

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕТОДА УНИВЕРСАЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ 9-Й ВЕРСИИ: ОСОБЕННОСТИ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ

А. А. Дроздов¹, Ю. Б. Галеркин¹, О. А. Соловьёва¹,
К. В. Солдатова², А. А. Уцеховский¹

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Россия, 195251, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29

²Мельбурнский Технологический университет,
Австралия, г. Мельбурн

Метод универсального моделирования представляет собой комплекс компьютерных программ для расчета характеристик и оптимального проектирования центробежных компрессоров, основанный на математических моделях КПД и напора. Практический опыт позволяет совершенствовать математические модели, лежащие в основе Метода. Важной частью расчета газодинамических характеристик компрессора является определение безударного входа в лопаточную решетку. В 8-й версии Метода универсального моделирования для расчета направления критической струйки тока использовалась формула, содержащая эмпирический коэффициент X . Практика применения показала, что величина эмпирического коэффициента изменяет величину потерь в рабочем колесе на нерасчетных режимах. Предложена новая схема моделирования диаграмм скоростей. Она выполнена для режима работы ступени, соответствующего нулевому углу атаки. Успешное использование модели для рабочего колеса позволило расширить ее до лопаточного диффузора и обратно-направляющего аппарата. Выполнены и некоторые другие усовершенствования. Разработана новая математическая модель расчета параметров потока в выходных устройствах ступени центробежного компрессора. Модернизирована математическая модель расчета параметров течения в безлопаточных диффузорах. Граница применимости новой модели была расширена до диапазона малорасходных диффузоров с относительной шириной до 0,006. Полученная математическая модель была идентифицирована по результатам испытаний модельных ступеней и заводских испытаний промышленных компрессоров.

Ключевые слова: математическое моделирование, центробежный компрессор, безлопаточный диффузор, КПД, выходное устройство, рабочее колесо.

Введение

Центробежные компрессоры играют важную роль в экономике промышленно развитых стран. Задача газодинамического проекта — создание проточной части, обеспечивающей заданное отношение давлений при заданном расходе и при максимальном КПД, чтобы снизить главную составляющую эксплуатационных расходов — стоимость энергии на привод компрессора. Для решения этой задачи применяются различные подходы. Одним из самых эффективных является использование специализированных инженерных программ и методов.

Применяемые в проектной практике инженерные методы основаны на упрощенной схеме движения газа (физическая модель) и описании этой схемы алгебраическими уравнениями полуэмпирического характера (математическая модель). Такими методами пользуются все крупные производители компрессоров и инжиниринговые компании. Информация об этих моделях является коммерческой тайной, сведения о них публикуются на уровне рекламных материалов [1]. Одними из самых известных и широко описанных математических моделей являются следующие три. Модель потерь Agile engineering [2–5] оперирует приемами тео-

рии пограничного слоя. В модели потерь [6–8] расчет потерь в межлопаточных каналах производится на основании эмпирических формул для прямых диффузоров, но с учетом кривизны канала и других обстоятельств. Результирующие коэффициенты потерь учитывают влияние чисел Маха и Рейнольдса при помощи эмпирических соотношений. Учет конечного числа лопаток производится по эмпирической формуле А. Стодолы.

В Санкт-Петербургском политехническом университете Петра Великого (СПбПУ) на протяжении десятилетий проводились исследования компрессоров динамического действия, процессов и явлений, протекающих в них, разрабатывались методы проектирования расчета, выполнялось газодинамическое проектирование центробежных компрессоров разного назначения [9]. В результате сформулирована концепция рационального газодинамического проектирования и расчета центробежных компрессоров, создана математическая модель потерь напора в проточной части и пакет программ, получивший название Метод универсального моделирования (МУМ). Описание математической модели представлено в работах [10, 11]. Математические модели, лежащие в основе МУМ, непрерывно развиваются и совершенствуются, последние направ-

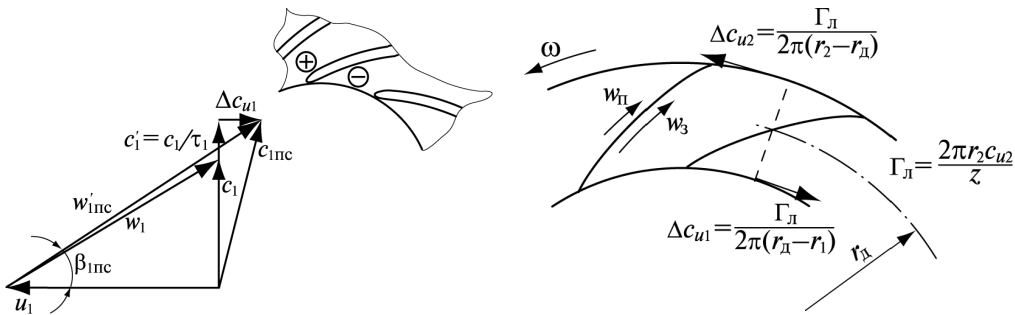


Рис. 1. Изменение величины и направления критической струйки тока и схема к расчету составляющей скорости Δc_{u1} [20]
 Fig. 1. Changing the magnitude and direction of the critical current stream and the scheme for calculating the velocity component Δc_{u1} [20]

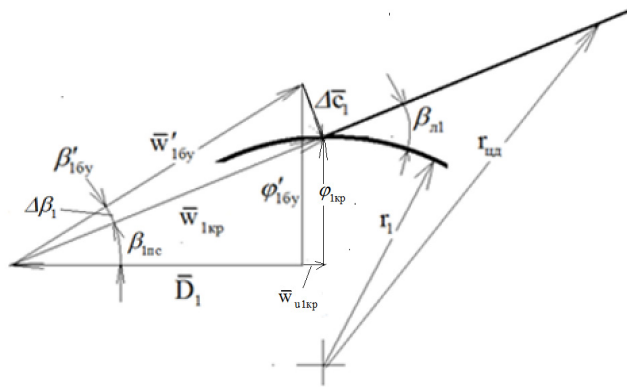


Рис. 2. Уточненная схема воздействия заменяющего лопатку вихря на скорость критической струйки тока (режим безударного входа) [21]
 Fig. 2. Refined scheme of critical current stream direction (non incidence flow) [21]

ления исследований в этом направлении представлены в работах [12–17].

Программы Метода универсального моделирования широко применяются в практике расчета и конструирования центробежных компрессоров и компрессорных ступеней и доказали свою высокую эффективность. Уже в 2000-х гг. с их помощью было создано новое поколение центробежных нагнетателей и сменных проточных частей для газовой промышленности, получившее высокую оценку производителей и потребителей [18]. С учетом проектов, выполненных СПбПУ, сначала на кафедре КВХТ, а сейчас в лаборатории «Газовая динамика турбомашин» в промышленности РФ и других стран работает почти 500 центробежных компрессоров общей установленной мощностью более 5,5 млн кВт [19].

Накопление опыта применения программ Метода универсального моделирования позволяет производить дальнейшее усовершенствование математических моделей, лежащих в их основе. Ниже представлены основные нововведения 9-й версии МУМ.

Обсуждение результатов. Моделирование диаграммы скоростей

Условие обтекания лопаток определяется направлением критической струйки тока. Это направление отличается от среднего направления натека-

ющего потока из-за воздействия загромождения проходного сечения лопатками и разности давлений на поверхности лопаток (нагрузки). В соответствии с предложенной Ю. Галеркиным схемой [20] воздействие нагрузки лопаток на поток заменяется воздействием вихря с циркуляцией, равной циркуляции лопаток (рис. 1).

Анализ и уточненная трактовка этой схемы представлены в работе [21]. Там представлена новая концепция схематизации перестройки потока (рис. 2).

В соответствии со схемой на рис. 1 коэффициент расхода, соответствующий безударному обтеканию равен:

$$\begin{aligned} \phi'_{16y} &= \operatorname{tg} \beta_{\Delta 1} (\bar{D}_1 + \Delta \bar{c}_{1u}) = \\ &= \operatorname{tg} \beta_{\Delta 1} \left(\bar{D}_1 + \frac{\psi_T}{z} \frac{\sin \beta_{\Delta 1}}{(1 - K_{\text{уг}})(1 - \bar{D}_1)} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где ψ_T — коэффициент теоретического напора; z — число лопаток рабочего колеса; $\beta_{\Delta 1}$ — выходной угол лопаток РК; \bar{D}_1 — диаметр начала лопаток РК; $K_{\text{уг}}$ — коэффициент положения центра давления диаграммы скоростей.

