac{\delta_0 r_0}{2\bar{a}k \sin^2 \alpha_0}, \\ \bar{\varepsilon}_k &= 0; \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \Delta \alpha &= \Delta \bar{\alpha} p_u + \Delta \bar{\alpha} S, \\ \Delta \bar{\alpha} &= \frac{\operatorname{tg} \alpha_0}{r_0} \bar{u}_r - \frac{\delta_0 r_0}{\bar{a}k \sin 2\alpha_0}, \\ \Delta \bar{\alpha} &= \frac{\operatorname{tg} \alpha_0}{r_0} \bar{u}_r; \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= \bar{\kappa}_1 p_u + \bar{\kappa}_1 S, \\ \bar{\kappa}_1 &= \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{r_0^2} \bar{u}_r - \frac{2 \operatorname{tg} \alpha_0}{r_0 \cos^2 \alpha_0} \Delta \bar{\alpha} - \bar{A}, \\ \bar{\kappa}_1 &= \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{r_0^2} \bar{u}_r - \frac{2 \operatorname{tg} \alpha_0}{r_0 \cos^2 \alpha_0} \Delta \bar{\alpha} - \bar{A}. \end{aligned} \quad (50)$$

Формулы (45)–(50) описывают в явном виде зависимость соответствующих величин от избыточного давления и относительного перемещения торцов оболочки, а также конструктивных параметров резинокордного патрубка.

3. Внесение поправок для повышения точности решения

Согласно первому приближению (45), погонное меридианное усилие T_1 является постоянным по длине патрубка и не зависит от относительного смещения его торцов. Чтобы повысить точность определения меридианного усилия, воспользуемся ранее полученной формулой (18), по которой

$$T_1 = \frac{r_0 p_u}{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 - r_0 A}. \quad (51)$$

Поскольку входящая в (51) величина A в соответствии с последней формулой (38) и выражениями (42) является функцией материальной координаты ξ_0 , то таковой будет и выражение (51). Поэтому формула (51) служит приближением более высокого порядка точности, чем (45).

После этого для расчёта погонного тангенциального усилия вместо первого приближения (46) правомерно использовать точное (нелинеаризованное) выражение, вытекающее из второй формулы (14):

$$T_2 = T_1 \operatorname{tg}^2 \alpha. \quad (52)$$

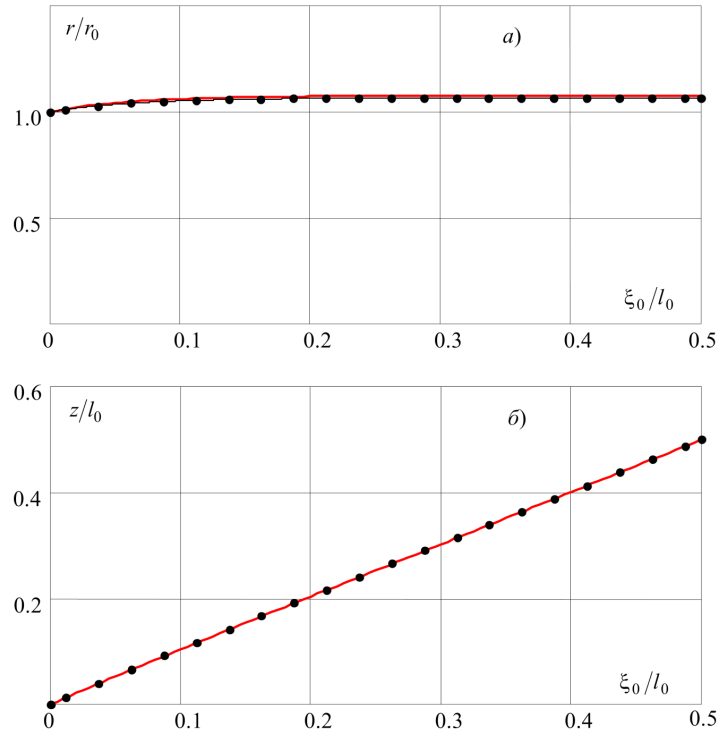


Рис. 3. Цилиндрические координаты меридиана средней поверхности резинокордного патрубка типоразмера РКП-80 ($p_u=1$ МПа, $S=0$): а) радиальная координата; б) осевая координата; сплошная линия — численное решение; линия с точками — аналитическое решение в первом приближении

Fig. 3. Cylindrical coordinates of the meridian of the middle surface of the rubber cord pipe of standard size RCP-80 ($p_u=1$ MPa, $S=0$): a) the radial coordinate; b) axial coordinate; solid line — numerical solution; line with dots — analytical solution as a first approximation

Подставляя в (52) формулу (51) и учитывая (16), (49), получаем следующее аналитическое выражение более высокого порядка точности:

$$T_2 = \frac{r_0 p_u}{\text{tg}^2 \alpha_0 - r_0 A} \text{tg}^2(\alpha_0 + \Delta\alpha). \quad (53)$$

При относительных удлинениях нитей корда ε_k до 10% правомерно применение закона Гука (24) с эффективным модулем упругости \bar{a} ($\varepsilon_k \geq 0$):

$$P_k = \bar{a} \varepsilon_k. \quad (54)$$

Подставляя (54) в первое (нелиinearизованное) определяющее соотношение (14) и принимая во внимание второе (нелиinearизованное) выражение (6), приходим к равенству

$$\frac{k}{\delta_0} \frac{\bar{a} \varepsilon_k}{1 + \varepsilon_k} \sin 2\alpha_0 = T_1 \text{tg} \alpha,$$

из которого вытекает, что

$$\varepsilon_k = \frac{\delta_0 T_1 \text{tg} \alpha}{\bar{a} k \sin 2\alpha_0 \left(1 - \frac{\delta_0 T_1 \text{tg} \alpha}{\bar{a} k \sin 2\alpha_0} \right)}. \quad (55)$$

На основании (16), (49) подстановкой (51) в (55) определяется уточнённая зависимость для относительного удлинения нитей корда

$$\varepsilon_k = \frac{\delta_0 r_0 p_u \text{tg}(\alpha_0 + \Delta\alpha)}{\bar{a} k \sin 2\alpha_0 (\text{tg}^2 \alpha_0 - r_0 A) - \delta_0 r_0 p_u \text{tg}(\alpha_0 + \Delta\alpha)}.$$

Отсюда в соответствии с (54) приходим к уточнённой аналитической формуле для расчёта растягивающего усилия в нитях корда

$$P_k = \frac{\bar{a} \delta_0 r_0 p_u \text{tg}(\alpha_0 + \Delta\alpha)}{\bar{a} k \sin 2\alpha_0 (\text{tg}^2 \alpha_0 - r_0 A) - \delta_0 r_0 p_u \text{tg}(\alpha_0 + \Delta\alpha)}. \quad (56)$$

4. Обсуждение результатов

Для оценки точности полученных результатов сопоставим между собой характеристики напряжённо-деформированного состояния резинокордного патрубков, рассчитываемые по приближённому аналитическому решению и численному решению исходной системы нелинейных уравнений (1) – (12). В качестве примера возьмём резинокордный патрубок типоразмера РКП-80 [2].

