

СХОДСТВО И РАЗЛИЧИЕ РАБОЧИХ ПРОЦЕССОВ ЭФФЕКТА РАНКА И ТРУБЫ ГАРТМАНА—ШПРЕНГЕРА

В. И. Кузнецов, В. В. Макаров, А. Ю. Шандер

Омский государственный технический университет,
Россия, 644050, г. Омск, пр. Мира, 11

Рассмотрены физико-математические модели процессов, протекающих в вихревых трубах (эффект Ранка) и трубе Гартмана—Шпренгера. Выявлены физические модели наиболее близко соответствующие физическим процессам, идущим в этих устройствах. Найдено сходство и различие эффектов, возникающих при работе вихревых труб и трубы Гартмана—Шпренгера. Приведено доказательство влияния вязкости на эффект Ранка и взаимодействие газов в трубе Гартмана—Шпренгера. Приведены закономерности изменения полного давления и полной температуры в вихревой трубе и трубе Гартмана—Шпренгера. Определены факторы, влияющие на энергообмен в вихревой трубе и трубе Гартмана—Шпренгера. Выявлено влияние на эффект Ранка и трубу Гартмана—Шпренгера обмена работой и теплотой. Найдено механизм передачи энергии между слоями газа в вихревой трубе и в тупиковой полости Гартмана—Шпренгера.

Ключевые слова: эффект Ранка, вихревая труба, труба Гартмана—Шпренгера, энергообмен, вязкость, градиент угловых скоростей, градиент линейных скоростей.

Введение

В аэрокосмической технике применяются вихревые и трубы Гартмана—Шпренгера для систем термостатирования [1, 2].

Эффект Ранка характерен тем, что поток газа, подведенный тангенциально в трубу, разделяется на два потока. Один поток имеет температуру торможения более высокую, а второй — более низкую, чем полная температура восходящего газа [1]. В трубе Гартмана—Шпренгера происходит повышение полной температуры газа при движении от входа до конца тупиковой полости. По законам механики сплошной среды изменение полной энергии газа (полного давления и полной температуры) может происходить только при обмене работой и теплотой с внешней средой или разными газами. Существует ряд гипотез, объясняющих возникновение эффекта Ранка и рабочего процесса в трубе Гартмана—Шпренгера [1–3]. Однако ни одна из этих гипотез не получила всеобщего признания.

Постановка задачи

Более широкое применение в аэрокосмической технике вихревых труб (рис. 1), работающих на эффекте Ранка и труб Гартмана—Шпренгера (рис. 2) сдерживает отсутствие теоретического обоснования их работы. На основании вышеизложенного основной задачей данной работы является попытка теоретического обоснования рабочего процесса эффекта Ранка, трубы Гартмана—Шпренгера, а также определение их сходства и различия.

Материал и методы исследования

Существует несколько физико-математических моделей, объясняющих эффект Ранка [4–6]. Ос-

новной недостаток этих моделей — по ним нельзя составить методику расчета геометрических размеров вихревой трубы на заданные термодинамические параметры и методику расчета характеристик вихревой трубы при известных геометрических размерах. Есть только одна физико-математическая модель, на базе которой можно разработать методики расчета геометрических размеров вихревой трубы при заданных термодинамических параметрах и расчета характеристик вихревой трубы при известных геометрических размерах [7]. Основой этой физико-математической модели является то, что учитывается обмен работой и теплотой между осевым и периферийным потоками газа. Работа от оси к периферии передается силами вязкости за счет градиента угловых скоростей, а тепловой поток идет от периферии к оси из-за разности термодинамических температур, суммарное воздействие обмена работой и теплотой и приводит к возникновению эффекта Ранка.

Величина энергообмена между периферийными и осевыми слоями газа определяется из первого начала термодинамики [8]:

— в тепловой форме:

$$q_{\text{нари-}j} - I_{i-j} = i_{0j} = i_{0i} \quad (1)$$

— в механической форме:

$$-I_{i-j} = \int_i^j \frac{dP_0}{\rho_0} + I_{\text{mpi-}j}$$

или

$$I_{i-j} + I_{\text{mpi-}j} = -\frac{n}{n-1} \frac{P_{01}}{\rho_{01}} \left[\left(\frac{P_{01}}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad (2)$$

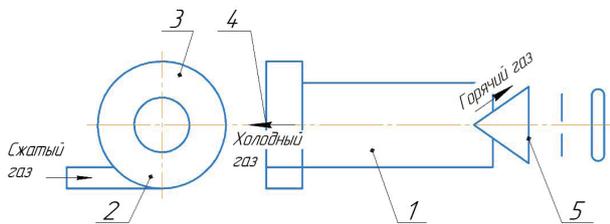


Рис. 1. Схема вихревой трубы
Fig. 1. Scheme of vortex tube

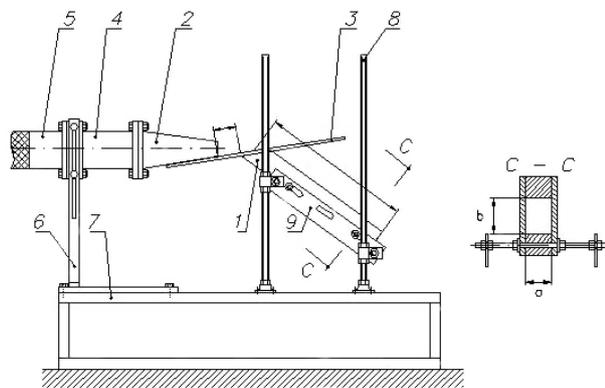


Рис. 2. Схема трубы Гартмана-Шпренгера:

- 1 — модель тупиковой полости; 2 — сопло;
3 — направляющая плоскость; 4 — мерная проставка;
5 — трубопровод высокого давления; 6 — подставка;
7 — крепежная рама; 8 — стержневая конструкция;
9 — пластина
- Fig. 2. Scheme of the Hartmann-Sprenger pipe:
1 — Model stall cavity; 2 — nozzle;
3 — guiding plane;
4 — dimensional spacer; 5 — high pressure pipeline;
6 — stand; 7 — mounting frame; 8 — bar structure; 9 — plate