В соответствии с уточненной схемой (рис. 2) коэффициент расхода, соответствующий безударному обтеканию равен:

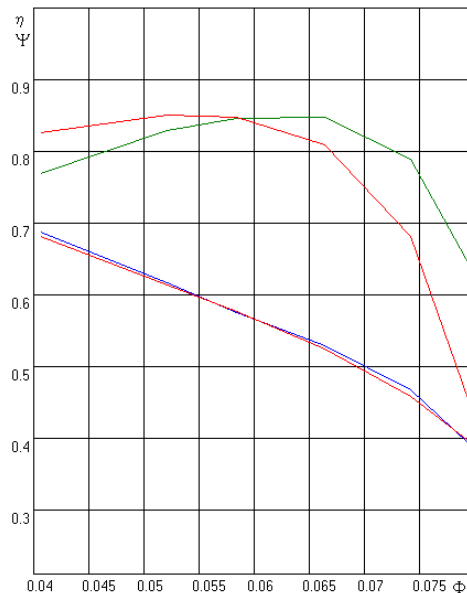
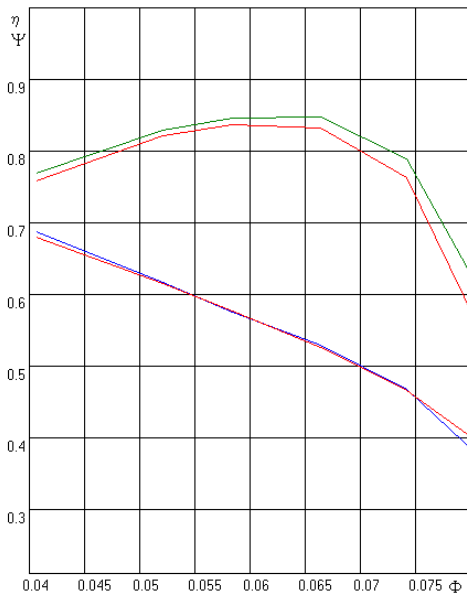


Рис. 3. Характеристики ступени 055. Слева — $X(41) = 3,0$; справа — $X(41) = 1,25$
 Fig. 3. Stage characteristics 055. Left — $X(41) = 3,0$; right — $X(41) = 1,25$

$$\begin{aligned} \phi'_{16y} &= \operatorname{tg} \beta_{\lambda 1} (\bar{D}_1 + \Delta \bar{c}_1 \cdot \sin \beta_{\lambda 1}) + \Delta \bar{c}_1 \cdot \cos \beta_{\lambda 1} = \\ &= \operatorname{tg} \beta_{\lambda 1} \left(\bar{D}_1 + \frac{\Psi_T}{z} \frac{\sin^2 \beta_{\lambda 1}}{(1 - K_{\text{уг}})(1 - \bar{D}_1)} \right) + \\ &\quad + \frac{\Psi_T}{z} \frac{\sin \beta_{\lambda 1} \cos \beta_{\lambda 1}}{(1 - K_{\text{уг}})(1 - \bar{D}_1)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\Delta \bar{c}_1$ рассчитываются по формуле:

$$\Delta \bar{c}_1 = \frac{\Psi_T}{z} \frac{\sin \beta_{\lambda 1}}{(1 - K_{\text{уг}})(1 - \bar{D}_1)}. \quad (3)$$

В соответствии со схемой (рис. 2) и формулой (2) влияние нагрузки лопаток на смещение режима безударного входа в сторону большего расхода значительно сильнее, чем по схеме (рис. 1) и формуле (1). Такое сильное влияние не подтверждают расчеты невязкого квазитрехмерного потока и практика проектирования. В формулы (1) и (2) входят одни и те же параметры, поэтому более сложная формула (2) не может претендовать на большую универсальность. В 9-й версии модели расчет перестройки потока делается на основании формулы (1), но по результатам анализа в работе [21] в формулу (3) введен эмпирический коэффициент:

$$\Delta \bar{c}_{\text{ул}} = X(41) \frac{\Psi_T}{z} \frac{\sin \beta_{\lambda 1}}{(1 - K_{\text{уг}})(1 - \bar{D}_1)}. \quad (4)$$

Математическое моделирование предусматривает то или иное задание диаграмм скоростей. В соответствии с концепцией моделирования соотношения между скоростью на входе в межлопаточный канал и местными скоростями определяется на расчетном режиме и далее определяется скоростью на входе \bar{w}'' и средней нагрузкой лопаток $\Delta \bar{w}$ на каждом конкретном режиме работы в пределах характеристики.

Начиная с 5-й версии для расчета диаграмм скоростей рабочего колеса (РК) служит система

уравнений, основанная на аппроксимации массовых расчетов диаграмм скоростей по программе ЗДМ.023 [22, 23]:

$$\bar{w}_{31} = \bar{w}_1'' + 0,5 K_{w1} \Delta \bar{w} X(57), \quad (5)$$

$$K_{w1} = 2,06 \frac{2\bar{b}_1}{1 - \bar{D}_1} - 0,261 \Psi_{T6y} + 1,69 \bar{D}_1^{2,8}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \bar{w}_{32} &= \bar{w}_2' + 0,5 (1,4 \bar{D}_{\text{вн}} + 0,38 + \\ &\quad + (4,8 - 50 \Phi_{6y}) (\Psi_{T6y} - 0,75)) \Delta \bar{w}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\bar{w}_{n1} = \bar{w}_1'. \quad (8)$$

Если $\Psi_{T6y} < 0,6$, то:

$$\bar{w}_{n2} = \bar{w}_2' + 0,5 (-1,45 + 20 \ln \Phi_{6y} (0,6 - \Psi_{T6y})) \Delta \bar{w}. \quad (9)$$

Если $\Psi_{T6y} \geq 0,6$, то:

$$\begin{aligned} \bar{w}_{n2} &= \bar{w}_2' + 0,5 (-1,45 + \\ &\quad + (25 \ln \Phi_{6y} + 61) (0,6 - \Psi_{T6y})) \Delta \bar{w}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\Delta \bar{w}$ — нагрузка на лопатке РК; \bar{w}_1'' — скорость в горле межлопаточного канала РК; \bar{w}_{31} — скорость в начале задней поверхности лопатки РК; \bar{b}_1 — высота лопаток РК на входе; Ψ_{T6y} — коэффициент теоретического напора на расчетном режиме; Φ_{6y} — условный коэффициент расхода на расчетном режиме; $\bar{D}_{\text{вн}}$ — относительный диаметр втулки; \bar{w}_2' — относительная скорость на выходе из РК; \bar{w}_{32} — скорость в конце задней поверхности лопатки; \bar{w}_{n1} — скорость в начале передней поверхности лопатки; \bar{w}_{n2} — скорость в конце передней поверхности лопатки.

После введения эмпирического коэффициента $X(41)$ для расчета Φ_{6y} появилась некоторая некорректность расчета диаграмм. Для РК с конкретной формой проточной части форма диаграммы предопределена. Но при идентификации модели при разных значениях $X(41)$ диаграммы получаются разные.

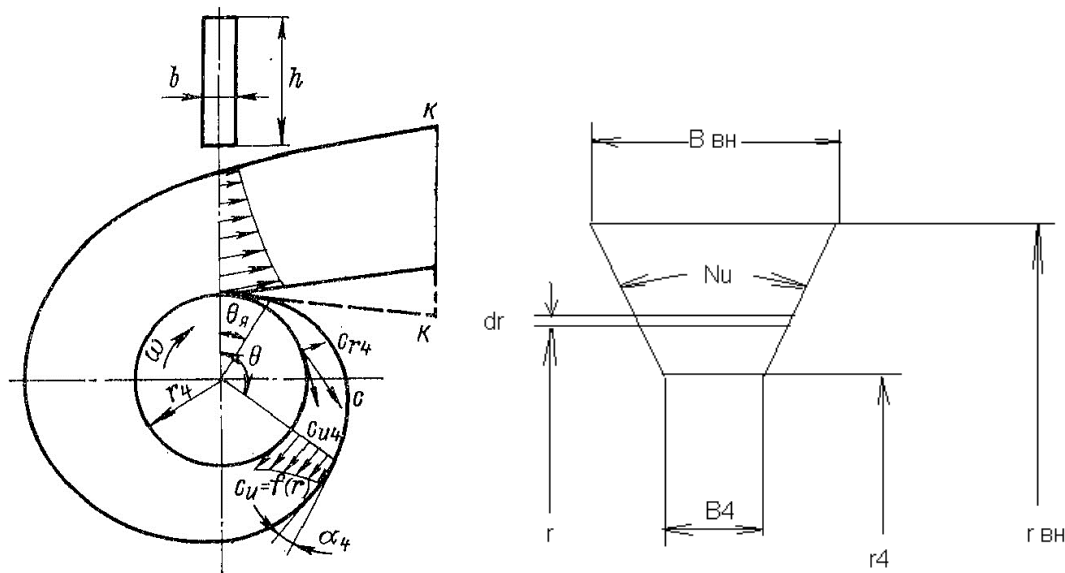


Рис. 4. Схема построения улитки при $b = b_4$ (слева) и схема поперечного сечения трапециевидной улитки (справа)
 Fig. 4. Scheme of scroll construction at $b = b_4$ (left) and the cross-sectional diagram of the trapezoid scroll (right)

Значение $X(41)$ влияет на $\Phi_{\text{бв}}$, а он, в свою очередь, на $\psi_{\text{Тбв}}$ и $\Delta\bar{w}$. Поэтому диаграмма скоростей меняется, чего, в принципе, быть не должно (рис. 3).

