

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА ВИХРЕВОЙ ТРУБЫ

В. И. Кузнецов, В. В. Макаров, А. Ю. Шандер

Омский государственный технический университет,
Россия, 644050, г. Омск, пр. Мира, 11

На основании физической модели эффекта Ранка, предложенной в монографии Кузнецова В. И., Макарова В. В. «Эффект Ранка: Эксперимент, теория, расчет», составлена упрощенная математическая модель рабочего процесса вихревой трубы, учитывающая обмен работой и теплотой при взаимодействии периферийного и осевого потоков газа.

Показано влияние вязкости и градиента угловых скоростей на передачу кинетической энергии от оси к периферии.

Учтена разность термодинамических температур при подводе теплоты от периферии к оси, которая приводит к снижению эффективности охлаждения осевого потока газа.

За основу энергообмена принято, что периферийные слои газа сжимаются осевым потоком. Работа осевого потока определяется перепадом давлений между вентилем и выходом из диафрагмы.

Ключевые слова: вихревая труба, энергия сжатия, энергия расширения, обмен работой, обмен теплотой.

Введение

Вихревая трубка — газодинамическое устройство, применяемое в разнообразных отраслях промышленности, в авиа- и ракетостроении, вакуумной технике и различных экспериментальных аэродинамических установках. Служит для получения подогретых и охлажденных потоков газа в различных системах термостатирования. В вихревой трубе входной поток газа разделяется на два потока, один из которых подогревается, другой — охлаждается.

Основным достоинством вихревой трубы является отсутствие движущихся частей, что особенно важно в условиях, когда нет возможности осуществлять профилактические работы (например, на обитаемой космической станции).

Более широкое распространение вихревой трубы в аэрокосмической технике, в различных областях машиностроения и промышленной аэродинамике сдерживает отсутствие широко признанной физико-математической модели.

Физическая модель явления, отражающая сущность процессов, происходящих в вихревой трубе, может быть только одна. По единственно верной физической модели может быть составлено несколько математических моделей. Если все математические модели дают одинаковый конечный результат, следовательно, они правильные и их можно применять в практической деятельности.

На основании вышеизложенного основной задачей данной работы является определение единственно верной физической модели, отражающей реальные процессы, протекающие в вихревой трубе.

На базе физической модели необходимо составить замкнутую математическую модель, решение которой позволит составить две основные методики расчета:

— расчет оптимальных геометрических размеров вихревой трубы при заданных термодинамических параметрах;

— расчет термодинамических параметров потоков газа на выходе из вихревой трубы при известных геометрических размерах.

Материал и методы исследования

В настоящее время существует несколько физических моделей, объясняющих работу вихревой трубы и сущность эффекта Ранка.

Ранк Ж., Гуляев А. И. и Мартынов В. С. с Бродяским В. М. объясняли энергетическое разделение газа в вихревой трубе результатом формирования вынужденного вихря в сопловом аппарате [1–3].

Milton R. и Гуцол А. Ф. считали вихревую трубу «демоном Максвелла». Вращение газа образует градиент давления, направленный от оси к периферии. Поскольку молекулы обладают разной кинетической энергией, то они обладают и разной способностью проникновения в зону сжатого газа. Молекулы с наибольшей кинетической энергией движутся к периферии (в зону повышенного давления), молекулы с наименьшей кинетической энергией — к оси. Количественной оценки данного явления авторы не дают [4, 5].

Тейлор А. высказал гипотезу о том, что наличие перепада давления по сечению вихревой трубы должно приводить к радиальному адиабатному распределению температур. Эксперименты этого не подтвердили [6].

Дубинский М. Т. и Дейч М. Е. считали, что эффект Ранка можно объяснить законом распределения энтальпии торможения по радиусу газового потока, вращающегося, как твердое тело [7, 8].

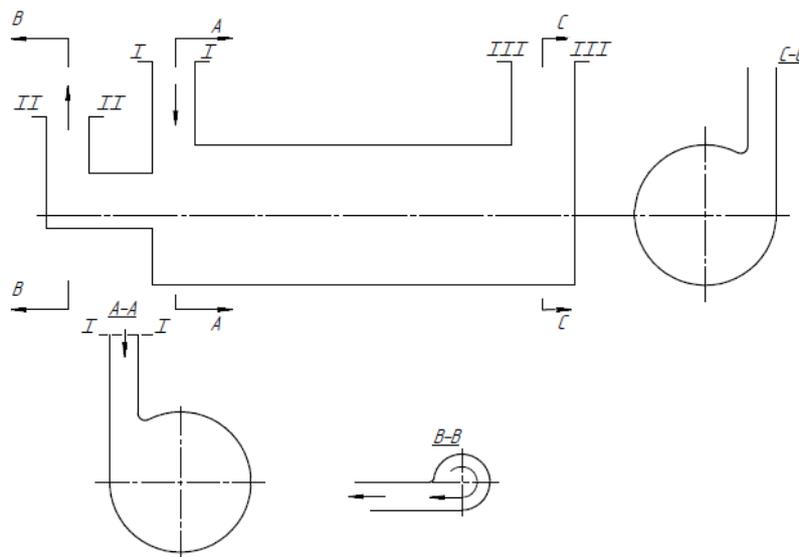


Рис. 1. Схема вихревой трубы: I-I — сечение на входе в вихревую трубу; II-II — сечение на выходе из диафрагмы; III-III — сечение на выходе из вентиля
 Fig. 1. Vortex tube diagram: I-I — section at the entrance to the vortex tube; II-II — section at the outlet of the diaphragm; III-III — section at the outlet of the valve

Fulton С. D. объяснял работу вихревой трубы с помощью гипотезы энергетического разделения газа центробежными силами [9].

Webster G., Erdeli I. и Алексеев Т. Е. считали, что формирование в сопловом аппарате вынужденного вихря и центробежные силы способствуют энергетическому разделению газа [10–12].

Hilseh R., Kassner R. и Knoernsild E. высказали гипотезу о том, что энергетическое разделение газа в вихревой трубе происходит за счет перестройки свободного вихря в вынужденный [13, 14].

Scherer G. W. предполагал, что вихревая труба является противоточным теплообменником [15].