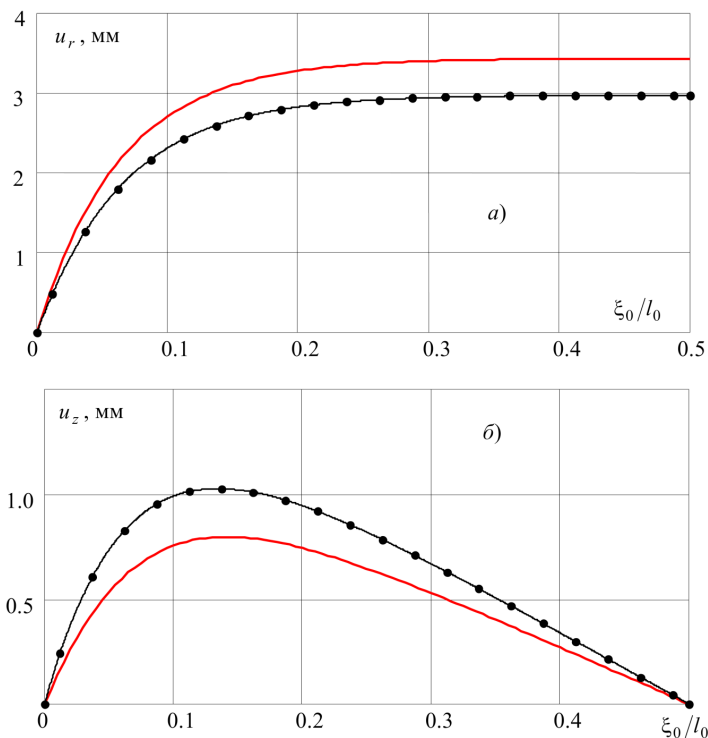


Рис. 4. Радиальные (а) и осевые (б) перемещения меридиана срединной поверхности резинокордного патрубка типоразмера РКП-80 ($p_u=1$ МПа, $S=0$): сплошная линия — численное решение; линия с точками — аналитическое решение в первом приближении
 Fig. 4. Radial (a) and axial (b) displacements of the meridian the middle surface of the rubber cord pipe type RCP-80 ($p_u=1$ МПа, $S=0$): solid line — numerical solution; line with dots — analytical solution as a first approximation

Исходные данные. Рабочее избыточное давление $p_u = 1$ МПа, угол закроя корда $\alpha_0 = 54,5^\circ$, число слоёв нитей корда одного направления $k = 2$, радиус срединной поверхности $r_0 = 45$ мм (внутренний диаметр 80 мм, толщина стенки 10 мм), длина $l_0 = 198$ мм (длина патрубка по фланцам 210 мм, толщина фланцев 12 мм). Ткань кордовая капроновая 23 КНТС [17]: шаг между нитями корда $\delta_0 = 1,064$ мм (число нитей на 10 см по основе равно 94), разрывная нагрузка нити корда $P_B = 230$ Н, относительные удлинения нити корда 4,5%, 8,5%, 27% при нагрузке 20 Н, 39 Н, 230 Н соответственно. При численном решении силовая характеристика нитей корда аппроксимировалась квадратичным уравнением регрессии

$$P_k = a\epsilon_k + b\epsilon_k^2$$

с коэффициентами регрессии $a = 303,2$ Н, $b = 2,031$ кН. Для относительных удлинений нитей корда ϵ_k , не превышающих 10%, в законе Гука (54) эффективный модуль упругости $\bar{a} = 467,6$ Н. Вклад резины в несущую способность резинокордного патрубка при проведении расчётов не учитывался.

И хотя рабочее избыточное давление $p_u = 1$ МПа не так уж мало, как предполагалось в ходе приближённого аналитического реше-

ния, совпадение с численным решением исходной системы нелинейных уравнений в точной постановке является вполне приемлемым для геометрических размеров патрубка в цилиндрических координатах (рис. 3), для радиальных и осевых перемещений меридиана срединной поверхности (рис. 4), для угла наклона касательной к меридиану, кривизны меридиана и угла наклона нитей корда (рис. 5). Максимальная относительная погрешность в определении радиуса срединной поверхности оболочки, имеющая место посередине длины патрубка, составляет 0,95%, максимальная абсолютная погрешность в определении радиальных и осевых перемещений не превышает 0,5 мм.

Поправки, внесённые в величину погонных усилий (меридианного и тангенциального), существенно повышают точность соответствующих расчётов. Сопоставление расчётных данных, получаемых по уточнённой аналитической зависимости (51), с аналогичными данными численного решения показывает, что относительная погрешность определения меридианного усилия T_1 (рис. 6а) составляет 1,8% у торцов оболочки и 0,53% посередине оболочки, тогда как для первого приближения (45) относительная погрешность имела значения 18,6% и 10,7% соответственно. О степени точности определения окружного уси-