Меньшему значению $X(41) = 1,25$ соответствует меньшее значение $\Phi_{\text{бв}}$ и характеристика на правом рисунке должна была бы сместиться влево при небольшом изменении КПД. Но, по сравнению с левым рисунком, резко возросли потери при больших расходах из-за трансформации диаграммы скоростей, чего быть не должно. Характеристика КПД изменилась незакономерно.

Для устранения неопределенности расчета диаграмм скоростей в приведенных выше уравнениях принято условие $\Phi_{\text{бв}} = \Phi_{i=0}$. Коэффициент расхода $\Phi_{i=0}$ соответствует условию безударного входа без учета нагрузки лопаток $i'_1 = \beta_{\lambda 1} - \beta'_1 = 0$ (где β'_1 — угол потока на входе в РК с учетом стеснения, i'_1 — угол атаки). Соответствующий коэффициент расхода $\Phi_{i=0}$ и соответствующие ему $\psi_{\text{Тi=0}}$ значения используются в формулах расчета диаграмм скоростей. Значение $\Phi_{i=0}$ рассчитывается итерационно, в том же цикле, что и $\Phi_{\text{бв}}$.

Увязка эмпирических коэффициентов потерь в обратнаправляющем аппарате (ОНА) с коэффициентами потерь РК

Физическая природа потерь трения, смещения и ударных потерь в РК и неподвижных элементах одинакова. Эти потери описываются одинаковыми уравнениями математической модели. Специфику формы элементов и особенностей течения отражают эмпирические коэффициенты, величина которых разная у разных элементов. В моделях вплоть до 8-й версии сходственные коэффициенты в уравнениях имели разные номера и идентифицировались независимо. Это требовало большого внимания при контроле результатов идентификации.

В 9-й модели предложена связь между соответствующими коэффициентами для РК и неподвижных элементов:

— коэффициенты потерь трения в ОНА и поворотном колене (ПК) ОНА связаны с коэффициентом потерь трения РК:

$$C_{\text{тр}} = \frac{X(9) \cdot X(69) 0,0307}{\text{Re}^{1/7}}, \quad (11)$$

$$\zeta_{\text{мп}} = X(9) \cdot X(59) 0,25 C_w \frac{l}{b} (1 + \dot{w})^2, \quad (12)$$

где Re — условное число Рейнольдса; w — замедление потока; C_w — коэффициент силы сопротивления; $\zeta_{\text{мп}}$ — коэффициент потерь трения, $C_{\text{тр}}$ — коэффициент силы сопротивления трения.

— положение точки отрыва потока в ОНА связано с соответствующими коэффициентами, определяющими положение точки отрыва в РК:

$$\bar{w}_s = X(15) X(71) \left(1 + X(28) X(72) \text{Ro}^{X(17) X(73)}\right), \quad (13)$$

где \bar{w}_s — положение точки отрыва потока, Ro — условное число Россби.

— коэффициенты ударных потерь ОНА для положительных (формула 14) и отрицательных (формула 15) углов атаки связаны с коэффициентами для РК:

$$\zeta_{\text{yg}} = X(22) X(82) \left(1 + X(23) X(83) \lambda_{c_s}^{X(58)}\right) \frac{\Delta \bar{c}_{\text{syg}}^2}{\bar{c}_s^2}, \quad (14)$$

$$\zeta_{\text{yg}} = X(24) X(84) \left(1 + X(25) X(85) \lambda_{c_s}\right) \frac{\Delta \bar{c}_{\text{syg}}^2}{\bar{c}_s^2}, \quad (15)$$

где ζ_{yg} — коэффициент ударных потерь; \bar{c}_s — скорость потока на входе в ОНА; λ — скоростной коэффициент.

Такой способ позволяет легко контролировать соотношение потерь в разных элементах проточной части в процессе идентификации.

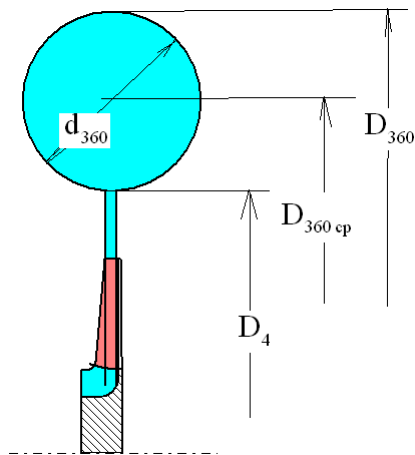


Рис. 5. Размеры выходного сечения спиральной части внешней круглой улитки
Fig. 5. Dimensions of the outlet section of the spiral part of the outer round scroll

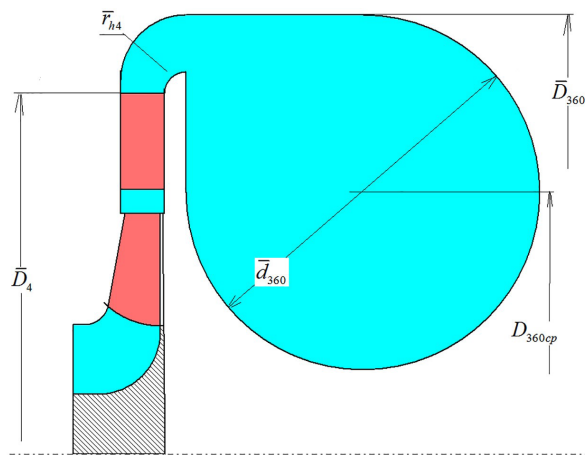


Рис. 6. Размеры выходного сечения спиральной части внутренней круглой улитки
Fig. 6. Dimensions of the outlet section of the spiral part of the inner round scroll

Новая модель тангенциальных выходных устройств (ВУ)

Текущая модель расчета потерь в выходных устройствах была разработана и внедрена создателем Метода универсального моделирования д. т. н., проф. Ю. Б. Галеркиным более 30 лет назад. В ней имеется 15 эмпирических коэффициентов. Большое количество эмпирических коэффициентов и упрощения, используемые в этой математической модели, уточнение представлений о характере течения газа в тангенциальных выходных устройствах привели к возможности создания новой математической модели улиток и сборных камер.

Первый этап моделирования — это выбор размеров выходного устройства. Если его размеры не заданы пользователем, то оно должно автоматически быть согласованным с расчетным режимом работы центробежной компрессорной ступени.

В спиральной части улитки расходная скорость — это скорость c_u (рис. 4 слева). На рис. 4 показана внешняя улитка, спиральная часть которой расположена выше радиуса окончания диффузора.

Расчет размеров сечений спиральной части производится из уравнения расхода:

$$\bar{m}_\Theta = \frac{\Theta}{360^\circ} \bar{m}_{расч} \approx \rho c_{u4} r_4 \int_{r_4}^{r_{сп}} b \frac{dr}{r}, \quad (16)$$

где \bar{m} — массовый расход; r — радиус; Θ — центральный угол раскрытия.

Для расчета $r_{сп}$, определяющего размер сечения, надо знать зависимости ρ , b , $c_u = f(r)$ (где ρ — плотность). Точное решение не имеет смысла, так как по проверенной экспериментами рекомендации А. Мифтахова, точно рассчитанные проходные сечения следует увеличить на 25–35% [24]. Приближенное определение ρ , $c_u = f(r)$ допустимо, если точное решение потом округляется в таком широком пределе.

Для ММ принято $\rho = \rho_4 = const$. Это позволяет вести расчет не по массовому расходу, а по объемному расходу на выходе из диффузора, который равен $\bar{V}_{360} = \bar{V}_4 = c_{u4} \cdot \pi D_4 b_4$ (где \bar{V} — объемный расход).

Окружная составляющая скорости также определяется приближенно, по уравнению постоянства циркуляции без учета вязкости $c_u \cdot r = c_{u4} \cdot r_4 = const$.

Для расчета размеров выходного сечения спиральной части принято, что скорость в выходном сечении $\theta = 360^\circ$ равна средней окружной составляющей скорости в этом сечении. С учетом рекомендации [24] увеличивать проходные сечения спиральной части 25–35% введен множитель 0,8 для расходной скорости, по которой считается размер выходного сечения:

$$\bar{c}_{расч360} = 0,8 \bar{c}_{u4расч} \frac{\bar{D}_4}{D_{360сп}}. \quad (17)$$

Внешняя круглая улитка.