Меркулов А. П., Суслов А. Д., Иванов С. В., Мурашкин А. В., Чижиков Ю. В., Пиралишвили Ш. А., Поляев В. М. и Сергеев М. Н. придерживались гипотезы взаимодействия вихрей. Аэродинамика вихревой трубы по заданной гипотезе объясняется наличием в ней двух вихрей: периферийного свободного вихря и центрального (осевого) вынужденного вихря. Элементарные турбулентные моли перемещаются по радиусу в поле высокого градиента статического давления, адиабатно сжимаются и расширяются, передавая теплоту от зоны низкого в зону высокого статического давления, осуществляя таким образом элементарные холодильные циклы [16–19].

Bourgeat M., Fabri I., Scestrunck R., Spanin I. и Gseroeny I. придерживались гипотезы турбулентного теплопереноса в центробежном поле вихревой трубы [20, 21].

Белавский Я. Д. предположил концепцию волн градиента давления (ВГД), которая дает физическое описание теплообмена в эффекте Ранка [22].

Недостатком вышеперечисленных гипотез является то, что по ним нет замкнутых математических моделей, описывающих процесс обмена энергией в вихревой трубе, и нет возможности создать методику расчета геометрических размеров вихревой трубы при заданных термодинамических параметрах и методику расчета термодинамических па-

раметров при известных геометрических размерах вихревой трубы.

Гипотеза о том, что подогрев периферийных и охлаждение осевых слоев газа в вихревой трубе идет за счет совершения работы осевыми слоями газа над периферийными силами вязкости из-за градиента угловых скоростей, соответствует закону механики сплошности среды о том, что изменение полной энергии может быть только при обмене работой и теплотой. Частичное снижение эффекта охлаждения осевых слоев газа происходит из-за подогрева осевых слоев периферийными, имеющими более высокую термодинамическую температуру [23].

Данная гипотеза (физическая модель) принята за основу в настоящей работе. На основании этой физической модели составлена математическая модель, решение которой позволило написать две методики расчета вихревой трубы:

- методика расчета геометрических размеров вихревой трубы при заданных термодинамических параметрах газа;
- методика расчета термодинамических параметров вихревой трубы при известных геометрических размерах.

Математическая модель подробно описывает все процессы, происходящие при движении газа в вихревой трубе. Учитывая изменение скорости, давления и температуры периферийного потока, а также потери полного давления при взаимодействии со стенками камеры вихревой трубы, энергообмен с осевым потоком за счет обмена работой и теплотой.

Подробное описание всех процессов, происходящих в вихревой трубе, сделало математическую модель громоздкой и сложной для понимания [23].

Для упрощения математической модели и методики расчета по ней предложена модель, учитывающая только состояние газа в трех сечениях: на входе в вихревую трубу; на выходе из диафрагмы; на подходе к вентилю, когда периферийный поток разделяется на два потока: переход к оси, движение

к диафрагме и выход через вентиль к потребителю (рис. 1).

Математическая модель энергоразделения в вихревой трубе.

Энергия газа на входе в вихревую трубу

$$N_1 = G_1 L_1, \text{ Вт}, \quad (1)$$

где G_1 — расход воздуха, кг/с; $L_1 = c_p T_{01} \left(1 - \frac{1}{\pi_{T1}^{\frac{k-1}{k}}} \right) \eta_p$,

Дж/кг — удельная энергия газа на входе в вихревую трубу; c_p — теплоемкость газа при постоянном давлении Дж/(кг·К); T_{01} — полная температура газа на входе в вихревую трубу, К; π_{T1} — степень понижения полного давления газа, $\pi_{T1} = (p_n / p_{01})$; p_n , p_{01} — атмосферное и полное давление газа на входе в вихревую трубу соответственно, Па; k — показатель адиабаты; η_p — к.п.д. процесса расширения ($\eta_p \approx 0,92$).

Энергия, подведенная к периферийному потоку газа, для его сжатия

$$\Delta N = G_1 L_{сж}, \text{ Вт}, \quad (2)$$

где $L_{сж} = c_p T_{01} \left(\pi_{сж}^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \frac{1}{\eta_{сж}}$, Дж/кг — удельная работа сжатия периферийного потока; $\pi_{сж}^{\frac{k-1}{k}} = \frac{p_{03}}{p_{01} - \Delta p}$ — степень повышения полного давления периферийного потока газа после обмена работой с осевым потоком; Δp — диссипативные потери полного давления периферийного потока газа при движении вдоль стены вихревой камеры от входного сопла до вентиля, Па; $\Delta p = \tau_1$, τ_1 — касательные напряжения, Па; $\eta_{сж}$ — к.п.д. сжатия.

Энергия периферийного потока газа перед вентиляем

$$N_3 = G_1 L_3, \text{ Вт}, \quad (3)$$

где $L_3 = c_p T_{03} \left(1 - \frac{1}{\pi_{T3}^{\frac{k-1}{k}}} \right) \eta_p$, Дж/кг — удельная

энергия периферийного потока газа перед вентиляем; T_{03} — полная температура периферийного потока газа перед вентиляем, К; $\pi_{T3} = (p_{03} / p_n)$ — степень понижения полного давления периферийного потока газа; η_p — к.п.д. процесса расширения ($\eta_p \approx 0,92$).

Энергия осевого потока газа, которая подводится к периферийному потоку силами вязкости в результате энергообмена,

$$N_2 = G_2 L_2, \text{ Вт}, \quad (4)$$

где G_2 — расход газа через диафрагму, кг/с;

$L_2 = c_p T_{03} \left(1 - \frac{1}{\pi_{T2}^{\frac{k-1}{k}}} \right) \eta_p$, Дж/кг — удельная работа

расширения осевого потока, совершающая работу над периферийным потоком; $\pi_{T2} = p_{03} / p_{02}$ — степень понижения полного давления осевого потока газа при его движении от вентиля до диафрагмы;

p_{03} — полное давление газа перед вентиляем, Па;

p_{02} — полное давление газа перед диафрагмой, Па, ($p_{02} = 1,06 p_n$).

Уравнение энергии вихревой трубы в тепловой форме:

$$G_1 i_{01} = G_2 i_{02} + G_3 i_{03}, \quad (5)$$

где $i_0 = c_p T_0$ — полная энтальпия газа.