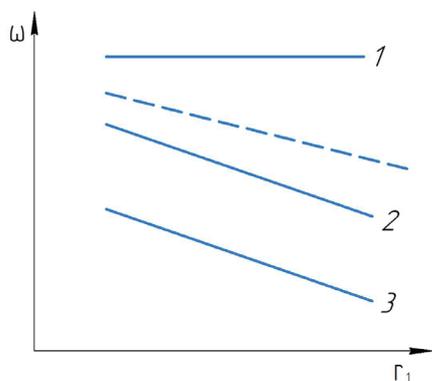


Рис. 3. Распределение угловой скорости газа по радиусу вихревой трубы: 1 — $l = 0$; 2 — $l = d_i$; 3 — $l = 12,6d_i$
Fig. 3. Angular distribution of the gas velocity along the radius of the vortex tube: 1 — $l = 0$; 2 — $l = d_i$; 3 — $l = 12,6d_i$

где l — удельная работа, Дж/кг; q — тепловой поток, Дж/кг; i — энтальпия, Дж/кг; P — давление, Н/м²; ρ — плотность, кг/м³; n — показатель политропы.

К уравнениям (1) и (2) добавляются уравнения состояния:

$$\rho_i = \frac{P_i}{RT_i} \quad (3)$$

и сплошности (неразрывности)

$$Gi = \rho_i F_i V_i \quad (4)$$

Система уравнений (1) — (4) не замкнута. Добавляется уравнение потенциального течения вращающейся жидкости [8]:

$$V_\varphi r^n = \text{const}, \quad (5)$$

где V_φ — окружная скорость газа, м/с; r — радиус, м; $n=2$ — коэффициент, учитывающий вращение газа в сопловом сечении по закону квадратичной параболы.

На основании теоретических и экспериментальных исследований определено, что механизмом передачи кинетической энергии от оси к периферии вихревой трубы силами вязкости является градиент угловых скоростей, который изменяется от максимального у вентиля до минимального у диафрагмы (рис. 3). Тепловой поток от периферии к оси идет за счет разности термодинамических температур. Обмен работой и теплотой составляет основу эффекта Ранка [7].

В трубе Гартмана — Шпренгера происходит повышение полной температуры газа от входа до конца тупиковой полости (рис. 3). По законам механики сплошной среды изменение полной температуры газа может происходить только при обмене работой и теплотой с внешней средой [9]. Подвода теплоты в тупиковой полости нет, следовательно, должен идти процесс обмена работой с внешней средой. Этот обмен может возникать при подводе кинетической энергии от внешней среды. Кинетическая энергия от внешней среды может подводиться силами вязкости за счет разности линейных скоростей внешнего потока и потока газа, вошедшего в тупиковую полость [10]. При движении по тупиковой полости скорость движения газа падает, давление растет в соответствии с уравнением Бернулли и после достижения определенной разности давлений в тупиковой полости и во внешнем потоке газ начинает выходить из тупиковой полости наружу [11]. Этот процесс будет идти до тех пор, пока статические давления газов в тупиковой полости и в набегающем потоке не сравняются. Далее процесс повторяется, т.е. часть набегающего потока входит в тупиковую полость, получает кинетическую энергию от набегающего потока, в результате чего растет полное давление и полная температура газа в тупиковой полости. Часть газа в конце тупиковой полости подвергается попеременному сжатию и расширению, но из тупиковой полости не выходит наружу. Это так называемая застойная зона (рис. 4).

Обмен кинетической энергией между набегающим потоком и вошедшим в тупиковую полость может происходить как при дозвуковой скорости набегающего потока, так и при сверхзвуковой [12].

Рассмотрим течение, которое получается в результате наложения равномерного прямолинейного потока со скоростью \vec{V}_∞ на поток от плоского источника интенсивности Q , расположенного в начале координат (рис. 5).

Если рассматривать движение в полярной системе координат, то потенциалы равномерного потока и источника примут вид [13]:

$$\varphi_\infty = V_\infty \cdot r \cdot \cos\theta;$$

$$\varphi_{\text{ист}} = \frac{Q}{2\pi r}$$

а потенциал результирующего потока:

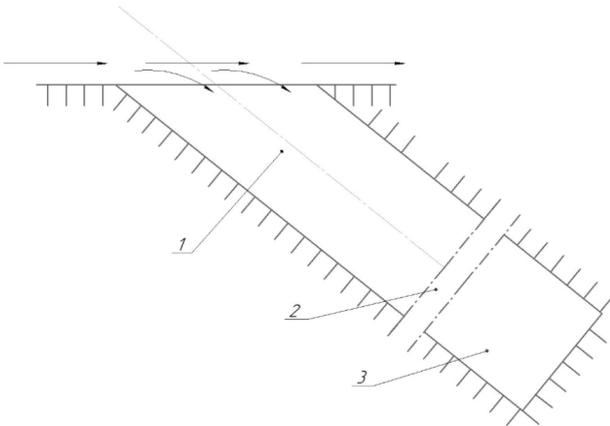


Рис. 4. Начальный вход газа в тупиковую полость:
1 — продольные пульсации, 2 — граница разделения, 3 — область газа, которая не участвует в массообмене с набегающим потоком
Fig. 4. Initial gas entry into the dead-end cavity:
1 — longitudinal pulsations, 2 — separation boundary, 3 — gas region that does not participate in mass transfer with the incoming flow

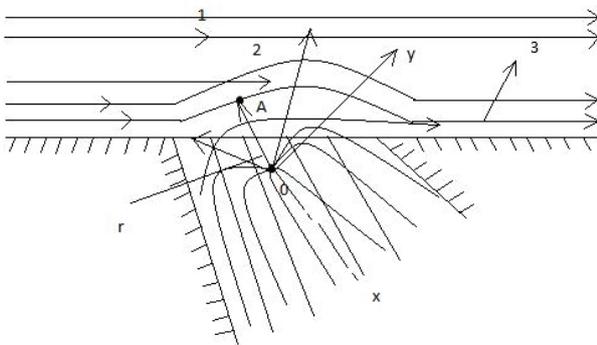


Рис. 5. Линии тока при наложении равномерного потока на источник: 1 — линии тока равномерного потока; 2 — линии тока источника, расположенного в начале координат; 3 — линии тока результирующего течения; АВ — линия тока, проходящего через точку торможения
Fig. 5. Streamlines when a uniform flow is applied to the source: 1 — streamlines of a uniform flow; 2 — streamlines of the source located at the origin; 3 — streamlines of the resulting flow; АВ — line of current passing through the stagnation point

$$\varphi = V_{\infty} r \cos \theta + \frac{Q}{2\pi} \ln r. \quad (6)$$

Проекция скорости на направление радиуса и перпендикулярное к нему соответственно

$$V_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = V_{\infty} \cos \theta + \frac{Q}{2\pi r}, \quad (7)$$

$$V_{\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = -V_{\infty} \sin \theta. \quad (8)$$

