



УДК/UDK 533.6.071.2

DOI: 10.25206/2588-0373-2025-9-2-78-85

EDN: WBOYVJ

Научная статья / Original article

КРИТЕРИАЛЬНАЯ БАЗА РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА СТРУЙНОГО ЭЖЕКТОРА

В. И. Кузнецов¹, И. О. Кузнецова^{2,3}, Д. Д. Шпаковский^{1,4}

¹Омский государственный технический университет, Россия, 644050, г. Омск, пр. Мира, 11

²Омский институт водного транспорта — филиал Сибирского государственного университета водного транспорта, Россия, 644099, г. Омск, ул. Ивана Алексеева, 4

³Сибирский институт бизнеса и информационных технологий,
Россия, 644116, г. Омск, ул. 24-я Северная, 196/1

⁴Филиал ПАО «ОДК-Сатурн» — «Омское моторостроительное конструкторское бюро»,
Россия, 644021, г. Омск, ул. Окружная дорога, 3

Рассмотрен вопрос создания критериальной базы рабочего процесса струйного эжектора на базе замкнутой математической модели. Определены основные параметры, влияющие на степень эжекции и степень повышения полного давления на выходе из камеры смешения струйного эжектора. Нахождение безразмерных комплексов с использованием теории моделирования позволило определить критериальную базу рабочего процесса струйного эжектора. При полном геометрическом подобии, без учета теплообмена и использовании одного «натурного» и «модельного» газов число критериев подобия может быть сокращено до одного — числа Рейнольдса.

Ключевые слова: критериальная база, струйный эжектор, степень эжекции, степень повышения давления, кинетическая энергия, динамическая вязкость, разность скоростей.

Для цитирования: Кузнецов В. И., Кузнецова И. О., Шпаковский Д. Д. Критериальная база рабочего процесса струйного эжектора // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2025. Т. 9, № 2. С. 78–85. DOI: 10.25206/2588-0373-2025-9-2-78-85. EDN: WBOYVJ.



© Кузнецов В. И., Кузнецова И. О., Шпаковский Д. Д., 2025.
Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.

CRITERIA BASE OF THE JET EJECTOR OPERATING PROCESS

V. I. Kuznetsov¹, I. O. Kuznetsova^{2,3}, D. D. Shpakovskiy^{1,4}

¹Omsk State Technical University, Russia, Omsk, Mira Ave., 11, 644050

²Omsk Institute of Water Transport — Branch of the Siberian State University of Water Transport,
Russia, Omsk, Ivan Alekseev St., 4, 644099

³Siberian Institute of Business and Information Technology,
Russia, Omsk, 24-ya Severnaya St., 196/1, 644116

⁴Omsk Engine Design Bureau — Branch of the Public Joint Stock Company "UEC-Saturn",
Russia, Omsk, Okruzhnaya Doroga St., 3, 644021

The article considers the question of creating a criterion base of the jet ejector operating process on the basis of a closed mathematical model. The basic parameters affecting the degree of ejection and total pressure rise at the discharge from the mixing chamber of the jet ejector are determined. Finding dimensionless complexes using the modeling theory allows determining the criterion base of the operating process of the jet ejector. At full geometrical similarity, without considering heat exchange and using "natural" and "model" gas, the number of similarity criteria is reduced to Reynolds number.

Keywords: criterion base, jet ejector, degree of ejection, degree of pressure rise, kinetic energy, dynamic viscosity, velocity difference.



Введение

Первые описания работы струйного эжектора относятся к середине XIX в. Несмотря на давнюю известность и широкое распространение струйных эжекторов в различных отраслях промышленности, до сих пор нет замкнутой физико-математической модели, описывающей их рабочий процесс.

Газовый эжектор или струйный компрессор — простейшие распространенные газодинамические устройства, применяемые в различных отраслях промышленности, в частности, в авиа- и ракетостроении, в газовой и химической промышленности, вакуумной технике и различных экспериментальных аэродинамических установках. Эжекторы также применяются в составе силовых установок наземного специального транспорта [1, 2]. Эжектором можно назвать любое устройство, в котором полное давление одного (эжектируемого) потока увеличивается за счет смешения его с другим (эжектирующим) потоком, имеющим более высокое полное давление. В результате обмена энергией между потоками газа в камере смешения эжектора образуется общий поток, имеющий среднее давление выше начального давления эжектируемого газа. Термин «эжектор» (инжектор) происходит от латинского глагола «ejiċio» — толкать — и содержит приставку «э» или «и», характеризующую, куда направлен поток газа (наружу или внутрь), хотя принцип действия от этого не меняется [3].

Основным достоинством струйного эжектора как компрессора является отсутствие движущихся деталей, что является существенным при работе с горячими либо агрессивными средами.

Механизм энергообмена в струйном эжекторе

Для выяснения механизма энергообмена между потоками газа в струйном эжекторе необходимо определить влияние вязкости при их взаимодействии. Работа струйного эжектора представляет собой сложный газодинамический процесс, происходящий в пространственном турбулентном потоке вязкой сжимаемой или несжимаемой жидкости.