В вихревой трубе поток газа разделяется на два, и, следовательно, теплоемкость газа при постоянном давлении c_p для всех членов уравнения (5) является постоянной величиной. Уравнение (5) можно представить в виде:

$$G_1 T_{01} = G_2 T_{02} + G_3 T_{03},$$

$$\text{или } T_{01} = \mu T_{02} + (1 - \mu) T_{03},$$

где $\mu = \frac{G_2}{G_1}$ — массовая доля холодного потока.

Осевые слои газа совершают работу над периферийными, следовательно, полная температура осевых слоев газа на выходе из диафрагмы определяется уравнением

$$T_{02} = T_{03} \left[1 - \left(1 - \frac{1}{\pi_{T2}^{\frac{k-1}{k}}} \right) \eta_p \right]. \quad (6)$$

Касательные напряжения, которые возникают между осевыми и периферийными слоями газа при их контакте, передают кинетическую энергию от оси к периферии слоями вязкости за счет градиента угловых скоростей. Если вся избыточная энергия осевых слоев передается от оси к периферии, то касательные напряжения можно определить разностью давлений осевого потока перед вентиляем и диафрагмой

$$\tau_2 = p_{03} - p_{02}$$

$$\text{или } \tau_2 = p_{03} - 1,06 p_n,$$

где коэффициент 1,06 перед атмосферным давлением p_n характеризует ту часть энергии, которая необходима газу для выхода из диафрагмы. Соотношение между τ_1 и τ_2 имеет вид $\tau_1 = 1,1 \tau_2$.

Стационарный режим работы вихревой трубы характерен тем, что количество энергии, отданной осевыми слоями, равно работе сжатия, совершенной над периферийными слоями. Следовательно,

$$G_1 c_p T_{01} \left(\pi_{сж}^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \frac{1}{\eta_{сж}} = G_2 c_p T_{03} \left(1 - \frac{1}{\pi_{T2}^{\frac{k-1}{k}}} \right) \eta_p. \quad (7)$$

Расход газа в любом сечении определяется уравнением расхода

$$G_i = \frac{m_{кр} F_i p_{0i} q(\lambda_i)}{\sqrt{T_{0i}}}, \quad (8)$$

где $i = 1; 2; 3$ — соответствует рассматриваемому сечению.

Добавлением газодинамических функций λ , $\pi(\lambda)$, $\tau(\lambda)$, $q(\lambda)$, $\varepsilon(\lambda)$, $z(\lambda)$ — замыкается система уравнений, описывающая обмен работой между осевым и периферийным потоками газа.

Обмен тепловой энергией можно учитывать так, как это делалось ранее [23]. Обычно это занимает много времени. Из термодинамики известно, что тепловой поток пропорционален разности статических температур, т. е.

$$Q = f(T_i - T_{i+1}).$$

В вихревой трубе изменение термодинамических температур периферийного потока идет от входного сопла до вентиля, осевого потока — от вентиля до диафрагмы. С небольшой погрешностью, допустимой для практических расчетов, тепловой поток, идущий от периферии к оси, можно заменить отношением средних температур торможения периферийного и осевого потоков, т. е.

$$Q = f \left(\frac{T_{03} + T_{01}}{T_{03} + T_{02}} \right). \quad (9)$$

Длина пути передачи энергии от оси к периферии вихревой трубы зависит от касательных напряжений. Касательные напряжения, которые возникают при движении периферийного потока вдоль стенок рабочей камеры, являют собой отрицательное явление. Они снижают полное давление периферийного потока за счет диссипативных сил. Касательные напряжения между слоями способствуют возникновению механизма передачи энергии от оси к периферии силами вязкости за счет градиента угловых скоростей [23]. С одной стороны, длина вихревой камеры должна быть минимально возможной для снижения диссипативных сил периферийного потока, с другой — она должна быть достаточной для передачи всей избыточной энергии от осевого потока к периферийному.

Касательные напряжения можно определять эмпирической зависимостью Ж. Буссинеска, по гипотезам Прандтля, А. Ферри, Колмогорова [24].

Эмпирическая зависимость Ж. Буссинеска.

Турбулентное касательное напряжение определяется аналогично закону трения Ньютона

$$\tau_T = \rho k \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial y},$$

где k — коэффициент турбулентной вязкости, который определяется экспериментально.

Гипотеза Прандтля.

Находя из выражения «кажущегося» напряжения трения

$$\tau_T = -\rho \bar{V}_y' \bar{V}_x',$$

Прандтль показал, что

$$\tau_T = \rho l^2 \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial y} \left| \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial y} \right|,$$

где l — длина пути смещения.

Кроме того, Прандтлем была найдена полуэмпирическая зависимость, которую назвали новой формулой Прандтля.

В этом случае напряжения трения

$$\tau_T = \rho k b (\bar{V}_{x \max} - \bar{V}_{x \min}) \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial y},$$

где k — экспериментальная величина; $(\bar{V}_{x \max}, \bar{V}_{x \min})$ — скорости потока на границах зоны смещения.

Систему уравнений (1)–(8) можно представить в безразмерном виде после деления на произведение $G_1 T_{01} c_p$:

$$\left(1 - \frac{1}{\pi_{T1}^{\frac{k-1}{k}}} \right) \eta_p + \left(\frac{\pi_{cж}^{\frac{k-1}{k}}}{\pi_{T3}^{\frac{k-1}{k}}} - 1 \right) \frac{1}{\eta_{cж}} = \frac{T_{03}}{T_{01}} \left(1 - \frac{1}{\pi_{T3}^{\frac{k-1}{k}}} \right) \eta_p, \quad (10)$$

$$\frac{\pi_{cж}^{\frac{k-1}{k}}}{\eta_{cж}} - 1 = \mu \frac{T_{03}}{T_{01}} \left(1 - \frac{1}{\pi_{T2}^{\frac{k-1}{k}}} \right) \eta_p, \quad (11)$$

$$T_{03} = T_{01} \left(1 + \frac{\pi_{cж}^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_{cж}} \right), \quad (12)$$

$$T_{02} = T_{03} \left[1 - \left(1 - \frac{1}{\pi_{T2}^{\frac{k-1}{k}}} \right) \eta_p \right], \quad (13)$$

$$T_{01} = \mu T_{02} + (1 - \mu) T_{03}, \quad (14)$$

$$\tau_2 = p_{03} - p_{02} = p_{03} - 1,06 p_H, \quad (15)$$

$$\tau_1 = 1,1 \tau_2. \quad (16)$$

Вводятся обозначения для сокращения выводов основных уравнений (10)–(16):

$$A = \left(1 - \frac{1}{\pi_{T3}^{\frac{k-1}{k}}} \right) \eta_p = \left[1 - \left(\frac{p_H}{p_{03}} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \eta_p, \quad (17)$$

$$B = \frac{\pi_{cж}^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_{cж}} = \frac{\left(\frac{p_{03}}{p_{01} - \tau_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_{cж}}, \quad (18)$$

$$C = \left(1 - \frac{1}{\pi_{T1}^{\frac{k-1}{k}}} \right) = 1 - \left(\frac{p_H}{p_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k}}. \quad (19)$$