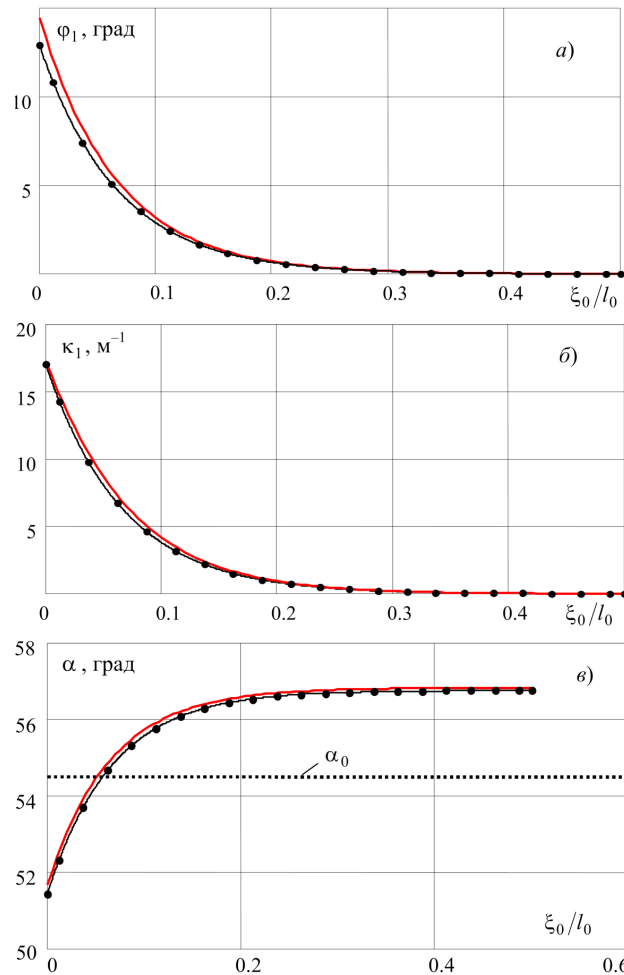


Рис. 5. Угол наклона касательной к меридиану (а), кривизна меридиана (б), угол наклона нитей корда (в) для резинокордного патрубка типоразмера РКП-80 ($p_u=1$ МПа, $S=0$): сплошная линия — численное решение; линия с точками — аналитическое решение в первом приближении

Fig. 5. The angle of inclination of the tangent to the meridian (a), the curvature of the meridian (b), the angle of inclination of the cord (c) for the rubber cord pipe type RCP-80 ($p_u=1$ МПа, $S=0$): solid line — numerical solution; line with dots — analytical solution as a first approximation

для T_2 по уточнённой аналитической зависимости (53) можно судить по рис. 6б: погрешность у торцов оболочки составляет 0,07%, а посередине оболочки — 0,02%, тогда как в первом приближении (46) относительная погрешность достигала 186,0% и 82,7% соответственно. Такой же высокий уровень точности обеспечивается уточнённой аналитической зависимостью (56) при расчёте усилия в нитях корда P_k (рис. 7): относительная погрешность составляет 0,20% у торцов оболочки и 0,49% посередине оболочки.

Таким образом, предложенные уточнённые аналитические зависимости можно рекомендовать для проведения практических расчётов.

Рассмотрим важный для практики вопрос о диапазоне допустимых значений избыточного давления, в котором можно проводить прочностные расчёты резинокордных патрубков по уточнённым аналитическим зависимостям.

По аналитической зависимости (56) максимальное усилие в нитях корда, имеющее место посередине длины резинокордного патрубка, равно

$$P_k^{\max} = \frac{\bar{\alpha} \delta_0 r_0 p_u \operatorname{tg}[\alpha_0 + \Delta\alpha(\xi_0)]}{\bar{\alpha} k \sin 2\alpha_0 [\operatorname{tg}^2 \alpha_0 - r_0 A(\xi_0)] - \delta_0 r_0 p_u \operatorname{tg}[\alpha_0 + \Delta\alpha(\xi_0)]} \Big|_{\xi_0=l_0/2} \quad (57)$$

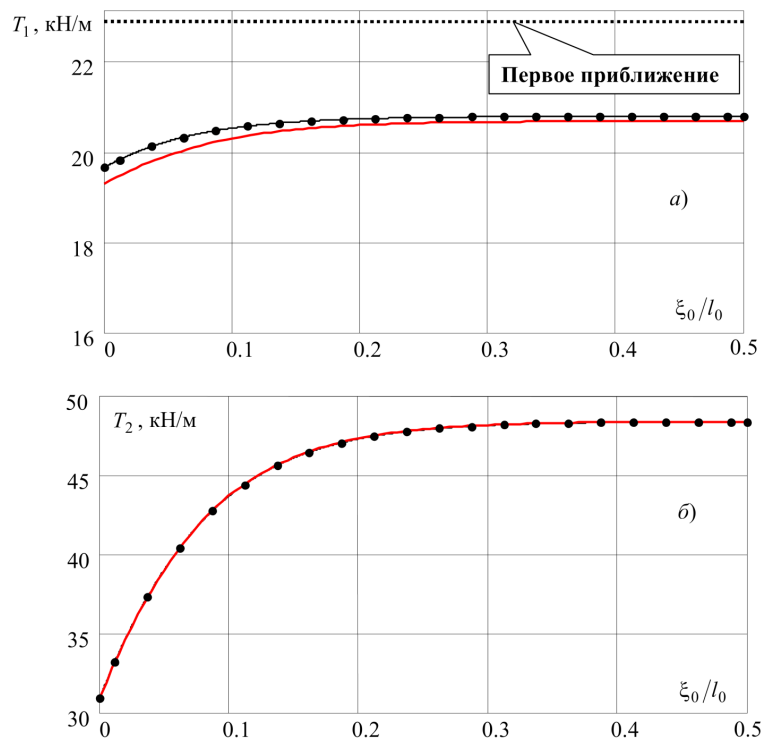


Рис. 6. Погонные усилия, меридианное (а) и тангенциальное (б), для резинокордного патрубка типоразмера РКП-80 ($p_u=1$ МПа, $S=0$): сплошная линия — численное решение; линия с точками — уточнённое аналитическое решение
 Fig. 6. Linear force, meridian (a) and tangential (b), for rubber cord pipe of standard type RCP-80 ($p_u=1$ МПа, $S=0$): solid line — numerical solution; line with dots — refined analytical solution

Считая параметры p_u , $\Delta\alpha$, A достаточно малыми величинами, разложим (57) в ряд Тейлора и ограничимся квадратичной зависимостью. В итоге получим

$$P_k^{\max} = \frac{\delta_0 p_u}{k \sin 2\alpha_0} \times \left[\frac{r_0}{\operatorname{tg} \alpha_0} + \frac{r_0}{\sin^2 \alpha_0} \Delta\alpha(\xi_0) + \frac{r_0^2}{\operatorname{tg}^3 \alpha_0} A(\xi_0) + \frac{\delta_0 r_0^2 p_u}{\bar{a} k \sin 2\alpha_0 \operatorname{tg}^2 \alpha_0} \right]_{\xi_0=l_0/2} \quad (58)$$

Сопоставляя аналитическое решение по формулам (57), (58) с соответствующими результатами численного решения исходной системы нелинейных уравнений (рис. 8), приходим к выводу, что для величины давления разрушения формула (57) даёт оценку снизу, а формула (58) — оценку сверху.