Для круглой внешней улитки (рис. 5) средний диаметр определяется выражением:

$$\bar{D}_{360сп} = \bar{D}_4 + \bar{d}_{360}. \quad (18)$$

Из уравнения расхода получаем:

$$\bar{d}_{360} = \sqrt{5 \bar{b}_4 \operatorname{tg} \alpha_{4расч} \bar{D}_{360сп}}. \quad (19)$$

Скорость на выходе из спиральной части определяется из уравнения неразрывности $\pi D_4 b_4 c_{r4} = F_{360} c_{360}$. Формула для всех трапецевидных и круглых улиток и кольцевых сборных камер (КСК), и всех режимов, не только расчетного:

$$\bar{c}_{360} = \frac{4 \bar{D}_4 \bar{b}_4 \varphi_4}{\bar{F}_{360}}, \quad (20)$$

где φ_4 — коэффициент расхода в сечении 4 на выходе из диффузора.

Внутренняя круглая улитка и КСК.

Для внутренней улитки (рис. 6) из уравнения (19) получаем:

$$\bar{d}_{360внутр} = \frac{-5 \bar{b}_4 \operatorname{tg} \alpha_{4расч} + \sqrt{(5 \bar{b}_4 \operatorname{tg} \alpha_{4расч})^2 + 4 \cdot 5 \bar{b}_4 \operatorname{tg} \alpha_{4расч} (\bar{D}_4 + 2 \bar{r}_{h4})}}{2}. \quad (21)$$

Трапецевидная улитка.

Равенство объемных расходов на входе и выходе спиральной части $F_{360} \cdot c_{расч\ 360} = \pi D_4 b_4 c_{r4}$ (где F — площадь), средняя скорость на выходе из спиральной части — расчетный режим $c_{расч\ 360} = 0,8 c_{u4\ расч} \frac{\bar{D}_4}{\bar{D}_{360\ ср}}$.

Отсюда

$$\bar{F}_{360} = \frac{\bar{F}_{360}}{\frac{\pi}{4} D_4^2} = 5 D_4 b_4 \operatorname{tg} \alpha_{4\ расч} \frac{\bar{D}_{360\ ср}}{\bar{D}_4}. \quad (22)$$

Площадь поперечного сечения трапецевидной улитки — сумма площадей прямоугольника и трапеции в сечении 360° . Сомножитель 0,95 учитывает уменьшение площади из-за радиусов скругления:

$$\bar{F}_{360} = \frac{F_{360}}{\frac{\pi}{4} D_4^2} = \frac{0,95}{\pi} \left[2 \bar{b}_4 (\bar{D}_{360} - \bar{D}_4) + \operatorname{tg} \frac{\nu}{2} (\bar{D}_{360} - \bar{D}_4)^2 \right]. \quad (23)$$

Из уравнений (22, 23):

$$\begin{aligned} \frac{0,95}{\pi} \left[2 \bar{b}_4 (\bar{D}_{360} - \bar{D}_4) + \operatorname{tg} \frac{\nu}{2} (\bar{D}_{360} - \bar{D}_4)^2 \right] = \\ = 5 D_4 b_4 \operatorname{tg} \alpha_{4\ расч} \frac{\bar{D}_{360\ ср}}{\bar{D}_4}. \end{aligned} \quad (24)$$

Принимается по экспертной оценке:

$$\frac{\bar{D}_{360\ ср}}{\bar{D}_4} = 0,7 (\bar{D}_{360\ ср} - \bar{D}_4). \quad (25)$$

Тогда:

$$\bar{D}_{360} = \frac{11,6 D_4 b_4 \operatorname{tg} \alpha_{4\ расч} - 2 \bar{b}_4}{\operatorname{tg} \frac{\nu}{2}} + \bar{D}_4. \quad (26)$$

Расчет безразмерной площади — по формуле (23), расчет скорости на выходе из спиральной части — по формуле (20).

Выходной диффузор (ВД).

Скорость на выходе из ступени по экспертной оценке принимается равной 15% от окружной скорости РК, $c_k = 0,15 \cdot u_2$.

Длина ВД:

$$\bar{l}_{вг} = \frac{0,5 (\sqrt{\bar{F}_k} - \sqrt{\bar{F}_{360}})}{\operatorname{tg} \frac{\nu_2}{2}}. \quad (27)$$

Угол раскрытия при проектировании эквивалентного диффузора — максимальный оптимальный согласно [25]:

$$\nu_2 = 8^\circ. \quad (28)$$

Площадь на выходе из ВД рассчитывается исходя из того, что скорость на выходе из ВД равна скорости на входе в ступень, а плотность на выходе из ВД принимаем равной плотности на выходе из диффузора, тогда:

$$\bar{F}_k = \bar{F}_H \cdot \frac{\varepsilon_H}{\varepsilon_k}, \quad (29)$$

где ε — коэффициент сжимаемости.

После определения размеров выходного устройства рассчитываются потери в его элементах.

Модель потерь выходного диффузора сделана по аналогии с [25]. Коэффициент сопротивления — сумма коэффициентов трения и расширения:

$$\zeta_{вг} = \frac{\lambda}{8 \sin \frac{\nu}{2}} \left(1 - \frac{1}{\dot{c}_{вг}} \right)^2 + 3,2 \operatorname{tg}^{1,25} \frac{\nu}{2} \left(1 - \frac{1}{\dot{c}_{вг}} \right)^2. \quad (30)$$

Эта формула справедлива для круглого диффузора с равномерным потоком на выходе. Приведенные в [25] поправочные коэффициенты для неравномерного потока и некруглых сечений получены из экспериментов с другими объектами. Их использовать нерационально. Поправочные коэффициенты введены в ММ и будут определены идентификацией.

Коэффициент трения гладкой поверхности при любом $Re > 4000$ [25]:

$$\lambda = \frac{1}{(1,8 \cdot \lg Re - 1,64)^2}. \quad (31)$$

Коэффициент трения шероховатой поверхности рассчитывается по формуле Муди [26]:

$$\lambda = \frac{1}{\left(2 \cdot \lg \frac{\bar{d}_{360}}{k_w} - 1,14 \right)^2}, \quad (32)$$

т.к. $\frac{d_r}{k_w} = \frac{\bar{d}_r}{k_w}$ (где k_w — шероховатость поверхности).

Расчет потерь в спиральной части.

В радиальной плоскости определяющими являются потери трения. Они рассчитываются так же, как и для трубы, но гидравлический диаметр, сечение, скорость и плотность переменные.

Коэффициент трения спиральной части:

$$\zeta_{сч} = \lambda_{сч} 0,5 \frac{\pi \bar{D}_4}{\bar{d}_{р\ ср}} \left(1 + \frac{\bar{c}_{360}^2}{\bar{c}_4^2} \right). \quad (33)$$

Здесь $\lambda_{сч}$ рассчитывается по формуле (26) или (29) в зависимости от числа Рейнольдса и шероховатости:

$$Re_{сч} = 0,5 Re_{вг}, \quad (34)$$

т.к. средний гидравлический диаметр вдвое меньше выходного гидравлического диаметра.

В меридиональной плоскости расчет потерь производится следующим образом. Для трапецевидной улитки примем потери расширения в зависимости от угла раскрытия улитки по аналогии с формулой (30):

$$\zeta_{мер\ тран} = \frac{h_{w\ мер}}{0,5 c_4^2} = \sin^2 \alpha_4 \cdot 3,2 \operatorname{tg}^{1,25} \frac{\nu_{уЛ}}{2}. \quad (35)$$

В круглой улитке и КСК скорость c_4 переходит в скорость вращения в спиральной части и будет

полностью потеряна, преобразована в тепло. Но вращение потока подавляет потери расширения в спиральной части и кинетическая энергия меридионального потока не вся теряется. Тогда:

$$\zeta_{\text{мер кр}} = X_i \sin^2 \alpha_4, \quad (36)$$

где эмпирический коэффициент $X_i < 1$.

Далее все составляющие коэффициента потерь ВУ суммируются. В новой математической модели присутствует 10 эмпирических коэффициентов, что в 1,5 раза меньше, чем в предыдущей модели. Разработанная математическая модель была применена в 9-й версии программ Метода универсального моделирования.

**Математическая модель
безлопаточного диффузора (БД),
основанная на обобщении
вычислительного эксперимента
для БД с $b_2/D_2=0,006-0,100$**

Опыт НИЛ «Газовая динамика турбомашин» по применению CFD-расчетов к моделированию неподвижных элементов центробежных ступеней показывает хорошие результаты [27, 28]. CFD-расчеты получили практическое применение при выполнении газодинамических проектов центробежных компрессоров и сменных проточных частей в интересах промышленных партнеров. В частности, оптимизировалась форма БД и поворотного колена. Основываясь на этом опыте, О. А. Соловьёва в рамках диссертационного исследования [29] разработала новую математическую модель БД. Опыт ее применения показал хорошие результаты и высокую точность результатов идентификации [30]. Были проведены расчеты течения и газодинамических характеристик безлопаточных диффузоров с относительной шириной $b/D_2 = 0,014-0,100$, с радиальной длиной D_4/D_2 до 2,0, в диапазоне углов потока на входе $\alpha_2 = 10-90^\circ$ [28, 29]. Критерии подобия менялись в пределах $\lambda_{c2} = 0,23-0,82$; $Re_{b2} = 53000-1030000$.