Критическая точка, в которой $V_r=0$, $V_{\theta}=0$, находится из условия:

$$\theta = \pi;$$

$$r_0 = \frac{Q}{2\pi V_{\infty}}.$$

Линии тока находятся из уравнения:

$$\frac{dr}{V_r} = \frac{rd\theta}{V_{\theta}}. \quad (9)$$

Значения скоростей V_r и V_{θ} из (7) и (8) подставляются в уравнение (9):

$$\frac{dr}{V_{\infty} \cos \theta + \frac{Q}{2\pi r}} = -\frac{rd\theta}{V_{\infty} \sin \theta},$$

откуда находится

$$\frac{dr}{d\theta} + r \cot \theta = -\frac{Q}{2\pi V_{\infty} \sin \theta}.$$

Полученное линейное дифференциальное уравнение первого порядка интегрируется:

$$\int dr + \int r \cot \theta d\theta = -\int \frac{Q}{2\pi V_{\infty} \sin \theta} d\theta,$$

откуда

$$r \sin \theta = C - \frac{Q}{2\pi V_{\infty}} \theta.$$

Уравнение линии тока, проходящей через критическую точку с координатами $\theta_0 = \pi$, $r_0 = \frac{Q}{2\pi V_{\infty}}$. Для этой точки $C = \frac{Q}{2V_{\infty}}$, следовательно, уравнение этой линии тока

$$r = \frac{Q}{2\pi V_{\infty}} \frac{\pi - \theta}{\sin \theta}. \quad (10)$$

Искомая линия тока пересекает полярную ось только в одной точке А, координаты которой $\theta = \pi$, $r = r_0$ (рис. 5). При наложении равномерного прямолинейного потока на пространственный источник в результате получится течение, среди линий тока которого будут линии, образующие незамкнутую поверхность. Эту поверхность можно принять за обтекаемое пространственное полутело.

Движение будет плоским или плоскопараллельным, если все частицы, лежащие на одном и том же перпендикуляре к некоторой неподвижной плоскости, движутся параллельно этой плоскости. В этом случае параметры такого движения зависят от двух пространственных координат.

В случае плоского течения уравнение неразрывности в скалярной форме

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (11)$$

удовлетворяется, если ввести в рассмотрение функцию $\psi(x, y)$, такую, что для нее выполняются условия

$$\begin{aligned} u &= \frac{\partial \psi}{\partial y}; \\ V &= -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \end{aligned} \quad (12)$$

Уравнение (12) подставляется в уравнение линии тока, записанное для плоского течения,

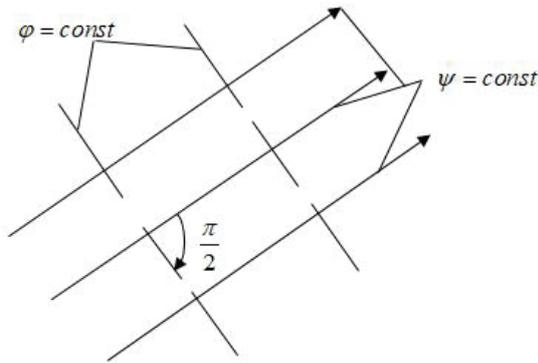


Рис. 6. Линии тока $\psi = \text{const}$ и линии равного потенциала $\varphi = \text{const}$
Fig. 6. Streamlines $\psi = \text{const}$ and lines of equal potential $\varphi = \text{const}$

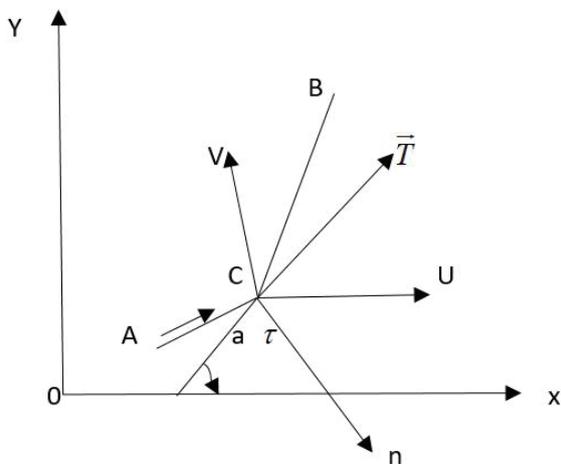


Рис. 7. Нормальная и тангенциальная составляющие скорости: \vec{T} — вектор касательной к линии в точке C; \vec{n} — вектор нормали

Fig. 7. Normal and tangential components of the velocity: \vec{T} — the vector of the tangent to the line at point C; \vec{n} — normal vector

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$$

получим

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)dx + \left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)dy = d\psi = 0,$$

откуда следует, что вдоль линии тока $\psi = \text{const}$, т.е. ψ является функцией тока.

Для определения связи между потенциалом скорости и функцией тока используется их связь с компонентами скорости в плоском течении $\left(u = \frac{\partial\phi}{\partial x}; v = \frac{\partial\phi}{\partial y}; u = \frac{\partial\psi}{\partial y}; v = -\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)$, в результате чего получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial\phi}{\partial x} &= \frac{\partial\psi}{\partial y}, \\ \frac{\partial\phi}{\partial y} &= -\frac{\partial\psi}{\partial x}. \end{aligned} \quad (13)$$

Уравнения (13) являются условиями Коши–Римана [14]. Они показывают, что каждая кривая

$\phi = \text{const}$ пересекается под прямым углом с линией $\psi = \text{const}$, т.е. они ортогональны (рис. 6).

Функции ϕ и ψ называются сопряженными. Условия Коши–Римана позволяют выразить одну из сопряженных функций через другую.