Согласно натурным испытаниям трёх образцов резинокордного патрубка типоразмера РКП-80 (табл. 1), экспериментальное значение давления разрушения $p_u^B = 11,2 \pm 0,9$ МПа (верхний индекс B от немецкого слова *Bruch* — разрушение, разрыв, ломка, по аналогии с общепринятым обозначением предела прочности σ_B ; среднее значение и среднеквадратичное отклонение опытных данных определялись по обще-

принятым формулам [18, 19]). Разрыв образцов происходил в направлении, перпендикулярном к нитям корда в слоях одного из направлений (рис. 9). Расчётное значение давления разрушения по формуле (58) и условию прочности $P_k^{\max} = P_B$ составило $p_u^B = 10,5$ МПа, что укладывается в доверительный интервал разброса экспериментальных данных с погрешностью 6,25%.

По формуле (27) распорная сила равна

$$R_z = 2\pi r T_1 \cos \varphi_1|_{\xi_0=0}, \quad (59)$$

где на основании (51), (37)

$$T_1(\xi_0) = \frac{r_0 p_u}{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 - r_0 A(\xi_0)}, \quad (60)$$

$$A(\xi_0) = \frac{\delta_0 p_u}{\bar{a} k \cos^4 \alpha_0} + \mu C_2 + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 (\operatorname{tg}^2 \alpha_0 - 1)}{\mu r_0^2} \times \left\{ C_1 \operatorname{sh}(\mu \xi_0) + C_2 [\operatorname{ch}(\mu \xi_0) - 1] \right\}, \quad (61)$$

а в соответствии с аналитическим решением (30)

$$\varphi_1|_{\xi_0=0} = C_1. \quad (62)$$

Напомним, что значение C_1 описывается первым выражением (34).

С другой стороны, согласно рис. 1 и определениям (13),

Таблица 1. Экспериментальные и расчётные значения давления разрушения резинокордного патрубка типоразмера РКП-80 ($S=0$)
Table 1. Experimental and calculated values of the fracture pressure of the rubber-cord branch pipe of standard size RCP-80 ($S=0$)

Образец	Давление разрушения p_u^B , МПа		Погрешность расчёта, %	
	эксперимент	расчёт	отдельно для образца	по среднему значению
1	11,0	11,2±0,9	10,5	4,55
2	10,4			0,96
3	12,2			13,93

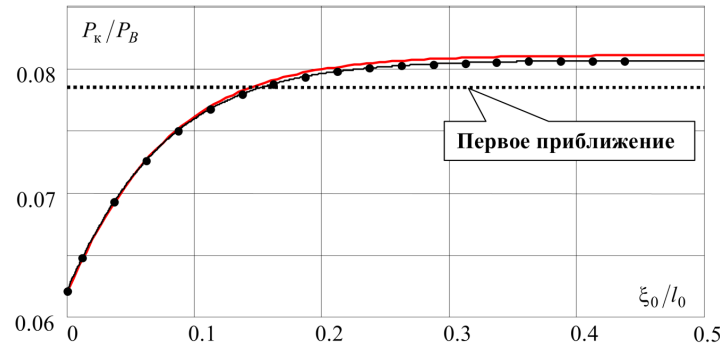


Рис. 7. Усилия в нитях корда резинокордного патрубка типоразмера РКП-80 ($p_u=1$ МПа, $S=0$):
сплошная линия — численное решение;
линия с точками — уточнённое аналитическое решение;
 P_B — разрывное усилие нитей корда
Fig. 7. Force in cord cords of rubber cord type RCP-80 ($p_u=1$ МПа, $S=0$):
solid line — numerical solution;
line with dots — refined analytical solution;
 P_B — breaking strength of the cord

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{dr}{dz} = \frac{dr/d\xi_0}{dz/d\xi_0} = \frac{du_r/d\xi_0}{1 + du_z/d\xi_0}, \quad (63)$$

так как для резинокордного патрубка $r_0 = \text{const}$, $z_0 = \xi_0$. По аналитическим зависимостям (32), (33)

$$\begin{cases} \frac{du_r}{d\xi_0} = C_1 \operatorname{ch}(\mu\xi_0) + C_2 \operatorname{sh}(\mu\xi_0); \\ \frac{du_z}{d\xi_0} = -\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{\mu r_0} [C_1 \operatorname{sh}(\mu\xi_0) + C_2 \operatorname{ch}(\mu\xi_0)] + \\ + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{\mu r_0} C_2 + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 + 1}{2\bar{a}k \sin^2 \alpha_0} \delta_0 r_0 p_u. \end{cases} \quad (64)$$

Поэтому вместо (62) можно использовать расчётную формулу

$$\varphi_1|_{\xi_0=0} = \operatorname{arctg} \left[C_1 \left(1 + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0 + 1}{2\bar{a}k \sin^2 \alpha_0} \delta_0 r_0 p_u \right)^{-1} \right], \quad (65)$$

основанную на (63), (64) и (31). Результаты расчёта распорной силы по формулам (59)–(61) с использованием отдельно выражения (62) и выражения (65) приведены на рис. 10; там же представлены результаты численного решения исход-

ной системы нелинейных уравнений. Как видим, формула (65) позволяет получать точные результаты в более широком диапазоне давлений, чем формула (62). Поэтому формулу (65) совместно с формулами (59)–(61) можно рекомендовать для практического применения, так как в этом случае при высоких избыточных давлениях получается завышенная оценка распорной силы, идущая в запас прочности проектируемой конструкции соединения трубопроводов.