Опыт применения разработанной модели БД показал, что для малорасходных ступеней фирмы Кларк наблюдается тенденция к завышению рассчитанного КПД по сравнению с измеренным. Одна из причин этого — недооценка величины коэффициента потерь БД. Малорасходные ступени имеют БД шириной $\bar{b}_3 = 0,005-0,019$, что для большинства ступеней выходит за границу ширины БД, участвующих в виртуальных продувках и создании математической модели БД. Это показывает, что некорректно экстраполировать полученные ранее расчетные данные на более узкие БД. В связи с этим возникла необходимость доработки уже существующей математической модели путем включения в выборку для аппроксимации узких БД.

Для повышения точности моделирования малорасходных ступеней были проведены дополнительные расчеты узких БД в программе ANSYS CFX. Рассчитаны характеристики диффузоров с относительной шириной $b/D_2 = 0,006; 0,008; 0,010; 0,012$ и с радиальной протяженностью $D_4/D_2 = 1,6-2,0$ в диапазоне скоростных коэффициентов $\lambda_{c2} = 0,39-0,82$ и соответствующих им чисел Рейнольдса $Re_{b2} = 36800-73600$. Расчеты сделаны при углах входа потока $\alpha_2 = 10-90^\circ$.

Аппроксимация вычислительного эксперимента выполнена с помощью программы Excel методом

регрессионного анализа. В общем виде аппроксимирующая зависимость для коэффициента потерь $\zeta = f(\bar{b}_2, \bar{D}_4, \alpha_2, \lambda_{c2}, Re, \bar{k}_w)$ представляется в том же виде, что и для предыдущей версии модели [29], однако система аппроксимирующих формул имеет совершенно иную структуру и коэффициенты. На первом этапе выполнена аппроксимация влияния $b/D_2, \alpha_2, \lambda_{c2}$ при фиксированном значении относительной длины диффузора $D_4/D_2 = 1,6$:

$$\zeta = \frac{A \cdot \alpha^B \cdot K_{D4}}{K_{Re, k_w}}, \quad (37)$$

где $A = c \cdot (b_2/D_2)^4 + d \cdot (b_2/D_2)^3 + e \cdot (b_2/D_2)^2 + h \cdot (b_2/D_2) + i$;

$$c = 111633 \cdot \lambda_{c2}^2 - 208134 \cdot \lambda_{c2} - 184432;$$

$$d = 64704 \cdot \lambda_{c2}^2 - 61330 \cdot \lambda_{c2} + 71806;$$

$$e = -10988 \cdot \lambda_{c2}^2 + 12468 \cdot \lambda_{c2} - 7411,4;$$

$$h = 465,59 \cdot \lambda_{c2}^2 - 499,03 \cdot \lambda_{c2} + 245,24;$$

$$i = -1,7437 \cdot \lambda_{c2}^2 + 2,468 \cdot \lambda_{c2} - 0,17;$$

$$B = f \cdot \ln(b_2/D_2) + g;$$

$$f = 0,0796 \cdot \lambda_{c2}^2 - 0,194 \cdot \lambda_{c2} - 0,2775;$$

$$g = -0,7042 \cdot \lambda_{c2} - 1,6742.$$

Поправка на влияние критерия Рейнольдса — относительной шероховатости сделана по аналогии с коэффициентом силы сопротивления пластинки, но с учетом специфики постановки вычислительного эксперимента. Для гидравлически гладкой поверхности:

$$K_{Re} = \frac{\lambda_{\text{расч}}}{\lambda_{\text{мм}}} = \frac{0,0032 + \frac{0,221}{(8,73 \cdot 10^6 \cdot \bar{b}_2)^{0,237}}}{0,0032 + \frac{0,221}{Re_b^{0,237}}}; \quad (38)$$

— для шероховатой поверхности:

$$K_w = \frac{\lambda_{\text{расч}}}{\lambda_{\text{мм}}} = \left(0,0032 + \frac{0,221}{(8,73 \cdot 10^6 \cdot \bar{b}_2)^{0,237}} \right) \left(2 \lg \frac{2}{\bar{k}_w} + 1,74 \right)^2. \quad (39)$$

Аппроксимация для расчета угла выхода потока из БД выполнена отдельно для диапазона БД с относительной шириной $0,006 \leq b/D_2 \leq 0,014$, $0,014 < b_2/D_2 \leq 0,033$ и $0,033 < b_2/D_2 \leq 0,100$. Для диффузоров с относительной шириной $0,012 < b_2/D_2 \leq 0,100$ модель для расчета угла выхода потока остается прежней.

Для диапазона БД с относительной шириной $0,006 \leq b/D_2 \leq 0,014$:

$$\alpha_4 - \alpha_2 = A \cdot \alpha_2^2 + B \cdot \alpha_2 + C, \quad (40)$$

где $A = d \cdot \lambda_{c2} + e$; $d = 0,0032 \cdot \ln(b/D_2) + 0,0181$; $e = -0,0843 \cdot (b/D_2) - 0,0009$; $B = f \cdot \lambda_{c2} + g$; $f = -0,38 \times \ln(b/D_2) - 2,0338$; $h = 6,34 \cdot \ln(b/D_2) + 26,837$; $g = 0,3593 \cdot \ln(b/D_2) + 1,6092$; $C = h \cdot \lambda_{c2} + i$; $i = -24,15 \times \ln(b/D_2) - 92,495$.

Для диапазона БД с относительной шириной $0,014 < b_2/D_2 \leq 0,033$:

$$\alpha_4 - \alpha_2 = A \cdot \alpha_2^2 + B \cdot \alpha_2 + C, \quad (41)$$

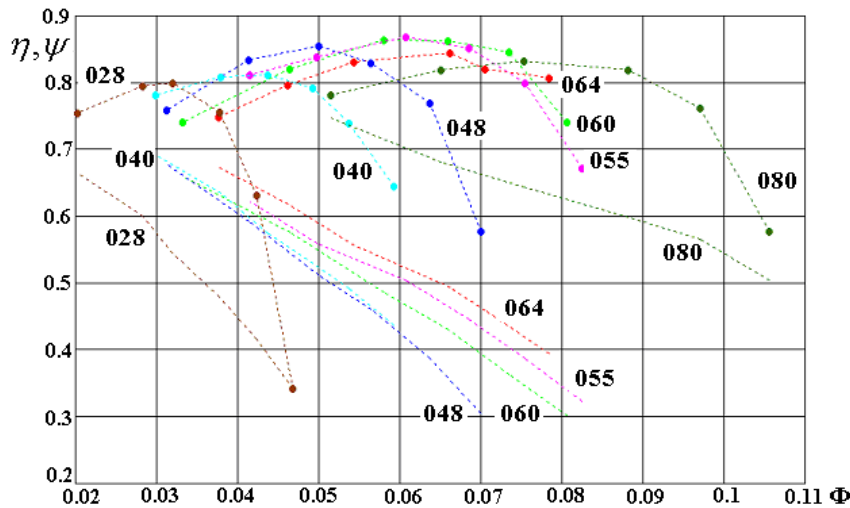


Рис. 7. Пример характеристик модельных ступеней при $M_u = 0,60$
Fig. 7. An example of the model stages characteristics with $M_u = 0,60$

где $A = d \cdot \lambda_{c2} + e$; $d = 0,0017 \cdot \ln(b/D_2) + 0,0118$; $e = -0,00216$; $B = f \cdot \lambda_{c2} + g$; $C = h \cdot \lambda_{c2} + i$; $f = -0,154 \times \ln(b/D_2) - 1,0865$; $g = 0,0781 \cdot \ln(b/D_2) + 0,4277$; $h = 2,4989 \cdot \ln(b/D_2) + 11,152$; $i = -7,686 \cdot \ln(b/D_2) - 23,309$.

Для диапазона БЛД с относительной шириной $0,033 < b_2/D_2 \leq 0,100$:

$$\alpha_4 - \alpha_2 = A \cdot \alpha_2^2 + B \cdot \alpha_2 + C, \quad (42)$$

где $A = d \cdot \lambda_{c2} + e$; $d = -0,1202 \cdot \ln(b/D_2)^2 + 0,0298 \cdot (b/D_2) + 0,0051$; $e = -0,00208$; $B = f \cdot \lambda_{c2} + g$; $f = -0,092 \times \ln(b/D_2) - 0,8779$; $g = 0,6456 \cdot (b/D_2) + 0,1315$; $C = h \cdot \lambda_{c2} + i$; $h = 1,5779 \cdot \ln(b/D_2) + 8$; $i = -3,167 \cdot \ln(b/D_2) - 7,9747$.

Полученная система из 54 алгебраических уравнений отличается хорошей точностью 98,9%.