Основная система уравнений (10)–(14), описывающая рабочий процесс вихревой трубы при обмене работой, после введения обозначений (17)–(19) примет вид

$$C \eta_p + B = \frac{T_{03}}{T_{01}} A, \quad (20)$$

$$B = \mu \frac{T_{03}}{T_{01}} A, \quad (21)$$

$$T_{03} = T_{01} (1 + B), \quad (22)$$

$$T_{02} = T_{03}(1 - A), \quad (23)$$

$$T_{01} = \mu T_{02} + (1 - \mu)T_{03}, \quad (24)$$

$$\frac{T_{01}}{T_{02}} = \mu + \frac{1 - \mu}{1 - A}. \quad (25)$$

В уравнениях (20)–(25) известными величинами обычно являются p_{01} , T_{01} , μ , p_n .

$$\text{На основании этого величина } C = \left(1 - \frac{1}{\pi_{T1} \cdot \frac{k-1}{k}} \right)$$

всегда будет определена. Решая B ; $A = f(c, \mu, \eta_p)$ получится

$$A = \frac{c\eta_p}{1 - \mu + c\eta_p}; \quad (26)$$

$$B = \frac{c\eta_p\mu}{1 - \mu}. \quad (27)$$

Обмен работой определяется системой уравнений (20)–(25), обмен теплотой — (9).

На базе систем уравнений (20)–(27) составим две методики расчета вихревой трубы:

— методика расчета оптимальных геометрических размеров вихревой трубы при заданных термодинамических параметрах;

— методика расчета термодинамических параметров вихревой трубы при известных геометрических размерах.

Методика расчета оптимальных геометрических размеров вихревой трубы

Исходные данные:

$G_1 = 0,1$ кг/с — расход газа на входе в вихревую трубу;

$p_{01} = 5 \cdot 10^5$ Па — полное давление газа на входе;

$T_{01} = 288$ К — полная температура газа на входе;

$p_n = 1,013 \cdot 10^5$ Па — давление окружающей среды;

$\mu = 0,4$ — весовая доля холодного потока;

$\eta_p = 0,92$ — к.п.д. процесса расширения потока;

$\eta_c = 0,85$ — к.п.д. процесса сжатия.

Определить:

T_{OX} — температура газа на выходе из диафрагмы, К;

T_{OG} — температура газа на выходе из вентиля, К;

p_{03} — полное давление газа перед вентиляем, Па;

G_2 — расход газа через диафрагму, кг/с;

G_3 — расход газа через вентиль, кг/с;

η — температурная эффективность вихревой трубы;

F_1, F_2, F_3 — площади входа в вихревую трубу и выхода из диафрагмы и вентиля соответственно;

d_T — диаметр трубы на выходе из диафрагмы, м;

d_B — диаметр вихревой камеры перед вентиляем, м;

L_T — длины вихревой камеры, м.

Расчет:

1. Коэффициент C

$$C = 1 - \frac{1}{\pi_{T1} \cdot \frac{k-1}{k}} = 1 - \left(\frac{p_n}{p_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k}} =$$

$$= 1 - \left(\frac{10^5}{5 \cdot 10^5} \right)^{1,4-1} = 0,3666.$$

2. Коэффициент A

$$A = \frac{c\eta_p}{1 - \mu + c\eta_p} = \frac{0,3666 \cdot 0,92}{1 - 0,4 + 0,3666 \cdot 0,92} = 0,35984.$$

3. Коэффициент B

$$B = \frac{c\eta_p\mu}{1 - \mu} = \frac{0,3666 \cdot 0,92 \cdot 0,4}{1 - 0,4} = 0,22485.$$

4. Полная температура газа перед вентиляем без учета теплообмена

$$T_{03} = T_{01}(1 + B) = 288(1 + 0,22485) = 352,76 \text{ К.}$$

5. Полная температура газа на выходе из диафрагмы без учета теплообмена

$$T_{02} = T_{03}(1 - A) = 352,76(1 - 0,35984) = 225,82 \text{ К.}$$

6. Степень повышения полного давления периферийного потока газа

$$\pi_c = (1 + B\eta_c)^{\frac{k}{k-1}} = (1 + 0,22485 \cdot 0,85)^{1,4-1} = 1,8444.$$

7. Полное давление газа перед вентиляем

$$p_{03} = \pi_c(p_{01} + 1,06p_n) \frac{1}{1 + \pi_c} =$$

$$= 1,8444 \cdot 6,06 \cdot 10^5 \cdot \frac{1}{2,8444} = 3,999 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

8. Средняя температура периферийного потока газа

$$T_{OGcp} = \frac{T_{01} + T_{03}}{2} = \frac{288 + 352,76}{2} = 320,38 \text{ К.}$$

9. Средняя температура осевых слоев газа

$$T_{OXcp} = \frac{T_{03} + T_{02}}{2} = \frac{352,76 + 225,82}{2} = 289,29 \text{ К.}$$

10. Средняя разность температур периферийного и осевого потоков газа

$$\Delta t = T_{OGcp} - T_{OXcp} = 320,38 - 289,29 = 31,09.$$

11. Действительная температура подогретого потока на выходе из вентиля

$$T_{OG} = T_{03} - (1 - \mu)\Delta t = 352,76 - (1 - 0,4) \cdot 31,09 = 334 \text{ К.}$$

12. Действительная температура охлажденного потока газа на выходе из диафрагмы

$$T_{OX} = T_{02} - \mu\Delta t = 225,82 + 0,4 \cdot 31,09 = 238 \text{ К.}$$

13. Температура охлажденного потока при изэнтропическом расширении

$$T_{OXS} = T_{01} \left(\frac{p_n}{p_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 288 \cdot \left(\frac{1 \cdot 10^5}{5 \cdot 10^5} \right)^{0,286} = 181,76 \text{ К.}$$