Условия Коши–Римана (13) являются условиями существования аналитической функции $W(Z)$ комплексного переменного $z = x + iy$, определяемой соотношением

$$W(Z) = \phi + i\psi, i = \sqrt{-1}. \quad (14)$$

Определяя производную $\frac{dw}{dz}$, имеем

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial\phi}{\partial x} + i \frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial y} - i \frac{\partial\phi}{\partial y}. \quad (15)$$

Выражение $\bar{V} = u - iv$ — называется комплексной сопряженной скоростью, а сама функция $W(Z)$ — комплексным потенциалом или характеристической функцией течения (выражение $V = u + iv$ называется комплексной скоростью). Модуль скорости определяется соотношением

$$|V| = \sqrt{u^2 + v^2} = \left|\frac{dw}{dz}\right|. \quad (16)$$

Если ϕ_k и $\psi_k (k=1, 2, \dots, n)$ соответственно потенциалы скорости и функции тока отдельных потоков, то при их наложении потенциал скорости и функция тока сложного течения имеют вид

$$\begin{aligned} \phi &= \sum_{k=1}^n \phi_k; \\ \psi &= \sum_{k=1}^n \psi_k. \end{aligned} \quad (17)$$

Умножая второе соотношение (17) на $i = \sqrt{-1}$ и складывая с первым, найдем комплексный потенциал сложного течения:

$$W(Z) = \sum_{k=1}^n W_k(Z), \quad (18)$$

откуда видно, что при наложении потенциальных потоков их характеристические функции складываются алгебраически.

При обтекании плоских тел требуется вычислить нормальную V_n и касательную V_t составляющие скорости в точках некоторой линии, например, АВ (рис. 6).

Проекция вектора скорости на направления касательной и нормали определяются по формулам [13]

$$V_t = \text{Re}\left(\frac{dw}{dz}\right)e^{i\tau}; \quad (19)$$

$$V_n = \text{Im}\left(\frac{dw}{dz}\right)e^{i\tau},$$

где τ — угол между касательной к линии АВ и осью ОХ (рис. 7).

В том случае, когда линия АВ является линией тока или твердой стенкой, нормальная составляющая скорости равна нулю, а касательная явля-

ется действительной величиной. Рассмотрим интеграл

$$J = \int \frac{dw}{dz} dz, \text{ так как } dz = ds e^{-it}, \text{ то}$$

$$\int \frac{dw}{dz} dz = \int_L (V_T + iV_n) ds, \text{ откуда}$$

$$\int \frac{dw}{dz} dz = \Gamma + iQ, \quad (20)$$

где Γ — циркуляция скорости; Q — объемный расход жидкости через контур, по которому ведется интегрирование.

Соотношение $W(Z) = \varphi + i\psi$ показывает, что тот или иной выбор аналитической функции $W(Z)$ дает определенную картину линий тока $\psi = \text{const}$ и линий главного потенциала $\varphi = \text{const}$. Выбор W устанавливает определенную кинематическую картину плоского течения. Поэтому задача об определении поля скоростей в плоском течении сводится к нахождению функции W при соответствующих граничных условиях. При обтекании тела в бесконечно удаленной точке поток не возмущен, поэтому на бесконечности

$$\left. \frac{dw}{dz} \right|_{z \rightarrow \infty} = u_\infty - iv_\infty. \quad (21)$$

Контур тела является линией тока, на которой функция тока $\psi = \text{const}$.

Рассмотрим функцию $W = az^n$, где a и n действительные величины. Полагая, что $z = re^{i\theta}$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; $\theta = \arctg\left(\frac{y}{x}\right)$, находим: $\varphi + i\psi = ar^n e^{in\theta} = ar^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$, откуда $\varphi = ar^n \cos(n\theta)$, $\psi = ar^n \sin(n\theta)$.

Приравнявая $\psi = \text{const} = c$, получаем уравнение линий тока (в полярной системе координат)

$$r = \left[\frac{c}{\sin(n\theta)} \right]^{\frac{1}{n}}.$$

Так как на линии тока нормальная составляющая вектора скорости в любой ее точке $V_n = 0$, то, если показатель степени V_x^n , где $n \geq 1$, рассматриваемая функция W описывает течение внутри угла меньшего π , имеющего вершину в начале координат (рис. 8).

Находится модуль скорости в угловой точке (при $r \rightarrow 0$). Так как в полярной системе координат $V_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r}$,

$$V_\theta = \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{d\theta}, \text{ то } V_r = anr^{n-1} \cos(n\theta), \quad V_\theta = -anr^{n-1} \times \sin(n\theta), \quad |V| = \sqrt{V_r^2 + V_\theta^2} = anr^{n-1}.$$

Поэтому при $n \geq 1$ в угловой точке ($r=0$) $|V|=0$, т.е. при обтекании угла, меньшего π , потоком невязкой среды скорость в вершине угла конечна и равна нулю. Вообще, при пересечении двух линий тока скорость в точке их пересечения обращается в нуль.

Оторвавшийся поток перед точкой присоединения условно разбивается на внутреннюю 1 и внешнюю зоны 2 (рис. 9). Считается, что вдоль линий тока осредненного течения во внешней части области смещения происходит изэнтропическое сжатие. Во внутреннем слое влияние градиента давления компенсируется градиентом касательных напряжений.

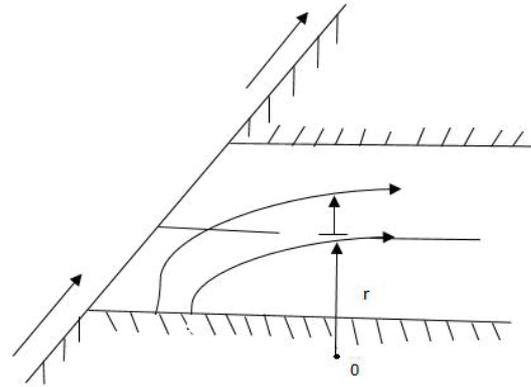


Рис. 8. Линии тока при обтекании угла, меньшего π
Fig. 8. Streamlines with a flow around an angle less than π

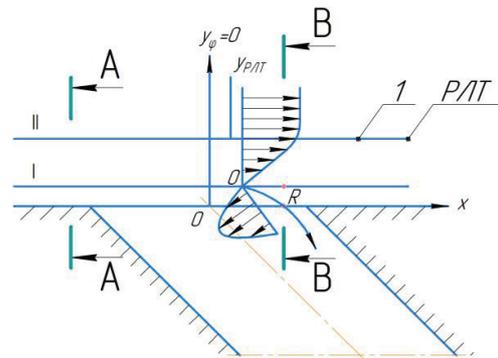


Рис. 9. Течение с присоединением
Fig. 9. Attached flow

Уравнение движения для бесконечно малого объема жидкости в скалярной форме (в проекциях на оси координат x, y, z) имеет вид [15]:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho^i V_l^i + \psi^i V_{\varphi-x,l}^i) + \frac{\partial}{\partial k} (\rho^i V_k^i V_l^i) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial k} (\tau_k^i - p^i) + F_{\sum l}^i + \rho^i F_l^i, \quad (22)$$

(по индексу l , принимающему последовательно значения x, y, z , производится проектирование на оси координат).