Предложенные формулы были внесены в математическую модель Метода универсального моделирования. Были проведены сопоставление расчетных и экспериментальных газодинамических характеристик для модельных ступеней 20СЕ и модельных ступеней фирмы КЛАРК.

Результаты показали незначительное уменьшение погрешности расчета характеристик модельных ступеней 20СЕ (порядка 0,27%) и уменьшение погрешности расчета модельных ступеней фирмы КЛАРК (порядка 0,56%). Это подтверждает правильность проведенного анализа и эффективность разработанных аппроксимирующих зависимостей.

Идентификация 9-й версии математической модели

Основным экспериментальным материалом для идентификации математической модели являются результаты испытаний модельных ступеней семейства 20 СЕ. Модельные ступени были разработаны профессором Ю. Б. Галеркиным в начале 1990-х гг. В составе серии промежуточные ступени с безлопаточными диффузорами РК + БЛД (ЛД) + ОНА. Диапазон основных параметров проектирования модельных ступеней: $\Phi_{расч} = 0,028 - 0,080$; $\psi_{Трас} = 0,40 - 0,67$; $\bar{D}_{вм} = 0,25 - 0,373$; $b_2/D_2 = 0,03 - 0,061$; $\bar{D}_4 = 1,42 - 1,60$; $M_u = 0,60 - 0,80$; $Re_u = 5,9 \times 10^6 - 8,0 \cdot 10^6$ (рис. 7).

Всего в идентификации участвовали результаты 60 испытаний ступеней. При испытаниях проводились измерения в шести точках по расходу. Моделирование параметров при максимальном расходе не имеет практического значения, так как эти режимы с резким падением КПД при эксплуатации не используются. Рассчитанные и измеренные КПД сравнивались при пяти разных расходах для каждого испытания — всего 300 значений КПД для сопоставления.

Для идентификации математической модели применяется специализированная программа IDENT. В её базу данных вносятся результаты испытаний модельных ступеней, а также их геометрия [19].

Процесс идентификации осуществлялся путем перебора значений эмпирических коэффициентов с расчетом КПД и сравнением с экспериментально определенным значением. Отбирались такие значения $X(i)$, при которых средняя погрешность расчета КПД минимальна:

$$d\eta_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^Z |\eta_{эксн} - \eta_{расч}|}{Z} \rightarrow 0. \quad (43)$$

Идентификация математической модели производилась сначала для ступеней с БЛД. Средняя погрешность моделирования расчетного (максимального) КПД составила 0,513%, погрешность по пяти точкам (за исключением точки наибольшего расхода) составила 1,00%.

Далее производилась идентификация эмпирических коэффициентов, отвечающих за потери в ЛД, величины других коэффициентов при этом не менялись. Средняя погрешность моделирования расчетного (максимального) КПД составила 0,525%, погрешность по пяти точкам (за исключением точки наибольшего расхода) составила 1,12%. Моделирование наиболее важной части характеристики КПД ступеней с ЛД удовлетворительное от расчетного до минимального расхода. Наибольшие проблемы при $\Phi > 1,1 - 1,15 \Phi_{расч}$. Модель КПД лопаточного диффузора в этой области заслуживает дальнейшего изучения.

В результате проведенной идентификации получены универсальные значения эмпирических коэффициентов, позволяющие рассчитывать характеристики ступеней с ЛД и БД на всех режимах работы.

Заключение

Новая версия математической модели МУМ позволила более точно описывать процессы, протекающие в элементах проточной части центробежных компрессоров, расширить диапазон параметров компрессоров, для расчета которых ее можно гарантированно применять и повысить точность моделирования газодинамических характеристик.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта Президента Российской Федерации для молодых кандидатов наук МК-1893.2020.8.

Список источников

1. PCA Engineers. URL: <http://www.pcaeng.co.uk/software/> (Дата обращения: 12.04.2020).
2. Japikse D. Agile engineering and the restructuring of modern design // 40th Israel Annual Conference on Aerospace Science. Tel-Aviv and Haifa. February 23–24. 2000.
3. Japikse D., Bittery J. Effective two-zone modeling of diffusers and return channel systems for radial and mixed-flow pumps and compressors // 11th International symposium on transport phenomena and dynamics of rotating machinery. Honolulu. February 26–March 02. 2006.
4. Dubitsky O., Japikse D. Vaneless diffuser advanced model // Journal of Turbomachinery. 2008. Vol. 130 (1). 011020. DOI: 10.1115/1.2372781.
5. Qiu X., Japikse D., Zhao J. [et al.]. Analysis and Validation of a Unified Slip Factor Model for Impellers at Design and Off-Design Conditions // Journal of Turbomachinery. 2011. Vol. 133 (4). 041018. DOI: 10.1115/1.4003022.
6. Дроздов А. В., Лунев А. Т. Применение методов идентификации и многорежимной оптимизации при проектировании центробежных компрессоров // Потребители-производители компрессоров и компрессорного оборудования: тр. XIX Междунар. симп. СПб.: Изд-во СПбПУ, 2015. С. 69–73.
7. Лунев А. Т. Структура метода проектирования и испытания проточной части нагнетателей для перекачивания природного газа // Компрессорная техника и пневматика. 2001. № 10. С. 4–7.
8. Лунев А. Т. Разработка высокоэффективных сменных проточных частей центробежных компрессоров газоперекачивающих агрегатов: дис. ... канд. техн. наук. Казань, 2005. С. 123.
9. Галеркин Ю. Б. Турбокомпрессоры. Рабочий процесс, расчет и проектирование проточной части. М.: ООО Информ.-издат. центр «КХТ», 2010. 596 с.
10. Galerkin Y., Danilov K., Popova E. Design philosophy for industrial centrifugal compressors // Institution of Mechanical Engineers (IMEchE) Conference Transactions, International Conference on Compressors and Their Systems. London: City University, 1999.
11. Данилов К. А. Создание математической модели и программных комплексов для оптимального газодинамического проектирования холодильных центробежных компрессоров: дис. ... канд. техн. наук. СПб., 1999. 176 с.
12. Galerkin Y., Drozdov A. New generation of Universal modeling for centrifugal compressors calculation // 9th International Conference on Compressors and their Systems.

IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2015. Vol. 90. DOI: 10.1088/1757-899X/90/1/012040.

13. Galerkin Y., Rekstin A., Soldatova K., Drozdov A. Universal modeling method — the instrument for centrifugal compressor gas dynamic design // ASME Gas Turbine India Conference. 2015. GTINDIA2015-1202, V001T01A001. DOI: 10.1115/GTINDIA2015-1202.
14. Rekstin A. F., Drozdov A. A., Solovyeva O. A., Galerkin Y. B. Two mathematical models centrifugal compressor stage vaneless diffuser comparison // Oil and Gas Engineering (OGE-2018). 2018. Vol. 2007. P. 030035-1–030035-12. DOI: 10.1063/1.5051896.
15. Galerkin Y. B., Rekstin A. F., Soldatova K. V., Drozdov A. A. Analysis of geometric and gas-dynamic parameters of centrifugal compressor stages in tenfold range of design flow rate // Oil and Gas Engineering (OGE-2019). 2019. Vol. 2141. P. 030018-030018-11. DOI: 10.1063/1.5122068.
16. Rekstin A. F., Galerkin Y. B., Soldatova K. V. Computer programs application for development a primary design recommendations of low-flow rate centrifugal compressor stages // Oil and Gas Engineering (OGE-2019). 2019. Vol. 2141. P. 030032-030032-10. DOI: 10.1063/1.5122082.
17. Rekstin A. F., Galerkin Y. B. The primary design method development of centrifugal compressor impellers based on the analysis of the geometrical parameters // Oil and Gas Engineering (OGE-2019). 2019. Vol. 2141. P. 030052-030052-10. DOI: 10.1063/1.5122102.
18. Васильев Ю. С., Родионов П. И., Соколовский М. И. Высокоэффективные центробежные компрессоры нового поколения. Научные основы расчета, разработка методов оптимального проектирования и освоение производства // Промышленность России. 2000. № 10-11. С. 78–85.
19. Галеркин Ю. Б., Солдатова К. В. Моделирование рабочего процесса промышленных центробежных компрессоров. Научные основы, этапы развития, современное состояние: моногр. СПб.: Изд-во СПбПУ, 2011. 327 с. ISBN 978-5-7422-3228-5.
20. Селезнев К. П., Галеркин Ю. Б. Центробежные компрессоры. Л.: Машиностроение, 1982. 271 с.
21. Галеркин Ю. Б., Дроздов А. А. Вопросы моделирования расчетного режима рабочего колеса центробежного компрессора // Наука и Образование: научное издание МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2017. № 7. С. 112–135. DOI: 10.7463/0717.0001290.
22. Лысякова А. А. Совершенствование программ расчета характеристик центробежных компрессорных ступеней с использованием обобщенных диаграмм скоростей обтекания лопаток: дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2010. 141 с.
23. Дроздов А. А. Метод проектирования центробежных компрессоров с осерадиальными рабочими колесами: дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2016. С. 236.
24. Мифтахов А. А., Зыков В. И. Входные и выходные устройства центробежных компрессоров. Казань: ФЭН, 1996. 198 с.
25. Идельчик И. Е. Аэрогидродинамика технологических аппаратов: (подвод, отвод и распределение потока по сечению аппаратов): моногр. М.: Машиностроение, 1983. 350 с.
26. Галеркин Ю. Б., Рекстин Ф. С. Методы исследования центробежных компрессорных машин. Л.: Машиностроение, 1969. 303 с.
27. Marenina L. CFD wind tunnel tests of centrifugal stage return channel vane cascades // Compressor technology and pneumatics. 2016. No. 3. P. 27–35. DOI: 10.1115/GTINDIA2015-1216.
28. Galerkin Y., Solovieva O. A. Flow behavior and performances of centrifugal compressor stage vaneless diffusers // International Conference on Numerical Methods in Industrial Processes. World Academy of science, engineering and technology. 2015. Vol. 9 (1). URL: https://www.researchgate.net/publication/281965967_Flow_Behavior_and_Performances_of_