Уточнённые аналитические зависимости позволяют строить силовые характеристики резинокордных патрубков (при использовании их в качестве пневматических амортизаторов) и подбирать оптимальные значения конструктивных параметров (начального радиуса r_0 и длины l_0 , угла закроя корда α_0 и т.д.) и режимных параметров (избыточного давления, усилия и удлинения пневмоамортизатора в положении статического равновесия). В качестве примера на базе резинокордного патрубка типоразмера РКП-80 по расчётной формуле (26) совместно с (60)–(62) на рис. 11 приведены изобарные силовые характеристики¹ пневмоамортизатора при фиксированной длине резинокордного патрубка, но разных углах закроя корда и разных избыточных давлениях. Соответственно, на рис. 12 представлены изобарные силовые характеристики пневмоамортизатора при фиксированном избы-

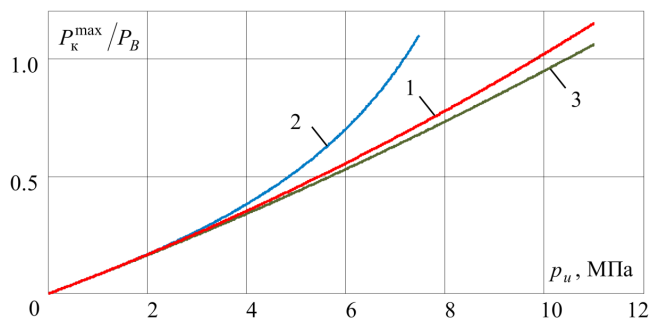


Рис. 8. Зависимость максимального усилия в нитях корда от избыточного давления для резинокордного патрубка типоразмера РКП-80 ($S=0$):

1 — численное решение; 2 — аналитическое решение (57);
3 — аналитическое решение (58);

P_B — разрывное усилие нитей корда

Fig. 8. The dependence of the maximum force in the cord overpressure for rubber cord pipe type RCP-80 ($S=0$):

1 — numerical solution; 2 — analytical solution (57);

3 — analytical solution (58); P_B — breaking strength of the cord



Рис. 9. Характер разрушения резинокордного патрубка типоразмера РКП-80 ($S=0$)

Fig. 9. The behavior of the destruction of the rubber cord pipe type RCP-80 ($S=0$)

точном давлении, но разных углах закроя корда и разных длинах резинокордного патрубка. Подобного рода силовые характеристики можно построить для всевозможных сочетаний конструктивных и режимных параметров. При этом для высоких избыточных давлений рекомендуется использовать формулу (65) вместо (62), чтобы обеспечить большую достоверность результатов расчётов.

Как видно из рис. 11, при малых углах закроя корда пневмоамортизатор работает как «пружина растяжения», а при больших углах закроя корда — как «пружина сжатия», поскольку в положении статического равновесия (при $S=0$) в первом случае усилие F является положительным (растягивающим), а во втором случае — отрицательным (сжимающим). С ростом избыточного давления несущая способность такой «пружины растяжения» уменьшается (рис. 11а), а несущая способность «пружины сжатия» увеличивается (рис. 11б). Вследствие этого при до-

статочно больших величинах избыточного давления пневмоамортизатор может работать только как «пружина сжатия». С увеличением длины пневмоамортизатора (и прочих равных условиях) жёсткость силовой характеристики пневмоамортизатора уменьшается (рис. 12), что имеет прикладное значение для создания систем виброзащиты и виброизоляции с квазиулеевой жёсткостью [20].

Выводы и заключение

Получено приближённое аналитическое решение линеаризованной системы уравнений, описывающих напряжённо-деформированное состояние резинокордных патрубков под действием внутреннего избыточного давления с учётом относительного смещения торцов. Как в механике пневматических шин, упругие силы деформирования резины во внимание не принимаются из-за пренебрежимо малой величины

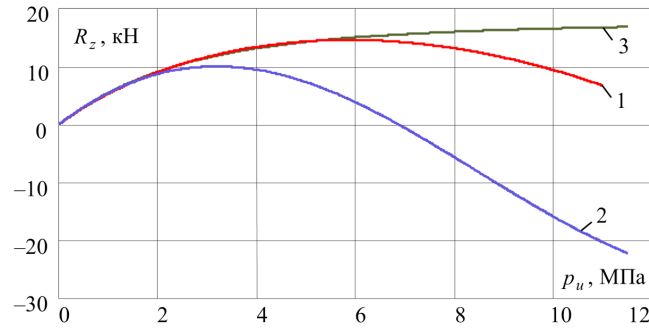


Рис. 10. Зависимость распорной силы от избыточного давления для резинокордного патрубка типоразмера РКП-80 ($S=0$):

- 1 — численное решение;
- 2 — аналитическое решение с использованием (62);
- 3 — аналитическое решение с использованием (65)

Fig. 10. The dependence of the brace force on the overpressure for the rubber-cord branch pipe of standard type RCP-80 ($S=0$):

- 1 — numerical solution; 2 — analytical solution using (62);
- 3 — analytical solution using (65)

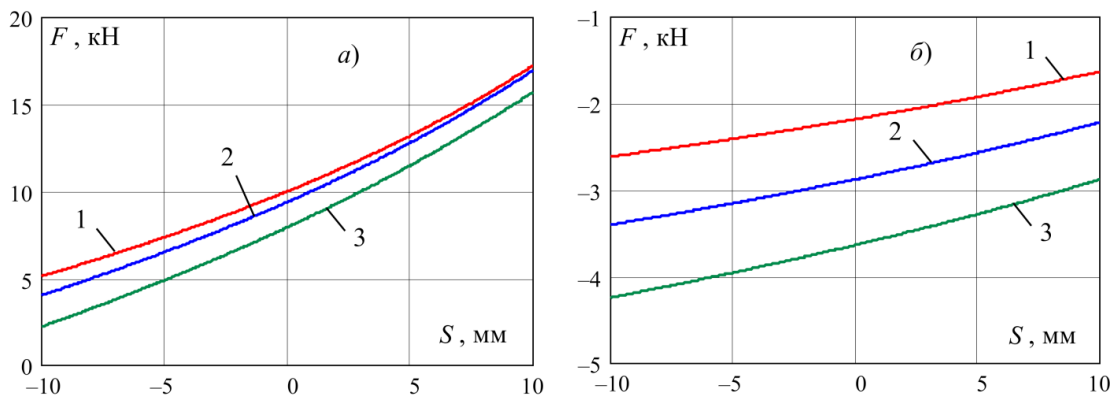


Рис. 11. Изобарные силовые характеристики пневмоамортизатора типоразмера РКП-80 при длине резинокордного патрубка $l_0=198$ мм, разных углах закроя корда и разных избыточных давлениях:

- а) угол закроя корда $\alpha_0=30^\circ$; б) угол закроя корда $\alpha_0=60^\circ$;
- 1 — $p_u=0,8$ МПа; 2 — $p_u=1$ МПа; 3 — $p_u=1,2$ МПа

Fig. 11. Isobaric power characteristics of pneumatic shock absorbers of standard type RCP-80 with a length pipe of rubber cord $l_0=198$ mm, different angles of styling the cord and different excess pressures:

- а) the angle of the cord $\alpha_0=30^\circ$; б) the angle of the cord $\alpha_0=60^\circ$;
- 1 — $p_u=0,8$ МПа; 2 — $p_u=1$ МПа; 3 — $p_u=1,2$ МПа