14. КПД процесса энергетического разделения газа или температурная эффективность

$$\eta = \frac{\Delta t_x}{\Delta t_s} = \frac{T_{01} - T_{0X}}{T_{01} - T_{0XS}} = \frac{288 - 239}{288 - 181,76} = 0,461.$$

15. Площадь сопла на входе в вихревую трубу

$$F_1 = \frac{G_1 \sqrt{T_{01}}}{m_{кр} p_{01} q(\lambda_1)} = \frac{0,1 \sqrt{288}}{0,0404 \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 1} = 8,4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2.$$

16. Расход газа через диафрагму

$$G_2 = \mu G_1 = 0,4 \cdot 0,1 = 0,04 \text{ кг/с}.$$

17. Площадь диафрагмы

$$F_2 = \frac{G_2 \sqrt{T_{0X}}}{m_{кр} p_{02} q(\lambda_2)} = \frac{0,04 \sqrt{238,2}}{0,0404 \cdot 1,06 \cdot 1,013 \cdot 10^5 \cdot q(\lambda_2)} = 1,866 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$

$$\pi(\lambda) = \left(\frac{p_H}{p_{02}} \right)^{\frac{k}{k-1}} = \left(\frac{10^5}{1,06 \cdot 10^5} \right)^{3,5} = 0,94^{3,5} = 0,605;$$

$$\lambda = f[\pi(\lambda)] = 0,6;$$

$$q(\lambda) = 0,762.$$

18. Диаметр диафрагмы

$$d_g = \sqrt{\frac{4F_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,866 \cdot 10^{-4}}{3,14}} = 15,42 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

19. Диаметр сопла на входе в вихревую трубу

$$d_1 = \sqrt{\frac{4F_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 8,4 \cdot 10^{-6}}{3,14}} = 10,35 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

20. Площадь живого сечения вентиля

$$F_3 = \frac{G_3 \sqrt{T_{0Г}}}{m_{кр} p_{03} q(\lambda_3)} = \frac{0,06 \sqrt{334}}{0,0404 \cdot 3,929 \cdot 10^5 \cdot 1} = 69,081 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2.$$

21. Диаметр вентиля

$$d_3 = \sqrt{\frac{4F_3}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 69,081 \cdot 10^{-6}}{3,14}} = 9,38 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

22. Диаметр вихревой трубы в сопловом сечении

$$dT = 1,1(d_g + 2d_1) = 1,1(15,42 + 2 \cdot 10,35) \cdot 10^{-3} = 39,73 \cdot 10^{-3} \text{ м},$$

$$dT \approx 40 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

23. Длина вихревой трубы

$$l_r = 10dT = 10 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 0,400 \text{ м}.$$

Методика расчета характеристик вихревой трубы при известных геометрических размерах

Исходные данные:

$p_{01} = 5 \cdot 10^5$ Па — полное давление газа на входе в вихревую трубу;

$T_{01} = 288$ К — полная температура газа на входе в вихревую трубу;

$p_H = 1,013 \cdot 10^5$ Па — давление окружающей среды;

$\mu = 0,4$ — весовая доля холодного потока;

F_1, F_2, F_3 — площади входного сечения, на выходе из диафрагмы и вентиля соответственно, м²;

$F_1 = 8,4 \cdot 10^{-5}$ м²; $F_2 = 1,866 \cdot 10^{-4}$ м²; $F_3 = 6,908 \cdot 10^{-5}$ м²;

$\eta_p = 0,92$ — к.п.д. процесса расширения;

$\eta_c = 0,85$ — к.п.д. процесса сжатия;

$k = 1,4$ — показатель адиабаты.

Определить: $T_{0X}, T_{0Г}, p_{03}, G_1, G_2, G_3$.

Расчет:

1. Коэффициент C

$$C = 1 - \frac{1}{\pi_{Г1}^{\frac{k-1}{k}}} = 1 - \left(\frac{1,013 \cdot 10^5}{5 \cdot 10^5} \right)^{0,286} = 0,3666.$$

2. Коэффициент B

$$B = \frac{C \eta_p \mu}{1 - \mu} = \frac{0,3666 \cdot 0,92 \cdot 0,4}{1 - 0,4} = 0,22485.$$

3. Коэффициент A

$$A = \frac{C \eta_p}{1 - \mu + C \eta_p} = \frac{0,3666 \cdot 0,92}{1 - 0,4 + 0,3666 \cdot 0,92} = 0,35984.$$

4. Полная температура газа перед вентилем без учета теплообмена

$$T_{03} = T_{01}(1 + B) = 288(1 + 0,22485) = 352,76 \text{ К}.$$

5. Полная температура газа на выходе из диафрагмы без учета теплообмена

$$T_{02} = T_{03}(1 - A) = 352,76(1 - 0,35984) = 225,82 \text{ К}.$$

6. Степень повышения полного давления периферийного потока газа

$$\pi_c = (1 + B \eta_c)^{\frac{k}{k-1}} = (1 + 0,22485 \cdot 0,85)^{1,4-1} = 1,8444.$$

7. Полное давление газа перед вентилем

$$p_{03} = \pi_c (p_{01} + 1,06 p_H) \frac{1}{1 + \pi_c} = 1,8444 \cdot (5 \cdot 10^5 + 1,06 \cdot 1,013 \cdot 10^5) \cdot \frac{1}{1 + 1,8444} = 3,999 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

8. Средняя температура периферийного потока газа

$$T_{0Гср} = \frac{T_{01} + T_{03}}{2} = \frac{288 + 352,76}{2} = 320,38 \text{ К}.$$

9. Средняя температура осевых слоев газа

$$T_{0Xср} = \frac{T_{03} + T_{02}}{2} = \frac{320,38 + 225,82}{2} = 289,29 \text{ К}.$$

10. Разность средних температур периферийного и осевого потоков газа

$$\Delta t = T_{O_{гр}} - T_{O_{хр}} = 320,38 - 289,29 = 31,09.$$

11. Действительная температура периферийного потока газа на выходе из вентиля с учетом теплообмена с осевым потоком

$$T_{O_{г}} = T_{O_3} - (1 - \mu)\Delta t = 352,76 - (1 - 0,4) \cdot 31,09 = 334 \text{ К.}$$