Уравнение движения вдоль линии тока получается из уравнения (22) при $\rho = \text{const}$:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(P + \rho \frac{V_x^2}{2} \right) = \frac{\partial \tau}{\partial y}. \quad (23)$$

Для внешнего слоя существенное значение имеет член $\frac{\partial p}{\partial x}$, а величина $\frac{\partial \tau}{\partial y}$ оказывается малой, поэтому получается

$$\left(\rho \frac{V_x^2}{2} \right)_R = \left(\rho \frac{V_x^2}{2} \right)_P - (P_R - P_P), \quad (24)$$

где P_R, P_P — статические давления соответственно в точках присоединения и начала повышения давления; V_x — скорость при условии постоянства давления между сечениями А-А и В-В (рис. 9).

Соотношение (24) определяет профиль скоростей во внешнем слое.

Для внутреннего слоя принимается, что при малых значениях V_x величиной $\left(\frac{\partial V_x}{\partial x}\right)V_x$ можно пренебречь. Интеграл уравнения (5) дает

$$\tau = \tau_R + y \frac{dp}{dx}. \quad (25)$$

Известно, что в точке присоединения касательное напряжение $\tau_R = 0$, тогда

$$\tau = y \frac{dp}{dx}. \quad (26)$$

Согласно теории размерностей, $\tau \approx \frac{\rho V_x^2}{2}$. Поэтому профиль скоростей во внутреннем слое определяется формулой

$$\frac{1}{2} \rho V_x^2 = \frac{2}{K_0} \frac{dp}{dx} y, \quad (27)$$

где K_0 — универсальная постоянная, равная 0,4 [15].

Уравнения (24) и (27) дают профиль скоростей в точке присоединения только при условии сращения решений на разделяющей линии тока, которая определяется условиями непрерывности скорости, касательного напряжения и расхода.

Условие непрерывности скорости записывается в виде

$$\frac{1}{2} \rho V_{PAT}^2 - (P_R - P_P) = \frac{2}{K_0^2} \frac{dp}{dx} y_{PAT}. \quad (28)$$

Предполагая, что во внешнем слое касательные напряжения могут быть определены зависимостью [15]

$$\tau_{PAT} = \left(\rho K \frac{\partial V_x}{\partial y} \right)_{PAT} = y_{PAT} \frac{dp}{dx}. \quad (29)$$

Условие непрерывности расхода

$$\int_0^{y_{PAT}} \rho V_x' dy = \frac{2}{3} \rho \left(\frac{4}{\rho K_0^2} \frac{dp}{dx} \right)^{0.5} y_{PAT}^{0.5}. \quad (30)$$

В случае присоединения пограничного слоя основного потока к газу, движущемуся в тупиковой полости, условия в потенциальном потоке в значительной степени зависят от течения в вязком слое, поэтому их нельзя использовать как независимые. Для того, чтобы решить задачу, сделаны предположения, касающиеся величины градиента давления в области присоединения.

В первом приближении можно записать

$$\frac{\partial p}{\partial x} \approx \frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{(P_R - P_P)}{\Delta x}.$$

Длина, по которой происходит присоединение,

$$\Delta x = y_i \operatorname{ctg} \frac{\beta_R}{2} \approx \frac{2y_i}{\beta_R},$$

где $y_i = y_{PAT} - y_\phi = 0$.

Таким образом, градиент давления

$$\frac{\partial p}{\partial x} \approx \frac{dp}{dx} \approx \frac{P_R - P_P}{2y} \beta_R,$$

или
$$\frac{\overline{dp}}{dx} = \frac{\overline{p} \beta_R}{2y}. \quad (31)$$

Используя выражение (13), можно записать [15]:

$$\phi_{PAT}^2 = \overline{p} + \frac{2}{K_0^2} \frac{\tau_{PAT}}{(\rho V^2)_P}, \quad (32)$$

$$\overline{p} = \frac{16 \left(\frac{\tau_{PAT}}{(\rho V^2)_P} \right)^{\frac{3}{2}} y_i}{3K_0 \beta_R \int_0^{y_i} \phi' dy}, \quad (33)$$

$$y_{PAT} = y_i \frac{(\phi'^2 - \overline{p})}{\beta_R} K_0^2. \quad (34)$$

Для получения общего решения необходимо принять определенный профиль скорости и найти числовые значения постоянных.

Эффект Гартмана — Шпренгера возникает в тупиковых полостях. Конфигурация тупиковых полостей может быть самой разнообразной. Детальное изучение нестационарного течения жидкостей в них является сложной и еще полностью не решенной задачей.

В инженерной практике упрощают схемы течения жидкости в застойных зонах. Одной из простейших схем является неустановившееся течение вязкой сжимаемой жидкости внутри бесконечного круглого вихря. Так как траектория движения частиц жидкости внутри вихря — концентрические окружности, скорость V_x вдоль которых одинакова, направлена по касательной и зависит от координаты y , то движение можно рассматривать в одномерной постановке $V_x(y)$.