по сравнению с упругими силами деформирования нитей корда, описываемых законом Гука с эффективным модулем упругости. Полученные в первом приближении аналитические зависимости описывают радиальные и осевые перемещения точек меридиана срединной поверхности патрубка, а также поведение кривизны меридиана, угла наклона нитей корда и угла наклона касательной к меридиану с приемлемой для практики точностью. Для силовых факторов (погонных меридианного и тангенциального усилий, усилия и относительного удлинения нитей корда, разрушающего давления, распорной силы и усилия, создаваемого патрубком) установлены уточнённые аналитические зависимости, которые обеспечивают допустимую точность расчётов в широком диапазоне изменений внутреннего избыточного давления и относительного

смещения торцов. Применённый с этой целью аналитический метод является нетрадиционным, поскольку линейризованных дифференциальных уравнений получается на одно больше, чем исходных нелинейных дифференциальных уравнений. Дополнительное линейное дифференциальное уравнение определяет поправку к величине кривизны меридиана срединной поверхности патрубка. При сопоставлении с экспериментом расчётное значение избыточного давления разрушения укладывается в доверительный интервал разброса экспериментальных данных. Приведены примеры построения изобарных силовых характеристик пневматических амортизаторов рукавного типа (рукавных амортизаторов растяжения-сжатия) при разных значениях режимных и конструктивных параметров резинокордных патрубков.

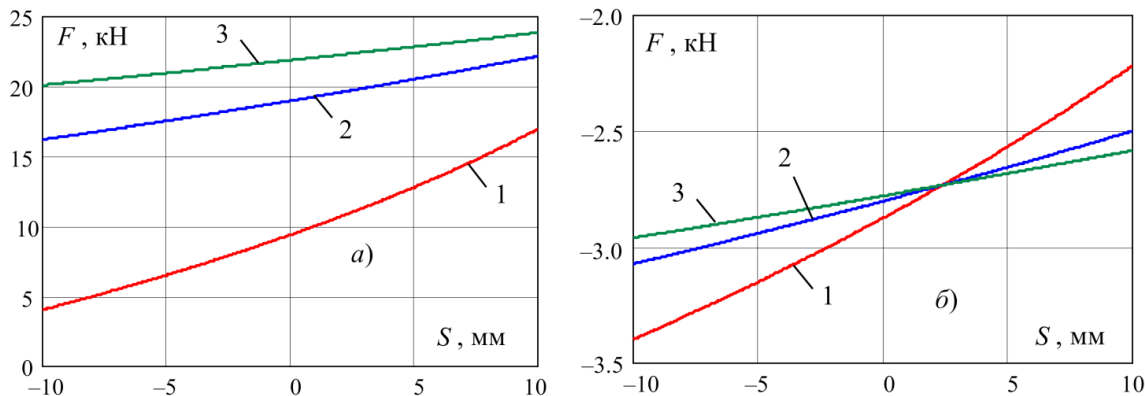


Рис. 12. Изобарные силовые характеристики пневмоамортизатора типоразмера РКП-80 при избыточном давлении $p_u=1$ МПа, разных углах закроя корда и разных длинах резинокордного патрубка:

а) угол закроя корда $\alpha_0=30^\circ$; б) угол закроя корда $\alpha_0=60^\circ$;

1 — длина l_0 ; 2 — длина $2l_0$; 3 — длина $3l_0$

Fig. 12. Isobaric power characteristics of pneumatic shock absorbers of standard type RCP-80 at overpressure $p_u=1$ МПа, different angles of the cord and different lengths of rubber cord pipe:

а) the angle of the cord $\alpha_0=30^\circ$; б) the angle of the cord $\alpha_0=60^\circ$;

1 — length l_0 ; 2 — length $2l_0$; 3 — length $3l_0$

Полученные результаты предназначены для инженерных расчётов и оптимального проектирования резинокордных патрубков, применяемых для соединения трубопроводов, либо в качестве пневматических амортизаторов для защиты технических объектов от вибраций и ударов.

Примечания

¹При построении силовых характеристик стандартного вида положительным считается усилие растяжения. Поэтому на рис. 11, рис. 12 принято $F = -P$.

Список источников

1. Патрубки // ФГУП «ФНПЦ «Прогресс». URL: <http://www.progress-omsk.ru/constructor.php?act=group1> (дата обращения: 15.08.2019).
2. Резинокордные компенсационные патрубки // ООО «Сибрезинотехника». URL: <http://srti.ru/Katalog/?id=35> (дата обращения: 15.08.2019).
3. Трибельский И. А., Шалай В. В., Зубарев А. В., Трбельский М. И. Расчётно-экспериментальные методы проектирования сложных резинокордных конструкций: моногр. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2011. 238 с. ISBN 978-5-8149-1077-6.
4. Русских Г. С., Онуфриенко А. В., Глазкова Е. Ю. Расчёт резинокордного амортизатора растяжения // Омский научный вестник. 2015. № 3 (143). С. 90–94.
5. Корнеев В. С., Шалай В. В. Математическая модель резинокордной оболочки вращения для пневматических амортизаторов // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2019. Т. 3, № 1. С. 22–41. DOI: 10.25206/2588-0373-2019-3-1-22-41.
6. Пономарев С. Д., Бидерман В. Л., Лихарев К. К. [и др.]. Расчёты на прочность в машиностроении. В 3 т. / под ред. С. Д. Пономарева. Т. 2. М.: Машгиз, 1958. С. 487–591.
7. Автомобильные шины (конструкция, расчёт, испытание, эксплуатация) / В. Л. Бидерман, Р. Л. Гуслицер, С. П. Захаров [и др.]. М.: Госхимиздат, 1963. 383 с.

8. Бидерман В. Л. Механика тонкостенных конструкций. М.: Машиностроение, 1977. 488 с.

9. Frank F., Hofferberth W. Mechanics of the Pneumatic Tire // Rubber Chemistry and Technology. 1967. Vol. 40, no. 1. P. 271–322. DOI: 10.5254/1.3539045.

10. Clark S. K. Mechanics of Pneumatic Tires. Washington D.C., 1981. 857 p.

11. Gent A. N., Walter J. D. The Pneumatic Tire. Washington D.C., 2006. 701 p.

12. Koutny F. Geometry and Mechanics of Pneumatic Tires. Zlin, CZE, 2007. 139 p.

13. Корнеев В. С., Корнеев С. А. Расчётно-экспериментальный метод определения начальных геометрических параметров резинокордных оболочек вращения // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2019. Т. 3, № 2. С. 127–134. DOI: 10.25206/2588-0373-2019-3-2-127-134.