В струйном эжекторе высоконапорный и низконапорный газовые потоки движутся с разными линейными скоростями. В вязкой жидкости подобное движение вызывает появление касательных напряжений. Для рассмотрения влияния касательных напряжений на обмен кинетической энергией между потоками газов (эжектирующим и эжектируемым) выводится основное динамическое уравнение движения сжимаемой жидкости применительно к объему ΔW с массой m . Изменение главного вектора количества движения системы материальных частиц \vec{K} равно интегралу от произведения их элементарных масс Δm на вектор скоростей частиц \vec{V} [4]:

$$\vec{K} = \int_{\Delta W} \vec{V} dm = \int_{\Delta W} \rho \vec{V} dW. \quad (1)$$

С учетом уравнения (1) и произвольности объема интегрируемого объема ΔW , для векторов

напряжений $\vec{P}_x, \vec{P}_y, \vec{P}_z$ будет справедливо соотношение

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial x} \vec{P}_x + \frac{\partial \vec{r}}{\partial y} \vec{P}_y + \frac{\partial \vec{r}}{\partial z} \vec{P}_z = 0.$$

Учитывая, что

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = \vec{i}, \quad \frac{\partial \vec{r}}{\partial y} = \vec{j}, \quad \frac{\partial \vec{r}}{\partial z} = \vec{k},$$

уравнение для векторов напряжения запишем в виде

$$\vec{i} \cdot \vec{P}_x + \vec{j} \cdot \vec{P}_y + \vec{k} \cdot \vec{P}_z = 0, \quad (2)$$

справедливое для любой среды, независимо от характера приложенных объемных сил и наличия или отсутствия притока массы извне.

Проекция уравнения (2) на оси координат приводит к равенствам [4]

$$P_{xy} = P_{yx}, P_{yz} = P_{zy}, P_{zx} = P_{xz}, \quad (3)$$

которые показывают, что тензор напряжений \vec{P} симметричен ($P_{ij} = P_{ji}$).

Симметричность тензора напряжений обусловлена отсутствием в среде непрерывно распределенных моментов объемных поверхностных сил. Равенство (3) составляет содержание «теоремы о взаимности касательных напряжений».

Интегральное выражение теоремы об изменении кинетической энергии движущегося элементарного объема сплошной среды можно составить, пользуясь формулировкой динамики материальных систем в форме:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta W} \frac{\rho V^2}{2} d(\Delta W) = \int_{\Delta W} \rho FV d(\Delta W) + \int_{\sigma} P_n V d\sigma + \int_{\Delta W} N_m d(\Delta W), \quad (4)$$

где N_m — мощность внутренних сил, отнесенная к единице объема (плотность распределения мощности внутренних сил).

После преобразований уравнения (4) найдем выражение плотности распределения мощности внутренних сил в потоке [4]:

$$N_m = -PS + \frac{mV^2}{2} \quad (5)$$

или при $m = 0$

$$N_m = -PS. \quad (6)$$

В зависимости от задания физических свойств сплошной среды, а следовательно, и вида тензорных напряжений, можно получить различные выражения для плотности распределения мощности вну-

тренних сил в движущейся сплошной среде. Данная величина позволяет определить часть необратимых потерь механической энергии, соответствующей мощности сил внутреннего трения в среде.

Сопоставляя уравнение баланса энергии [4] с уравнением изменения кинетической энергии (4), можно получить уравнение для изменения внутренней энергии среды:

$$\rho \frac{dU}{dt} = \rho q - N_m - mU, \quad (7)$$

не заключающее в явной форме ни внешних объемных сил, ни скоростей и выражающее связь между индивидуальным изменением во времени внутренней энергии среды, отнесенной к единице объема, притоком внутренней энергии извне через «источники» и мощностью внутренних сил. При отсутствии внутренних «источников» ($m = 0$) уравнение баланса энергии (7) приобретает общепринятый вид [2]:

$$\rho \frac{dU}{dt} = \rho q - N_m. \quad (8)$$

Уравнения неразрывности, динамики среды, выраженные через касательные напряжения и уравнение баланса энергии, представляют основу энергообмена между потоками жидкости в струйном эжекторе.

Физическая модель работы струйного эжектора

На основе экспериментальных и теоретических исследований собственных и других авторов [5–7] сформирована следующая физическая модель энергообмена между потоками жидкости (сжимаемой и несжимаемой) в струйном эжекторе. Механизмом передачи кинетической энергии от высокоскоростного потока жидкости к низконапорному являются касательные напряжения, возникающие в вязкой среде за счет разности их линейных скоростей.

Рассмотрим схему (рис. 1) струйного эжектора с центральным соплом высоконапорного газа. Для струйного эжектора отметим следующие контрольные сечения: «А-А» — срез сопла 1 для эжектирующего газа; «В-В» — в плоскости среза кольцевого сопла для эжектируемого газа; «С-С» — на выходе из камеры смешения 3. Сечения «А-А» и «В-В» расположены в одной плоскости. Кольцевое сопло образовано наружной стенкой центрального сопла 1 и внутренней стенкой камеры смешения 3 струйного эжектора.