Centrifugal_Compressor_Stage_Vaneless_Diffusers (дата обращения: 15.02.2020).

29. Соловьёва О. А. Математическая модель для расчета газодинамических характеристик и оптимизации безлопаточных диффузоров центробежных компрессорных ступеней: дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2018. 162 с.

30. Rekstin A. F., Drozdov A. A., Solovyeva O. A., Galerkin Y. B. Two mathematical models centrifugal compressor stage vaneless diffuser comparison // Oil and Gas Engineering (OGE-2018). 2018. Vol. 2007. P. 030035-1–030035-12. DOI: 10.1063/1.5051896.

ДРОЗДОВ Александр Александрович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории «Газовая динамика турбомашин», старший научный сотрудник Лидирующего исследовательского центра «Цифровое проектирование и моделирование (Smart Design)» Объединенного научно-технологического института Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (СПбПУ), г. Санкт-Петербург.

SPIN-код: 6030-5685

AuthorID (РИНЦ): 314735

AuthorID (SCOPUS): 56649790100

Адрес для переписки: A_drozdi@mail.ru

ГАЛЕРКИН Юрий Борисович, доктор технических наук, профессор (Россия), главный инженер проекта Лидирующего исследовательского центра «Цифровое проектирование и моделирование (Smart Design)» СПбПУ, г. Санкт-Петербург.

SPIN-код: 3559-7829

AuthorID (РИНЦ): 536512

AuthorID (SCOPUS): 6602105885

Адрес для переписки: yuri_galerkin@mail.ru

СОЛОВЬЁВА Ольга Александровна, кандидат технических наук, старший преподаватель Высшей школы гидротехнического и энергетического строительства СПбПУ, г. Санкт-Петербург.

SPIN-код: 4572-8002

AuthorID (РИНЦ): 703529

AuthorID (SCOPUS): 57211352384

Адрес для переписки: Solovyeva.OA@yandex.ru

СОЛДАТОВА Кристина Валерьевна, доктор технических наук, Мельбурнский Технологический университет, г. Мельбурн, Австралия.

Адрес для переписки: buck02@list.ru

SPIN-код: 7234-3954

AuthorID (РИНЦ): 663211

AuthorID (SCOPUS): 41762583500

УЦЕХОВСКИЙ Александр Александрович, преподаватель учебной части СПбПУ, г. Санкт-Петербург.

AuthorID (SCOPUS): 57203587934

Адрес для переписки: au-mail@list.ru

Для цитирования

Дроздов А. А., Галеркин Ю. Б., Соловьёва О. А., Солдатова К. В., Уцеховский А. А. Математическая модель Метода универсального моделирования 9-й версии: особенности и результаты идентификации // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2020. Т. 4, № 4. С. 28–40. DOI: 10.25206/2588-0373-2020-4-4-28-40.

Статья поступила в редакцию 14.09.2020 г.

© А. А. Дроздов, Ю. Б. Галеркин, О. А. Соловьёва, К. В. Солдатова, А. А. Уцеховский

MATHEMATICAL MODEL OF THE 9TH VERSION UNIVERSAL MODELING METHOD: FEATURES AND RESULTS OF IDENTIFICATION

A. A. Drozdov¹, Yu. B. Galerkin¹, O. A. Solovyeva¹,
K. V. Soldatova², A. A. Uchevsky¹

¹Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,
Russia, Saint Petersburg, Polytechnicheskaya St., 29, 195251

²Melbourne University of Technology,
Australia, Melbourne

The Universal modeling method is a complex of computer programs for calculating the characteristics and optimal design of centrifugal compressors based on mathematical models of efficiency and head. Practical experience allows improving the mathematical models that underlie the Method. Determining the non-incidence inlet in a blade cascade is an important part of calculating the compressor gas-dynamic characteristics. In the 8th version of the Universal modeling method, a formula is used to calculate the direction of the critical stream line, containing an empirical coefficient X . The practice of application has shown that the value of the empirical coefficient changes the amount of losses in the impeller in off-design flow rates. A new scheme for modeling velocity diagrams is proposed. It is made for the stage operation mode corresponding to the zero incidence angle. The successful use of the model for the impeller made it possible to extend it to the vane diffuser and return channel. Several other improvements are made too. A new mathematical model is developed for calculating the flow parameters in the exit nozzles of centrifugal compressor stage. The mathematical model for calculating the flow parameters in the vaneless diffusers is modernized. The applicability boundary of the new model is expanded to a range of diffusers of low consumption stages with a relative width of up to 0,006. The resulting mathematical model is identified by the test results of two family model stages and plant tests of industrial compressors.

Keywords: mathematical modelling, centrifugal compressor, vaneless diffuser, efficiency, exit nozzle, impeller.

Acknowledgments

The research is performed by a Grant of the President of the Russian Federation for young PhD MK-1893.2020.8.

References

1. PCA Engineers. URL: <http://www.pcaeng.co.uk/software/> (accessed: 12.04.2020). (In Engl.).
2. Japikse D. Agile engineering and the restructuring of modern design // 40th Israel Annual Conference on Aerospace Science. Tel-Aviv and Haifa. February 23–24. 2000. (In Engl.).
3. Japikse D., Bittery J. Effective two-zone modeling of diffusers and return channel systems for radial and mixed-flow pumps and compressors // 11th International symposium on transport phenomena and dynamics of rotating machinery. Honolulu. February 26–March 02. 2006. (In Engl.).
4. Dubitsky O., Japikse D. Vaneless diffuser advanced model // Journal of Turbomachinery. 2008. Vol. 130 (1). 011020. DOI: 10.1115/1.2372781. (In Engl.).
5. Qiu X., Japikse D., Zhao J. [et al.]. Analysis and Validation of a Unified Slip Factor Model for Impellers at Design and Off-Design Conditions // Journal of Turbomachinery. 2011. Vol. 133 (4). 041018. DOI: 10.1115/1.4003022. (In Engl.).
6. Drozdov A. V., Lunev A. T. Primeneniye metodov identifikatsii i mnogorezhimnoy optimizatsii pri proyektirovanii tsentrot-

beznykh kompressorov [Application of identification methods and multi-mode optimization in the design of centrifugal compressors] // Potrebiteli-proizvoditeli kompressorov i kompressornogo oborudovaniya. *Potrebiteli-Proizvoditeli Kompressorov i Kompressornogo Oborudovaniya*. St. Petersburg, 2015. P. 69–73. (In Russ.).

7. Lunev A. T. Struktura metoda proyektirovaniya i ispytaniya protochnoy chasti nagnetateley dlya perekachivaniya prirodnogo gaza [The structure of the design and testing of the flow part of the blowers for pumping natural gas] // *Kompressornaya tekhnika i pnevmatika. Compressor and Pneumatics*. 2001. No. 10. P. 4–7. (In Russ.).

8. Lunev A. T. Razrabotka vysokoeffektivnykh smennykh protochnykh chastey tsentrotbeznykh kompressorov gazoperekachivayushchikh agregatov [Development of highly efficient replaceable flow parts of centrifugal compressors for gas-pumping units]. Kazan, 2005. 123 p. (In Russ.).

9. Galerkin Yu. B. Turbokompressory. Rabochiy protsess, raschet i proyektirovaniye protochnoy chasti [Turbochargers. Workflow, calculation and design of the flow path]. Moscow, 2010. 596 p. (In Russ.).

10. Galerkin Y., Danilov K., Popova E. Design philosophy for industrial centrifugal compressors // Institution of Mechanical Engineers (IMEchE) Conference Transactions, International Conference on Compressors and Their Systems. London: City University, 1999. (In Engl.).