14. Корнеев В. С., Шалай В. В. Линеаризованная математическая модель резинокордной оболочки вращения // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2019. Т. 3, № 2. С. 15–24. DOI: 10.25206/2588-0373-2019-3-2-15-24.

15. Корнеев С. А., Трибельский М. И., Пеньков И. А., Корнеев В. С. Аналитический метод расчёта цилиндрических резинокордных оболочек // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2014. № 2 (42). С. 71–77.

16. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3 т. Т. 1. М.: Наука, 1970. 608 с.

17. ГОСТ 24221–94. Ткань кордная капроновая. Технические условия. Введ. 1996–07–01. Минск, 1996. 16 с.

18. Сквайрс Г. Л. Практическая физика: пер. с англ. / под ред. Е. М. Лейкина. М.: Мир, 1971. 246 с.

19. Худсон Д. Статистика для физиков. Лекции по теории вероятностей и элементарной статистике: пер. с англ. 2-е изд., доп. М.: Мир, 1970. 296 с.

20. Бурьян Ю. А., Силков М. В. Виброизоляционная опора с эффектом квазиулеевой жесткости // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2019. Т. 3, № 2. С. 9–14. DOI: 10.25206/2588-0373-2019-3-2-9-14.

КОРНЕЕВ Владимир Сергеевич, кандидат технических наук, доцент кафедры «Основы теории механики и автоматического управления» Омского государственного технического университета (ОмГТУ).

SPIN-код: 5866-0890

AuthorID (РИНЦ): 566718

ORCID: 0000-0003-1694-1190

AuthorID (SCOPUS): 57190977806

Адрес для переписки: 79045840307@ya.ru

КОРНЕЕВ Сергей Александрович, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры «Основы теории механики и автоматического управления» ОмГТУ.

SPIN-код: 8127-1512

AuthorID (РИНЦ): 104542

ORCID: 0000-0002-0554-5451

AuthorID (SCOPUS): 15767848900

ResearcherID: M-4889-2016

Адрес для переписки: korneyev@omgtu.ru

ШАЛАЙ Виктор Владимирович, доктор технических наук, профессор (Россия), заведующий кафедрой «Нефтегазовое дело, стандартизация и метрология», президент ОмГТУ.

SPIN-код: 2322-6820; AuthorID (РИНЦ): 9913

ORCID: 0000-0003-0635-4849

AuthorID (SCOPUS): 35792469000

AuthorID (SCOPUS): 56755298300

AuthorID (SCOPUS): 57190972363

ResearcherID: P-8233-2015

Адрес для переписки: shalay@omgtu.ru

Трибельский Михаил Иосифович, кандидат технических наук, директор Научно-промышленного предприятия «Сибрезинотехника».

Адрес для переписки: sibrezina@mail.ru

Для цитирования

Корнеев В. С., Корнеев С. А., Шалай В. В., Трибельский М. И. Аналитический метод расчёта напряжённо-деформированного состояния резинокордных патрубков при осевом смещении фланцев // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2019. Т. 3, № 3. С. 9–25. DOI: 10.25206/2588-0373-2019-3-3-9-25.

Статья поступила в редакцию 26.08.2019 г.

© В. С. Корнеев, С. А. Корнеев, В. В. Шалай, М. И. Трибельский

ANALYTICAL METHOD FOR CALCULATING STRESS-STRAIN STATE OF RUBBER CORD PIPES WITH AXIAL DISPLACEMENT OF FLANGES

V. S. Korneyev¹, S. A. Korneyev¹, V. V. Shalay¹, M. I. Tribelskiy²

¹Omsk State Technical University,
Russia, Omsk, Mira Ave., 11, 644050

²LLC Scientific Production Enterprise «SIBREZINOTEKHNIKA»
Russia, Omsk, 1-st Kazakhstanskaya St., 30, 644036

To determine the performance characteristics of rubber-cord pipes under the influence of internal overpressure taking into account the relative displacement of the ends (flanges), an unconventional method of approximate analytical solution and the subsequent increase in the accuracy of calculating the stress-strain state of rubber-cord shells with tensile cord casing is used. The fundamental difference between the force created by the rubber cord pipe and the spacer force is taken into consideration. The calculation is compared with the results of experiments on fracture, the calculated value of the excess fracture pressure fits into the confidence interval of the spread of experimental data. Examples of constructing isobar power characteristics of sleeve-type pneumatic shock absorbers (sleeve tensile-compression shock absorbers) are shown and the features of their behavior are analyzed at different values of the operating and design parameters of the rubber cord pipe.

The results are intended for engineering calculations and the optimal design of rubber cord pipes used to connect pipelines, or as air shock absorbers to protect technical objects from vibration and shock.

Keywords: rubber cord pipe, linearized mathematical model, analytical solution, method for increasing the accuracy of calculations.