Уравнение неустановившегося движения может быть получено из (31) при обычных упрощениях и имеет вид

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2}.$$

Для начального условия ($t=0$) решение этого уравнения будет

$$V_x(y, 0) = V_0 \sin \left(\frac{\pi}{r_0} \right) y.$$

При граничных условиях, соответствующих $y=0$, $V_x(0, t) = 0$ и $y=r_0$, $V_x(r_0, t) = 0$,

$$V_x(y, t) = V_0 \left(\sin \frac{\pi}{r_0} y \right) e^{-\nu \frac{\pi^2}{r_0^2} t}. \quad (35)$$

В соответствии с (35) напряжение трения

$$\tau = \tau(y, t) = \mu \frac{\partial V_x}{\partial y} = \mu V_0 \frac{\pi}{r_0} \left(\cos \frac{\pi}{r_0} y \right) e^{-\nu \frac{\pi^2}{r_0^2} t}. \quad (36)$$

Напряжение трения на внешней границе вихря $y=r_0$, согласно (36), будет

$$\tau_0(t_0, t) = \mu V_0 \frac{\pi}{r_0} e^{-\frac{\pi^2}{r_0^2} t}. \quad (37)$$

Кроме того, касательные напряжения в трубе Гартмана–Шпренгера можно определять как напряжения, возникающие за счет разности скоростей движения внешнего потока и потока газ, вошедшего внутрь трубы. Касательные напряжения можно записать и в таком виде [15]:

$$\tau = \mu \frac{u_0}{d}$$

или

$$\tau = \rho \lambda \mu \frac{l}{d_s} \frac{\Delta V^2}{2},$$

где μ — динамическая вязкость газа (Н/м·с); u_0 — скорость внешнего потока (м/с); ρ — плотность газа (кг/м³); d_s — эквивалентный диаметр (м); ΔV — разность скоростей внешнего потока газа и вошедшего в трубу Гартмана–Шпренгера.

За счет разности скоростей внешнего и внутреннего потоков газа возникает передача кинетической энергии силами вязкости от внешнего потока к внутреннему. Повышение температуры газа в тупиковой полости можно определить как функцию разности скоростей, вязкости, эквивалентного диаметра и времени взаимодействия двух потоков

$$\Delta T^* = f(\Delta V, \mu, d_s, t).$$

Время взаимодействия определяется временем нахождения газа в тупиковой полости (от момента входа в тупиковую полость до начала выхода из нее) (рис. 10).

Кроме того, разность температур газа в тупиковой полости и набегающего потока можно определить по времени цикла пульсаций давления у закрытого торца полости:

$$T_2^* - T_1^* = \frac{\Delta V^2}{2C_p} \left(\frac{t_1}{t_u} - \frac{t_2 - 60}{t_u} \right), \quad (38)$$

где T_1^* — полная температура набегающего потока, К; T_2^* — полная температура в конце тупиковой полости, К; ΔV — разность скоростей набегающего потока и потока, входящего в тупиковую полость, м/с; C_p — теплоемкость при постоянном давлении, Дж/(кг·К); $0 \leq t_1 \leq 60$ — время повышения температуры газа в области входного отверстия тупиковой полости, с; $0 \leq t_2 \leq 540$ — время повышения температуры в конце тупиковой полости до достижения равновесия тепловых потоков в тупиковой полости и отвода от нее в окружающую среду, с; t_u — время цикла пульсацией давления у закрытого торца полости, с рис. 10.

Совпадение расчетных и экспериментальных данных удовлетворительное (рис. 11).

Результаты исследования вихревой трубы (эффект Ранка) и трубы Гартмана–Шпренгера

Теоретически и экспериментально установлено, что поток газа в вихревой трубе движется по винто-

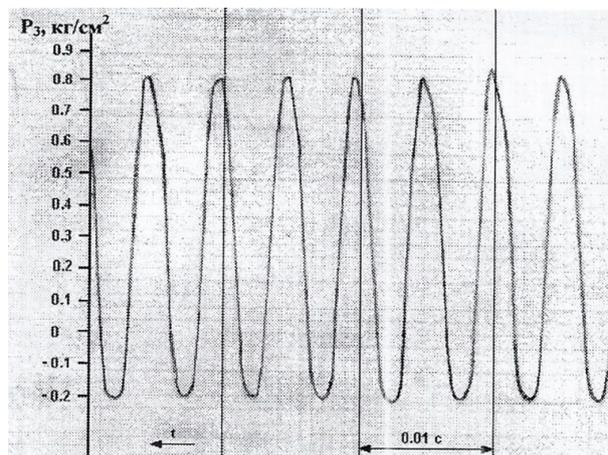


Рис. 10. Осциллограмма статического давления у закрытого торца полости $d_s = 0,0114$ м, $L_T = 36,7$, $M = 0,679$

Fig. 10. Oscillogram of the static pressure at the closed end of the cavity $d_s = 0,0114$ m, $L_T = 36,7$, $M = 0,679$

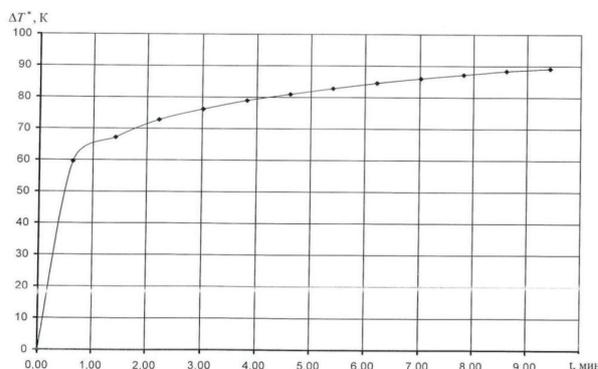


Рис. 11. Приращение температуры у закрытого торца полости в зависимости от прошедшего времени с начала взаимодействия с набегающим потоком

Fig. 11. Temperature increment at the closed end of the cavity depending on the time elapsed from the beginning of interaction with the incident flow

вой линии. Частицы газа, находящиеся ближе к оси вращения, движутся с большей угловой скоростью, чем частицы, находящиеся на большом расстоянии от оси. Это позволяет сделать вывод о том, что силами вязкости кинетическая энергия может передаваться от газа, вращающегося с большей угловой скоростью, к газу, вращающемуся с меньшей угловой скоростью. Обмен кинетической энергией заканчивается тогда, когда угловая скорость осевых и периферийных слоев становится одинаковой, т.е. в сопловом сечении [16].

В трубе Гартмана–Шпренгера поток газа, входящий в тупиковую полость, снижает свою скорость. Из-за разности скоростей набегающего потока и потока, вошедшего в тупиковую полость, возникают касательные напряжения. Силами вязкости кинетическая энергия передается от набегающего потока газа к потоку, вошедшему в тупиковую полость. Этот процесс идет до тех пор, пока давление газа в тупиковой плоскости не станет выше давления набегающего потока. Происходит выброс газа из тупиковой полости. Этот процесс остановится при равенстве давлений газа в тупиковой полости и в набегающем потоке. Далее процесс повторяется. Полная температура газа в конце тупиковой

полосы после достижения максимального значения и стабилизации процесса подвода теплоты в эту зону и отвода ее в окружающую среду становится постоянной величиной.