11. Danilov K. A. Sozdaniye matematicheskoy modeli i programnykh kompleksov dlya optimal'nogo gazodinamicheskoy

go proyektirovaniya kholodil'nykh tsentrobezhnykh kompressorov [Creation of a mathematical model and software systems for optimal gas-dynamic design of refrigeration centrifugal compressors]. St. Petersburg, 1999. 176 p. (In Russ.).

12. Galerkin Y., Drozdov A. New generation of Universal modeling for centrifugal compressors calculation // 9th International Conference on Compressors and their Systems. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2015. Vol. 90. DOI: 10.1088/1757-899X/90/1/012040. (In Engl.).

13. Galerkin Y., Rekstin A., Soldatova K., Drozdov A. Universal modeling method — the instrument for centrifugal compressor gas dynamic design // ASME Gas Turbine India Conference. 2015. GTINDIA2015-1202, V001T01A001. DOI: 10.1115/GTINDIA2015-1202. (In Engl.).

14. Rekstin A. F., Drozdov A. A., Solovyeva O. A., Galerkin Y. B. Two mathematical models centrifugal compressor stage vaneless diffuser comparison // Oil and Gas Engineering (OGE-2018). 2018. Vol. 2007. P. 030035-1–030035-12. DOI: 10.1063/1.5051896. (In Engl.).

15. Galerkin Yu. B., Rekstin A. F., Soldatova K. V., Drozdov A. A. Analysis of geometric and gas-dynamic parameters of centrifugal compressor stages in tenfold range of design flow rate // Oil and Gas Engineering (OGE-2019). 2019. Vol. 2141. P. 030018-030018-11. DOI: 10.1063/1.5122068. (In Engl.).

16. Rekstin A. F., Galerkin Yu. B., Soldatova K. V. Computer programs application for development a primary design recommendations of low-flow rate centrifugal compressor stages // Oil and Gas Engineering (OGE-2019). 2019. Vol. 2141. P. 030032-030032-10. DOI: 10.1063/1.5122082. (In Engl.).

17. Rekstin A. F., Galerkin Yu. B. The primary design method development of centrifugal compressor impellers based on the analysis of the geometrical parameters // Oil and Gas Engineering (OGE-2019). 2019. Vol. 2141. P. 030052-030052-10. DOI: 10.1063/1.5122102. (In Engl.).

18. Vasil'yev Yu. S., Rodionov P. I., Sokolovskiy M. I. Vysokoeffektivnyye tsentrobezhnyye kompressory novogo pokoleniya. Nauchnyye osnovy rascheta, razrabotka metodov optimal'nogo proyektirovaniya i osvoyeniye proizvodstva [New generation highly efficient centrifugal compressors. Scientific foundations of calculation, development of optimal design methods and production mastering] // Promyshlennost' Rossii. *Promyshlennost' Rossii*. 2000. No. 10-11. P. 78–85. (In Russ.).

19. Galerkin Yr. B., Soldatova K. V. Modelirovaniye rabocheho protessa promyshlennykh tsentrobezhnykh kompressorov. Nauchnyye osnovy, etapy razvitiya, sovremennoye sostoyaniye [Modeling the workflow of industrial centrifugal compressors. Scientific foundations, stages of development, current state]. St. Petersburg, 2011. 327 p. ISBN 978-5-7422-3228-5. (In Russ.).

20. Seleznev K. P., Galerkin Yu. B. Tsentrobezhnyye kompressory [Centrifugal compressors]. Leningrad, 1982. 271 p. (In Russ.).

21. Galerkin Yu. B., Drozdov A. A. Voprosy modelirovaniya raschetnogo rezhima rabocheho kola tsentrobezhnogo kompressora [Modeling the design flow coefficient of a centrifugal compressor impeller] // Nauka i Obrazovaniye: nauchnoye izdaniye MGTU im. N. E. Baumana. *Science and Education of the Bauman MSTU*. 2017. No. 7. P. 112–135. DOI: 10.7463/0717.0001290. (In Russ.).

22. Lysyakova A. A. Sovershenstvovaniye programm rascheta kharakteristik tsentrobezhnykh kompressornykh stupeney s ispol'zovaniyem obobshchennykh diagramm skorostey obtekaniya lopatok [Improvement of programs for calculating the characteristics of centrifugal compressor stages using generalized flow velocity diagrams of blades]. St. Petersburg, 2010. 141 p. (In Russ.).

23. Drozdov A. A. Metod proektirovaniya centrobezhnykh kompressorov s oseradial'nymi rabochimi kolesami [Method for designing centrifugal compressors with axial radial impellers]. St. Petersburg, 2016. 236 p. (In Russ.).

24. Miftakhov A. A., Zykov V. I. Vkhodnyye i vykhodnyye ustroystva tsentrobezhnykh kompressorov [Inlet and outlet devices of centrifugal compressors]. Kazan, 1996. 194 p. (In Russ.).

25. Idelchik I. E. Aerogidrodinamika tekhnologicheskikh apparatov: (podvod, otvod i raspredeleniye potoka po secheniyu apparatov) [Aerohydrodynamics of technological devices: (inlet, outlet and distribution of the flow over the section of the devices)]. Moscow, 1983. 350 p. (In Russ.).

26. Galerkin Yu. B., Rekstin F. S. Metody issledovaniya tsentrobezhnykh kompressornykh mashin [Research methods of centrifugal compressor machines]. Leningrad, 1969. 303 p. (In Russ.).

27. Marenina L. CFD wind tunnel tests of centrifugal stage return channel vane cascades // Compressor technology and pneumatics. 2016. No. 3. P. 27–35. DOI: 10.1115/GTINDIA2015-1216. (In Engl.).

28. Galerkin Y., Solovieva O. A. Flow behavior and performances of centrifugal compressor stage vaneless diffusers // International Conference on Numerical Methods in Industrial Processes. World Academy of science, engineering and technology. 2015. Vol. 9 (1). URL: https://www.researchgate.net/publication/281965967_Flow_Behavior_and_Performances_of_Centrifugal_Compressor_Stage_Vaneless_Diffusers (accessed: 15.02.2020). (In Engl.).

29. Solovyeva O. A. Matematicheskaya model' dlya rascheta gazodinamicheskikh kharakteristik i optimizatsii bezopatochnykh diffuzorov tsentrobezhnykh kompressornykh stupeney [Mathematical model for calculating gas-dynamic characteristics and optimization of vaneless diffusers of centrifugal compressor stages]. St. Petersburg, 2018. 162 p. (In Russ.).

30. Rekstin A. F., Drozdov A. A., Solovyeva O. A., Galerkin Y. B. Two mathematical models centrifugal compressor stage vaneless diffuser comparison // Oil and Gas Engineering (OGE-2018). 2018. Vol. 2007. P. 030035-1–030035-12. DOI: 10.1063/1.5051896. (In Engl.).

DROZDOV Aleksandr Aleksandrovich, Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher of Gas Dynamics of Turbomachines Research Laboratory, Senior Researcher of Leading Research Center «Digital Design and Modeling (Smart Design)» of United Research and Technology Institute, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (SPbPU), St. Petersburg.

SPIN-code: 6030-5685

AuthorID (RSCI): 314735

AuthorID (SCOPUS): 56649790100

Address for correspondence: A_drozdi@mail.ru

GALERKIN Yuriy Borisovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Chief Project Engineer of Leading Research Center «Digital Design and Modeling (Smart Design)», SPbPU, St. Petersburg.

SPIN-code: 3559-7829

AuthorID (RSCI): 536512

AuthorID (SCOPUS): 6602105885

Address for correspondence: yuri_galerkin@mail.ru

SOLOVYEVA Olga Aleksandrovna, Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer of Higher School of Hydraulic and Energy Construction, SPbPU, St. Petersburg.

SPIN-code: 4572-8002

AuthorID (RSCI): 703529

AuthorID (SCOPUS): 57211352384

Address for correspondence: Solovyeva.OA@yandex.ru



SOLDATOVA Kristina Valerievna, Doctor of Technical Sciences, Melbourne University of Technology, Australia, Melbourne.

SPIN-code: 7234-3954

AuthorID (RSCI):663211

AuthorID (SCOPUS):41762583500

Address for correspondence: buck02@list.ru

UCEHOVSCY Aleksandr Aleksandrovich, Lecturer of Educational Part, SPbPU, St. Petersburg.

AuthorID (SCOPUS): 57203587934

Address for correspondence:

au-mail@list.ru

For citations

Drozdov A. A., Galerkin Yu. B., Solovyeva O. A., Soldatova K. V., Uchevscy A. A. Mathematical model of the 9th version Universal modeling method: features and results of identification // Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering. 2020. Vol. 4, no. 4. P. 28–40. DOI: DOI: 10.25206/2588-0373-2020-4-4-28-40.

Received September 14, 2020.

© **A. A. Drozdov, Yu. B. Galerkin, O. A. Solovyeva,**

K. V. Soldatova, A. A. Uchevscy