References

1. Patrubki [Branch pipes] // FGUP «FNPTS «Progress» [FSUE «FRPC «Progress»]. URL: <http://www.progress-omsk.ru/constructor.php?act=group1> (accessed: 15.08.2019). (In Russ.).
2. Rezinokordnyye kompensatsionnyye patrubki [Rubber-cord branch pipes] // ООО «Sibrezinotekhnika» [ООО «Sibrezinotekhnika»]. URL: <http://srti.ru/Katalog/?id=35> (accessed: 15.08.2019). (In Russ.).
3. Tribelskiy I. A., Shalay V. V., Zubarev A. V., Tribelskiy M. I. Raschetno-eksperimental'nyye metody proyektirovaniya slozhnykh rezinokordnykh konstruksiy [Calculation and experimental methods for designing complex rubber-cord structures]. Omsk: OmSTU Publ., 2011. 238 p. ISBN 978-5-8149-1077-6. (In Russ.).
4. Russkikh G. S., Onufrienko A. V., Glazkova E. Yu. Raschet rezinokordnogo amortizatora rastyazheniya [Calculation of rubber-cord stretching damper] // Omskiy nauchnyy vestnik. *Omsk Scientific Bulletin*. 2015. No. 3 (143). P. 90–94. (In Russ.).
5. Korneyev V. S., Shalay V. V. Matematicheskaya model' rezinokordnoy obolochki vrashcheniya dlya pnevmaticheskikh amortizatorov [Mathematical model of the rubber-cord shell of rotation for pneumatic dampers] // Omskiy nauchnyy vestnik. Ser. Aviatsionno-raketnoye i energeticheskoye mashinostroyeniye. *Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering*. 2019. Vol. 3, no. 1. P. 22–41. DOI: 10.25206/2588-0373-2019-3-1-22-41. (In Russ.).
6. Ponomarev S. D., Biderman V. L., Likharev K. K. [et al.]. Raschety na prochnost' v mashinostroyenii [Calculations of rubber and rubber-cord parts]. In 3 vols. / Ed. S. D. Ponomarev. Vol. 2. Moscow: Mashgiz Publ., 1958. P. 487–591. (In Russ.).
7. Avtomobil'nyye shiny (konstruksiya, raschet, ispytaniye, ekspluatatsiya) [Car tires (design, calculation, testing, operation)] / V. L. Biderman, R. L. Guslitser, S. P. Zakharov [et al.]. Moscow: Goskhimizdat Publ., 1963. 383 p. (In Russ.).
8. Biderman V. L. Mekhanika tonkostennykh konstruksiy [The mechanics of thin-walled structures]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1977. 488 p. (In Russ.).
9. Frank F., Hofferberth W. Mechanics of the Pneumatic Tire // Rubber Chemistry and Technology. 1967. Vol. 40, no. 1. P. 271–322. DOI: 10.5254/1.3539045. (In Engl.).
10. Clark S. K. Mechanics of Pneumatic Tires. Washington D.C., 1981. 857 p. (In Engl.).
11. Gent A. N., Walter J. D. The Pneumatic Tire. Washington D.C., 2006. 701 p. (In Engl.).
12. Koutny F. Geometry and Mechanics of Pneumatic Tires. Zlin, CZE, 2007. 139 p. (In Engl.).
13. Korneyev V. S., Korneyev S. A. Raschetno-eksperimental'nyy metod opredeleniya nachal'nykh geometricheskikh parametrov rezinokordnykh obolochek vrashcheniya [Calculation-experimental method for determining the initial geometric parameters of rubber-cord shell of rotation] // Omskiy nauchnyy vestnik. Ser. Aviatsionno-raketnoye i energeticheskoye mashinostroyeniye. *Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering*. 2019. Vol. 3, no. 2. P. 127–134. DOI: 10.25206/2588-0373-2019-3-2-127-134. (In Russ.).
14. Korneyev V. S., Shalay V. V. Linearizovannaya matematicheskaya model' rezinokordnoy obolochki vrashcheniya [Linearized mathematical model of the rubber-cord shell of rotation] // Omskiy nauchnyy vestnik. Ser. Aviatsionno-raketnoye i energeticheskoye mashinostroyeniye. *Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power*

Engineering. 2019. Vol. 3, no. 2. P. 15–24. DOI: 10.25206/2588-0373-2019-3-2-15-24. (In Russ.).

15. Korneyev S. A., Tribelskiy M. I., Penkov I. A., Korneyev V. S. Analiticheskiy metod rascheta tsilindricheskikh rezinokordnykh obolochek [Analytical method for analysis of cylindrical rubber-cord shells] // *Sovremennyye tekhnologii. Sistemnyy analiz. Modelirovaniye. Modern Technologies. System Analysis. Modeling*. 2014. No. 2 (42). P. 71–77. (In Russ.).

16. Fikhtengolts G. M. Kurs differentsial'nogo i integral'nogo ischisleniya [The course of differential and integral calculus]. In 3 vols. Vol. 1. Moscow: Nauka Publ., 1970. 608 p. (In Russ.).

17. GOST 24221–94. Tkan' kordnaya kapronovaya. Tekhnicheskiye usloviya [Cord nylon fabric. Technical conditions]. Minsk, 1996. 16 p. (In Russ.).

18. Squires G. L. Prakticheskaya fizika [Practical physics]: trans. from Engl. / Ed. E. M. Leykin. Moscow: Mir Publ., 1971. 246 p. (In Russ.).

19. Hudson D. I. Statistika dlya fizikov [Statistics]. Moscow: Mir Publ., 1970. 296 p. (In Russ.).

20. Burian Yu. A., Silkov M. V. Vibroizolyatsionnaya opora s efektom kvazinulevoy zhestkosti [Vibration isolation with quasi-zero stiffness effect]. // *Omskiy nauchnyy vestnik. Ser. Aviatsionno-raketnoye i energeticheskoye mashinostroyeniye. Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering*. 2019. Vol. 3, no. 2. P. 9–14. DOI: 10.25206/2588-0373-2019-3-2-9-14. (In Russ.).

KORNEYEV Vladimir Sergeevich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Fundamentals of the Theory of Mechanics and Automatic Control Department, Omsk State Technical University (OmSTU).
SPIN-code: 5866-0890
AuthorID (RSCI): 566718
ORCID: 0000-0003-1694-1190
AuthorID (SCOPUS): 57190977806
Address for correspondence: 79045840307@ya.ru

KORNEYEV Sergey Aleksandrovich, Doctor of Technical Sciences, Professor of Fundamentals of the Theory of Mechanics and Automatic Control Department, OmSTU.

SPIN-code: 8127-1512

AuthorID (RSCI): 104542

ORCID: 0000-0002-0554-5451

AuthorID (SCOPUS): 15767848900

ResearcherID: M-4889-2016

Address for correspondence: korneyev@omgtu.ru

SHALAY Viktor Vladimirovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Transport, Oil and Gas Storage, Standardization and Certification Department, President of OmSTU.

SPIN-code: 2322-6820

AuthorID (RSCI): 9913

ORCID: 0000-0003-0635-4849

AuthorID (SCOPUS): 35792469000

AuthorID (SCOPUS): 56755298300

AuthorID (SCOPUS): 57190972363

ResearcherID: P-8233-2015

Address for correspondence: shalay@omgtu.ru

TRIBELSKIY Mikhail Iosifovich, Candidate of Technical Sciences, Director of LLC Scientific Production Enterprise «SIBREZINOTEKHNIKA».

Address for correspondence: sibrezina@mail.ru

For citations

Korneyev V. S., Korneyev S. A., Shalay V. V., Tribelskiy M. I. Analytical method for calculating stress-strain state of rubber cord pipes with axial displacement of flanges // *Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering*. 2019. Vol. 3, no. 3. P. 9–25. DOI: 10.25206/2588-0373-2019-3-3-9-25.

Received 26 August 2019.

© V. S. Korneyev, S. A. Korneyev, V. V. Shalay,
M. I. Tribelskiy