12. Действительная температура охлажденного потока газа на выходе из диафрагмы с учетом теплообмена

$$T_{O_{х}} = T_{O_2} - \mu\Delta t = 225,82 + 0,4 \cdot 31,09 = 238,25 \text{ К.}$$

13. Температура охлажденного потока при изотропическом расширении

$$T_{O_{XS}} = T_{O_1} \left(\frac{p_H}{p_{O_1}} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 288 \cdot \left(\frac{1,013 \cdot 10^5}{5 \cdot 10^5} \right)^{0,286} = 181,76 \text{ К.}$$

14. КПД процесса энергетического разделения газа или температурная эффективность

$$\eta = \frac{\Delta t_x}{\Delta t_s} = \frac{\mu\Delta t}{\Delta t_s} = \frac{12,64}{288 - 181,76} = 0,461.$$

15. Расход газа на входе в вихревую трубу

$$G_1 = \frac{m F_1 p_{O_1} q(\lambda_1)}{\sqrt{T_{O_1}}} = \frac{0,0404 \cdot 8,4 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 1}{\sqrt{288}} = 0,1 \text{ кг/с.}$$

16. Расход газа на выходе из диафрагмы

$$G_2 = \frac{m F_2 p_{O_2} q(\lambda_2)}{\sqrt{T_{O_2}}} = \frac{0,0404 \cdot 1,866 \cdot 10^{-4} \cdot 0,762}{\sqrt{238,25}} = 0,4 \text{ кг/с.}$$

17. Расход газа на выходе из вентиля

$$G_3 = \frac{m F_3 p_{O_3} q(\lambda_3)}{\sqrt{T_{O_3}}} = \frac{0,0404 \cdot 6,908 \cdot 10^{-5} \cdot 1}{\sqrt{238,25}} = 0,6 \text{ кг/с.}$$

Расчет окончен.

Совпадение расчетных и экспериментальных данных [23] удовлетворительное.

Обсуждение результатов

На базе известной физической модели, основанной на том, что в вихревой трубе идет обмен кинетической энергией между осевым и периферийным потоком силами вязкости за счет градиента угловых скоростей, а также обменом тепловой энергией из-за разности термодинамических температур, составлена упрощенная математическая модель, более удобная в практической деятельности по сравнению с известной [23].

На базе упрощенной математической модели составлены две методики расчета:

— методика расчета оптимальных геометрических размеров вихревой трубы при заданных термодинамических параметрах;

— методика расчета термодинамических характеристик вихревой трубы при известных геометрических размерах.

Совпадение расчетных и экспериментальных данных удовлетворительное. Сравнение производилось с экспериментами авторов [23] и других исследователей [3, 16, 18, 25–27].

Заключение

Составленная математическая модель рабочего процесса вихревой трубы полностью соответствует единственно верной физической модели эффекта Ранка. Физическая модель в полной мере отражает процессы, протекающие в вихревой трубе. Повышение температуры периферийного потока газа и снижение температуры осевого — результат обмена работой и теплотой между ними.

На базе предложенной упрощенной математической модели составлены две методики расчета вихревой трубы:

— методика расчета оптимальных геометрических размеров вихревой трубы при заданных термодинамических параметрах;

— методика расчета термодинамических параметров вихревой трубы при известных геометрических размерах.

Совпадение расчетных данных по этим методикам с экспериментальными данными самих авторов [23] и данными других авторов [3, 16, 18, 25–27] удовлетворительные.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках проекта № 2019-0251 от 02.03.2020 «Исследование процессов испарения жидкостей в топливных баках ракет-носителей для повышения экологической безопасности и экономической эффективности ракет-носителей с жидкостными ракетными двигателями».

Список источников

1. Ranque G. I. Experiences sur la Détente Giratoire avec Productions Simultanees sur la d'ur Ehappement d'Air froid // Journal de Physique et le Radium. 1933. Suppl. P. 112.
2. Гуляев А. В. Исследование вихревого эффекта // ЖТД. 1965. Т. 35, № 10. С. 1869–1881.
3. Мартынов А. В., Бродянский В. М. Что такое вихревая труба? Москва: Энергия, 1976. 153 с.
4. Miltor R. Demon Again // Industrial and Engineering chemistry. 1946. Vol. 38, no. 12.
5. Гуцол А. Ф. Эффект Ранка // Успехи физических наук. 1997. Т. 167, № 6. С. 665–687. DOI: 10.3367/UFNR.0167.199706e.0665.
6. Taylor A. Vortex devices in aircraft fluid systems // Fourth Cranfield Fluidics conference, March 17–20, 1970. P. 2–21.
7. Дубинский М. Г. О вращающихся потоках газа // Известия Академии наук СССР. 1954. № 8. С. 75–79.
8. Дейч М. Е. [и др.]. О вихревых эффектах в турбинной ступени // Известия Академии наук СССР. 1964. № 1. С. 109–115.