Заключение

Представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований вихревой трубы и трубы Гартмана – Шпренгера.

Показано, что природа этих двух эффектов идентична, так как они возникают под действием сил вязкости. В вихревой трубе силами вязкости передается кинетическая энергия от оси к периферии за счет градиента угловых скоростей. В трубе Гартмана – Шпренгера кинетическая энергия передается силами вязкости от внешнего потока к потоку, вошедшему в тупиковую полость, с помощью касательных напряжений за счет разности линейных скоростей.

Список источников

1. Ranque G. J. Experiences sur la Détente Giratoire avec Productions Simultanees sur la d'ur Echapement d'Air froid // Journal de Physique et le Radium. 1933. Suppl. P. 112.
2. Taylor A. Vortex devices in aircraft fluid systems // Proc. of the Fourth Cranfield Fluidics Conf., March 17–20, 1970. P. 2–21.
3. Елисеев Ю. Б., Черкез А. Я. Экспериментальное исследование аномального аэродинамического нагрева тел с глубокой полостью // Механика жидкости и газа. 1978. № 1. С. 113–119.
4. Гуцол А. Ф. Эффект Ранка // Успехи физических наук. 1997. Т. 167, № 6. С. 665–687. DOI: 10.3367/UFNr.0167.199706e.0665.
5. Меркулов А. П. Вихревой эффект и его применение в технике. Москва: Машиностроение, 1969. 185 с.
6. Eskert E. R., Harnett J. P. Experimental Study of the Velocity and Temperature Distribution in a High Velocity Vortex Type Flow // Stanford University Heat Transfer Institute Conf. 1956. P. 751–758.
7. Кузнецов В. И., Макаров В. В. Эффект Ранка: эксперимент, теория, расчет. Москва: Инновационное машиностроение, 2017. 375 с. ISBN 978-5-9500364-2-2.
8. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. Москва: Наука, 1969. 824 с.
9. Щипачев А. М., Белоусов А. С., Дмитриева А. С. Повышение эффективности редуцирования природного газа на газораспределительных станциях // Деловой журнал Neftegaz. RU. 2020. № 3. С. 92–96.
10. Здитовец А. Г., Виноградов Ю. А., Стронгин М. М. Экспериментальное исследование безмашинного энергоразделения воздушных потоков в трубе Леонтьева // Тепловые процессы в технике. 2015. № 9. С. 397–404.
11. Попович С. С. Экспериментальное исследование влияния ударных волн на эффект безмашинного энергоразде-

ления // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2016. № 3. С. 64–80. DOI: 10.7463/0316.0835444.

12. Леонтьев А. И., Бурцев С. А. Устройство вихревого газодинамического энергоразделения // Доклады Академии наук. 2015. Т. 464, № 6. С. 679–681. DOI: 10.7868/S0869565215300106.

13. Бондарев Е. Н., Дубасов В. Т., Рыжов Ю. А. [и др.]. Аэрогидромеханика. Москва: Машиностроение, 1993. 607 с. ISBN 5-217-01989-1.

14. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. В 2 т. 6-е изд., испр. и доп. Москва: Физматлит, 1963.

Т. 1. 506 с.

Т. 2. 727 с.

15. Краснов Н. Ф., Кошева З. Н., Калугин В. Т. Аэродинамика отрывных течений / под ред. Н. Ф. Краснова. Москва: Высшая школа, 1988. 348 с. ISBN 5-06-001196-8.

16. Кузнецов В. И., Макаров В. В., Шандер А. Ю., Агарин М. Ю., Кузьменко И. А. Энергообмен в вихревой трубе // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2020. Т. 4, № 1. С. 74–82. DOI: 10.25206/2588-0373-2020-4-1-74-82.

КУЗНЕЦОВ Виктор Иванович, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры «Авиа- и ракетостроение».

SPIN-код: 1763-0468

AuthorID (РИНЦ): 161955

ResearcherID: N-9618-2016

Адрес для переписки: vik.kuznetzov@yandex.ru

МАКАРОВ Владимир Вячеславович, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Авиа- и ракетостроение».

SPIN-код: 9846-7090

AuthorID (SCOPUS): 57193513945

ResearcherID: R-6939-2018

Адрес для переписки: kosmos070969@mail.ru

ШАНДЕР Александра Юрьевна, ассистент кафедры «Авиа- и ракетостроение».

SPIN-код: 9020-9010

AuthorID (РИНЦ): 947855

Адрес для переписки: las-gim-you-a@mail.ru

Для цитирования

Кузнецов В. И., Макаров В. В., Шандер А. Ю. Сходство и различие рабочих процессов эффекта Ранка и трубы Гартмана – Шпренгера // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2021. Т. 5, № 1. С. 61–70. DOI: 10.25206/2588-0373-2021-5-1-61-70.

Статья поступила в редакцию 15.02.2021 г.

© В. И. Кузнецов, В. В. Макаров, А. Ю. Шандер

SIMILARITIES AND DIFFERENCES BETWEEN THE WORKING PROCESSES OF RANQUE EFFECT AND THE HARTMANN–SPRENGER TUBE

V. I. Kuznetsov, V. V. Makarov, A. Yu. Shander

Omsk State Technical University,
Russia, Omsk, Mira Ave., 11, 644050

The physical and mathematical models of the processes occurring in the vortex tubes (Ranque effect) and Hartmann–Sprenger tube. The physical models most closely corresponding to the physical processes in these devices have been identified. The similarities and differences between the effects arising during the operation of vortex tubes and the Hartmann–Sprenger tube are found.

The proof of the influence of viscosity on the Ranque effect and the interaction of gases in the Hartmann–Sprenger tube is given. Regularities of changes in total pressure and total temperature in a vortex tube and a Hartmann–Sprenger tube are given. The factors influencing the energy exchange in the vortex tube and the Hartmann–Sprenger tube are determined.

The influence of the exchange of work and heat on the Ranque effect and the Hartmann–Sprenger tube is revealed.