9. Fulton C. D. Ranques Tube // Refrigerating Engineering. 1950. No. 5. P. 413.
10. Webster G. An Analysis of the Hilsch Vortex Tube // Refrigerating Engineering. 1950. No. 2. P. 163–171.
11. Erdelyi I. Wirkung des Zentrifugalfeldes auf den Warmezustand der Gase // Erklärung der Ranque — Erscheinung: Forschung auf dem flebiet des Ingenieurwesens. 1962. Vol. 28, Issue 6. P. 181–186.
12. Алексеев Т. С. О природе эффекта Ранка // ИФЖ. 1964. № 4. С. 121–130.
13. Hilsch R. Die Expansion von Gasen in Zentrifugalfeld als Kalterprozess // Zeitschrift fur Naturforschung. 1946. P. 203–208.
14. Kassner R., Knoernschild E. Friction Laws and Energy Transfer in Cincular Flow // Technical Report NF-TR-2198-ND, GS-USAF, Wright-Patterson Air Force Base. 1948. No. 78.
15. Scheper G. W. The Vortex Tube-Internal Flow Data and a Heat Transfer Theory // Refrigerating Engineering. 1951. Vol. 59, no. 10. P. 985–989.
16. Меркулов А. П. Вихревой эффект и его применение в технике. Москва: Машиностроение, 1969. 184 с.
17. Суслов А. Д., Иванов С. В., Мурашкин А. В. [и др.]. Вихревые аппараты. Москва: Машиностроение, 1985. 256 с.
18. Пиралишвили Ш. А., Поляев В. М., Сергеев М. Н. Вихревой эффект: эксперимент, теория, технические решения: моногр. / под ред. А. И. Леонтьева. Москва: УНПЦ «Энергомаш», 2000. 412 с. ISBN 5-8022-0006-5.
19. Chýlek R., Šnajdárek L., Pospíšil J. Vortex Tube: A Comparison of Experimental and CFD Analysis Featuring Different RANS Models // MATEC Web Conf. 2018. Vol. 168. 02012. DOI: 10.1051/mateconf/201816802012.
20. Bourgreat M., Fabri I., Scestrunck R. Separation // Pube. ONERA. 1961. No. 102. P. 48–62.
21. Spanin I., Gseroeny I. Influence de quelques parametres constructifs sur fonctionnement du turbulenteur frigorifique Rev // Electrotechnique et Energie Electrique. 1962. No. 2.
22. Белявский Я. Д. Влияние звука на теплоперенос в газах // Техническая акустика. 2014. Т. 14. 6 с.
23. Кузнецов В. И., Макаров В. В. Эффект Ранка: Эксперимент, теория, расчет: моногр. Москва: Инновационное машиностроение, 2017. 376 с. ISBN 978-5-9500364-2-2.
24. Краснов Н. Ф., Кошевой В. Н., Калугин В. Т. Аэродинамика отрывных течений. Москва: Высшая школа, 1988. 348 с. ISBN 5-06-001196-8.
25. Михайленко К. И. К моделированию вихревой трубы: подготовка гексагональной сетки для вычислительных экспериментов в среде OpenFOAM // Труды Института механики им. П. П. Мавлютова УНЦ РАН. 2016. Т. 11, № 1. С. 112–118. DOI: 10.21662/uim2016.1.017.
26. Biryuk V. V., Gorshkalev A. A., Uglanov D. A. [et al.]. A Refined Model for Calculation of the Vortex Tube Thermal Characteristics // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2017. Vol. 302. 012056. DOI: 10.1088/1757-899X/302/1/012056.
27. Кукис В. С., Шабалин Д. В., Омельченко Е. А. Оптимизация параметров вихревой трубы // Международный научно-исследовательский журнал. 2016. № 10-2 (52). С. 66–70. DOI: 10.18454/IRJ.2016.52.127.

КУЗНЕЦОВ Виктор Иванович, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры «Авиа- и ракетостроение».

SPIN-код: 1763-0468

AuthorID (РИНЦ): 161955

ResearcherID: N-9618-2016

Адрес для переписки: vik.kuznetzov@yandex.ru

МАКАРОВ Владимир Вячеславович, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Авиа- и ракетостроение».

SPIN-код: 9846-7090

AuthorID (SCOPUS): 57193513945

ResearcherID: R-6939-2018

Адрес для переписки: kosmos070969@mail.ru

ШАНДЕР Александра Юрьевна, ассистент кафедры «Авиа- и ракетостроение».

SPIN-код: 9020-9010

AuthorID (РИНЦ): 947855

Адрес для переписки: las-gim-you-a@mail.ru

Для цитирования

Кузнецов В. И., Макаров В. В., Шандер А. Ю. Физико-математическая модель рабочего процесса вихревой трубы // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2021. Т. 5, № 2. С. 78–87. DOI: 10.25206/2588-0373-2021-5-2-78-87.

Статья поступила в редакцию 01.04.2021 г.

© В. И. Кузнецов, В. В. Макаров, А. Ю. Шандер

PHYSICS AND MATHEMATICS MODEL OF VORTEX TUBE WORKING PROCESS

V. I. Kuznetsov, V. V. Makarov, A. Yu. Shander

Omsk State Technical University,
Russia, Omsk, Mira Ave., 11, 644050

Based on the physical model of the Ranque effect, proposed earlier, a simplified mathematical model of the working process of a vortex tube is compiled taking into account the exchange of work and heat during the interaction of peripheral and axial gas flows.

The effect of viscosity and angular velocity gradient on the transfer of kinetic energy from the axis to the periphery is shown. The difference in thermodynamic temperatures when heat is supplied from the periphery to the axis is taken into account, which leads to a decrease in the cooling efficiency of the axial gas flow. Energy exchange is based on the assumption that the peripheral gas layers are compressed by the axial flow. The axial flow work is determined by the pressure difference between the valve and the outlet of the diaphragm.

Keywords: vortex tube, compression energy, expansion energy, work exchange, heat exchange.

Acknowledgments

This work is financially supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation within the framework of project No. 2019-0251 dated March 2, 2020 «Investigation of the processes of evaporation of liquids in the fuel tanks of launch vehicles to improve the environmental safety and economic efficiency of launch vehicles with liquid propellant rocket engines».

References

1. Ranque G. I. Experiences sur la Détente Giratoire avec Productions Simultanees sur la d'ur Echappement d'Air froid // Journal de Physique et le Radium. 1933. Suppl. P. 112. (In French).
2. Gulyaev A. V. Issledovaniye vikhrevogo effekta [Research of the vortex effect] // ZhTD. *ZhTD*. 1965. Vol. 35, no. 10. P. 1869–1881. (In Russ.).
3. Martynov A. V., Brodyanskiy V. M. Chto takoye vikhrevaya truba? [What is a vortex tube?]. Moscow, 1976. 153 p. (In Russ.).
4. Millor R. Demon Again // Industrial and Engineering chemistry. 1946. Vol. 38, no. 12. (In Engl.).
5. Gutsol A. F. Effekt Ranka [Rank effect] // Uspekhi fizicheskikh nauk. *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*. 1997. Vol. 167, no. 6. P. 665–687. DOI: 10.3367/UFNr.0167.199706e.0665. (In Russ.).
6. Taylor A. Vortex devices in aircraft fluid systems // Fourth Cranfield Fluidics conference, March 17–20, 1970. P. 2–21. (In Engl.).
7. Dubinskiy M. G. O vrashchayushchikhsya potokakh gaza [About rotating gas flows] // Izvestiya Akademii nauk SSSR. *Izvestiya Akademii Nauk SSSR*. 1954. No. 8. P. 75–79. (In Russ.).
8. Deich M. E. [et al.]. O vikhrevykh effektakh v turbinnoy stupeni [On vortex effects in a turbine stage] // Izvestiya Akademii nauk SSSR. *Izvestiya Akademii Nauk SSSR*. 1964. No. 1. P. 109–115. (In Russ.).
9. Fulton C. D. Ranques Tube // Refrigerating Engineering. 1950. No. 5. P. 413. (In Engl.).
10. Webster G. An Analysis of the Hilsch Vortex Tube // Refrigerating Engineering. 1950. No. 2. P. 163–171. (In Engl.).
11. Erdelyi I. Wirkung des Zentrifugalfeldes auf den Warmezustand der Gase // Erklärung der Ranque — Erschingung auf dem flebiet des Ingenieurwesens. 1962. Vol. 28, Issue 6. P. 181–186. (In Engl.).
12. Alekseev T. S. O prirode effekta Ranka [On the origin of the Rank effect] // IFZh. *IFZh*. 1964. No. 4. P. 121–130. (In Russ.).
13. Hilsch R. Die Expansion von Gasen in Zentrifugalfeld als Kalterprozess // Zeitschrift fur Naturforschung. 1946. P. 203–208. (In Engl.).
14. Kassner R., Knoernschild E. Friction Laws and Energy Transfer in Cincular Flow // Technical Report NF-TR-2198-ND, GS-USAF, Wright-Patterson Air Force Base. 1948. No. 78. (In Engl.).
15. Scheper G. W. The Vortex Tube-Internal Flow Data and a Heat Transfer Theory // Refrigerating Engineering. 1951. Vol. 59, no. 10. P. 985–989. (In Engl.).
16. Merkulov A. P. Vikhrevoy effekt i ego primeneniye v tekhnike [Vortex effect and its application in technology]. Moscow, 1969. 184 p. (In Russ.).
17. Suslov A. D., Ivanov S. V., Murashkin A. V. [et al.]. Vikhrevyye apparaty [Vortex devices]. Moscow, 1985. 256 p. (In Russ.).
18. Piralishvili Sh. A., Polyayev V. M., Sergeev M. N. Vikhrevoy effekt: eksperiment, teoriya, tekhnicheskiye resheniya [Vortex effect: experiment, theory, technical solutions] // Ed. A. I. Leontyev. Moscow, 2000. 412 p. ISBN 5-8022-0006-5. (In Russ.).
19. Chýlek R., Šnajdárek L., Pospíšil J. Vortex Tube: A Comparison of Experimental and CFD Analysis Featuring Different RANS Models // MATEC Web Conf. 2018. Vol. 168. 02012. DOI: 10.1051/mateconf/201816802012. (In Engl.).
20. Bourgreat M., Fabri I., Scestrunck R. Separation // Pube. ONERA. 1961. No. 102. P. 48–62. (In Engl.).
21. Spanin I., Gseroeny I. Influence de quelques parametres constructifs sur fonctionnement du turbullenneur frigorifique Rev // Electrotechnique et Energie Electrique. 1962. No. 2. (In Engl.).
22. Belyavskiy Ya. D. Vliyaniye zvuka na teploperenos v gazakh [Effect of sound on heat transfer in gases] // Tekhnicheskaya akustika. *Technical Acoustics*. 2014. Vol. 14. 6 p. (In Russ.).
23. Kuznetsov V. I., Makarov V. V. Effekt Ranka: Eksperiment, teoriya, raschet [Rank effect: Experiment, theory, calculation]. Moscow, 2017. 376 p. ISBN 978-5-9500364-2-2. (In Russ.).

24. Krasnov N. F., Koshevoy V. N., Kalugin V. T. Aerodinamika otrivnykh techeniy [Aerodynamics of separation flows]. Moscow, 1988. 348 p. ISBN 5-06-001196-8. (In Russ.).

25. Mikhaylenko C. I. K modelirovaniyu vikhrevoi truby: podgotovka geksagonal'noy setki dlya vychislitel'nykh eksperimentov v srede OpenFOAM [Simulation of the vortex tube: design of a hexagonal mesh for computational experiments in OpenFOAM] // Trudy Instituta mekhaniki im. R. R. Mavlyutova UNTs RAN. *Proceedings of the Mavlyutov Institute of Mechanics*. 2016. Vol. 11, no. 1. P. 112–118. DOI: 10.21662/uim2016.1.017. (In Russ.).

26. Biryuk V. V., Gorshkalev A. A., Uglanov D. A. [et al.]. A Refined Model for Calculation of the Vortex Tube Thermal Characteristics // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2017. Vol. 302. 012056. DOI: 10.1088/1757-899X/302/1/012056. (In Engl.).

27. Kukis V. S., Shabalin D. B., Omelchenko E. A. Optimizatsiya parametrov vikhrevoi truby [Parameter optimization of vortex tube] // Mezhdunarodnyy nauchno-issledovatel'skiy zhurnal. *International Research Journal*. 2016. No. 10-2 (52). P. 66–70. DOI: 10.18454/IRJ.2016.52.127. (In Russ.).

KUZNETSOV Viktor Ivanovich, Doctor of Technical Sciences, Professor of Aircraft and Rocket Building Department.

SPIN-code: 1763-0468

AuthorID (RSCI): 161955

ResearcherID: N-9618-2016

Correspondence address: vik.kuznetsov@yandex.ru

MAKAROV Vladimir Vyacheslavovich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Aircraft and Rocket Building Department.

SPIN-code: 9846-7090

AuthorID (SCOPUS): 57193513945

ResearcherID: R-6939-2018

Correspondence address: kosmos070969@mail.ru

SHANDER Aleksandra Yuriyevna, Assistant of Aircraft and Rocket Building Department.

SPIN-code: 9020-9010

AuthorID (RSCI): 947855

Correspondence address: las-gim-you-a@mail.ru

For citations

Kuznetsov V. I., Makarov V. V., Shander A. Yu. Physics and mathematics model of vortex tube working process // Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering. 2021. Vol. 5, no. 2. P. 78–87. DOI: 10.25206/2588-0373-2021-5-2-78-87.

Received April 1, 2021.

© V. I. Kuznetsov, V. V. Makarov, A. Yu. Shander