The mechanism of energy transfer between gas layers in a vortex tube and in a dead-end Hartmann–Sprenger cavity is found.

Keywords: Ranque effect, vortex tube, Hartmann–Sprenger tube, energy exchange, viscosity, angular velocity gradient, linear velocity gradient.

References

1. Ranque G. J. Experiences sur la Détente Giratoire avec Productions Simultanées sur la d'ur Eehappement d'Air froid // Journal de Physique et le Radium. 1933. Suppl. P. 112. (In French.)
2. Taylor A. Vortex devices in aircraft fluid systems // Proc. of the Fourth Cranfield Fluidics Conf., March 17–20, 1970. P. 2–21. (In Engl.)
3. Eliseyev Yu. B., Cherkez A. Ya. Eksperimental'noye issledovaniye anomal'nogo aerodinamicheskogo nagreva tel s glubokoy polost'yu [Experimental study of anomalous aerodynamic heating of bodies with a deep cavity] // Mekhanika zhidkosti i gaza. *Izvestia RAN. Mekhanika Zhidkosti i Gaza*. 1978. No. 1. P. 113–119 (In Russ.).
4. Gutsol A. F. Effekt Ranka [Ranque effect] // Uspekhi fizicheskikh nauk. *Advances in Physical Sciences*. 1997. Vol. 167, no. 6. P. 665–687. DOI: 10.3367/UFNr.0167.199706e.0665. (In Russ.).
5. Merkulov A. P. Vikhrevoy effekt i ego primeneniye v tekhnike [Vortex effect and its application in technology]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1969. 185 p. (In Russ.).
6. Eskert E. R., Harnett J. P. Experimental Study of the Velocity and Temperature Distribution in a High Velocity Vortex Type Flow // Stanford University Heat Transfer Institute Conf. 1956. P. 751–758. (In Engl.).
7. Kuznetsov V. I., Makarov V. V. Effekt Ranka: eksperiment, teoriya, raschet. [Ranque effect: experiment, theory, calculation]. Moscow: Innovatsionnoye mashinostroyeniye Publ., 2017. 375 p. ISBN 978-5-9500364-2-2. (In Russ.).
8. Abramovich G. N. Prikladnaya gazovaya dinamika [Applied gas dynamics] Moscow: Nauka Publ., 1969. 824 p. (In Russ.).
9. Shchipachev A. M., Belousov A. S., Dmitriyeva A. S. Povysheniye effektivnosti redutsirovaniya prirodnogo gaza na gazoraspreddelitel'nykh stantsiyakh [The efficiency increasing of natural gas reduction at gas distribution stations] // Delovoy zhurnal Neftegaz.RU. *Delovoy Zhurnal Neftegaz.RU*. 2020. No. 3. P. 92–96. (In Russ.).
10. Zditovets A. G., Vinogradov Yu. A., Strongin M. M. Eksperimental'noye issledovaniye bezmashinnogo energorazdeleniya vozduzhnykh potokov v trube Leont'yeva [Experimental investigation of air flow energy separation in Leontievtube] // Teplovyye protsessy v tekhnike. *Thermal Processes in Engineering*. 2015. No. 9. P. 397–404. (In Russ.)
11. Popovich S. S. Eksperimental'noye issledovaniye vliyaniya udarnykh voln na effekt bezmashinnogo energorazdeleniya [Experimental study of the effect of shock waves on the effect of machineless energy separation] // Nauka i obrazovaniye: nauchnoye izdaniye MGTU im. N. E. Baumana. *Science and Education of Bauman MSTU*. No. 3. P. 64–80. DOI: 10.7463/0316.0835444. (In Russ.).
12. Leont'yev A. I., Burtsev S. A. Ustroystvo vikhrevogo gazodinamicheskogo energorazdeleniya [Device for separation of vortex gas-dynamic energy] // Doklady akademii nauk. *Doklady Akademii Nauk*. 2015. Vol. 464, no. 6. P. 679–681. DOI: 10.7868/S0869565215300106. (In Russ.).
13. Bondarev E. N., Dubasov V. T., Ryzhov Yu. A. [et al.]. Aerogidromekhanika. [Aerohydronechanics]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1993. 607 p. ISBN 5-217-01989-1. (In Russ.).
14. Kochin N. E., Kibel' I. A., Roze N. V. Teoreticheskaya gidromekhanika. V 2 t. [Theoretical hydromechanics]. In 2 vols. 6th ed. Moscow: Fizmatlitz Publ., 1963. Vol. 1. 506 p. (In Russ.). Vol. 2. 727 p. (In Russ.).
15. Krasnov N. F., Kosheva Z. N., Kalugin V. T. Aerodinamika otryvnykh techeniy [Separated flow aerodynamics] / Ed. N. F. Krasnov. Moscow, 1988. 348 p. ISBN 5-06-001196-8. (In Russ.).
16. Kuznetsov V. I., Makarov V. V., Shander A. Yu., Agarin M. Yu., Kuz'menko I. A. Energoobmen v vikhrevoy trube [Energy exchange in vortex tube] // Omskiy nauchnyy vestnik. Ser. Aviatsonno-raketnoye i energeticheskoye mashinostroyeniye.

KUZNETSOV Viktor Ivanovich, Doctor of Technical Sciences, Professor of Aircraft and Rocket Building Department.

SPIN-code: 1763-0468

AuthorID (RSCI): 161955

ResearcherID: N-9618-2016

Address for correspondence: vik.kuznetsov@yandex.ru

MAKAROV Vladimir Vyacheslavovich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Aircraft and Rocket Building Department.

SPIN-code: 9846-7090

AuthorID (SCOPUS): 57193513945

ResearcherID: R-6939-2018

Address for correspondence: kosmos070969@mail.ru
SHANDER Aleksandra Yuriyevna, Assistant of Aircraft and Rocket Building Department.

SPIN-code: 9020-9010

AuthorID (RSCI): 947855

Address for correspondence: las-gim-you-a@mail.ru

For citations

Kuznetsov V. I., Makarov V. V., Shander A. Yu. Similarities and differences between working processes of Ranque effect and the Hartmann–Sprengr tube // Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering. 2021. Vol. 5, no. 1. P. 61–70. DOI: 10.25206/2588-0373-2021-5-1-61-70.

Received February 15, 2021.

© V. I. Kuznetsov, V. V. Makarov, A. Yu. Shander