Работа струйного эжектора осуществляется следующим образом. Эжектирующей (высоконапорный) газ истекает из сопла 1 в камеру смешения 3. Сопло 1 профилируется таким образом, чтобы статическое давление на срезе сопла было меньше статического давления в потоке эжектируемого газа, подводимого к кольцевому соплу ($p_1 < p_2$). Под действием разности статических давлений на срезе сопла 1 и в емкости 2 низконапорный газ из емкости 2 станет поступать в камеру смешения 3. Скорость высоконапорного газа V_1 , истекающего из сопла 1, выше, чем скорость газа V_2 , поступающего в камеру смешения 3 из емкости 2. За счет разности скоростей высоконапорного и низконапорного газов силами вязкости кинетическая энергия передается от эжектирующего газа к эжектируемому. В результате этого взаимодействия полное давление эжектируемого газа растет, эжектирующего — падает. Передача кинетической энергии от эжектирующего к эжектируемому газу силами вязкости происходит на некоторой длине камеры смешения 3. Эта длина зависит от величины касательных напряжений, возникающих при движении газов с различными скоростями [7].

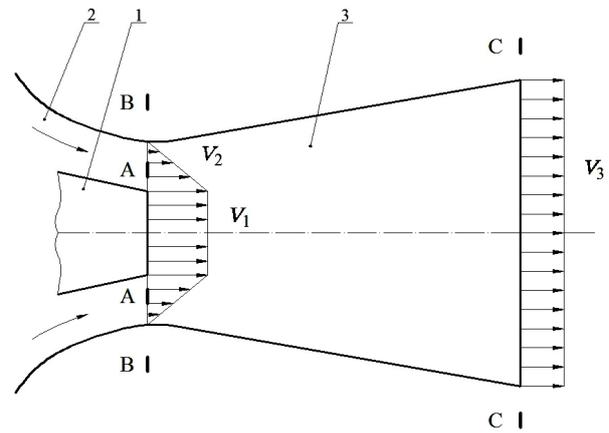


Рис. 1. Схема струйного эжектора:
 1 — сопло для эжектирующего газа,
 2 — емкость с эжектируемым газом,
 3 — камера смешения
 Fig. 1. Scheme of jet ejector:
 1 — nozzle for ejecting gas,
 2 — vessel with ejected gas,
 3 — mixing chamber

Энергообмен сопровождается расширением эжектирующего газа, понижением его полного давления и полной температуры, а также сжатием эжектируемого газа с повышением его полного давления и полной температуры. За счет разности температур возникает тепловой поток, идущий от более нагретого газа к менее нагретому. Процессы энергообмена идут до тех пор, пока полные давления и температуры смешиваемых газов не сравняются. После этого происходит истечение (рис. 1, сечение «Ш-Ш») со скоростью V_3 . На этом процесс энергообмена между эжектирующим и эжектируемым газом закончен. При изменении геометрии внутренних каналов эжектора и места подачи эжектирующего и эжектируемого газа механизм энергообмена не изменяется. Передача энергии между потоками будет происходить аналогичным образом при использовании несжимаемых жидкостей.

На основании приведенной выше физической модели энергообмена составлена математическая модель энергообмена между высоконапорным и низконапорным газом в струйном эжекторе.

Математическая модель рабочего процесса струйного эжектора

Сумма энергий эжектирующего и эжектируемого газов равна энергии газа, выходящего из струйного эжектора (рис. 1). С другой стороны, изменение энергии может быть выражено через работу сил вязкости, тогда справедливы равенства:

$$\begin{aligned} E_{01} + E_{02} &= E_3, E_1 = E_{01} - \Delta E_1, E_2 = \\ &= E_{02} + \Delta E_2, \Delta E_2 = \Delta E_1, \\ \Delta E_1 &= G_1 \cdot L_1, \Delta E_2 = G_2 \cdot L_2, \Delta E_3 = G_3 \cdot L_3, \end{aligned} \quad (9)$$

где E_{01}, E_{02}, E_3 — начальная энергия эжектирующего и эжектируемого газовых потоков и энергия потока газа на выходе из эжектора, Дж; E_1, E_2 — энергия эжектирующего и эжектируемого газовых потоков в любом из сечений эжектора, в том числе и на выходе из эжектора, Дж; ΔE_3 — изменение энергии газового потока на выходе из эжектора, соответствующее работе расширения до давления окружающей среды, Дж; G_1, G_2, G_3 — расход эжектирующего газа через сопло эжектируемого газа и газа на выходе из эжектора соответственно, кг/с; L_1, L_2, L_3 — удельная работа эжектирующего газа, эжектируемого газа и газа на выходе из эжектора соответственно, Дж/кг.

Расход газа на выходе из эжектора равен сумме расходов эжектирующего и эжектируемого газов

$$G_3 = G_2 + G_1. \quad (10)$$

Удельная работа эжектирующего газа после завершения энергообмена с эжектируемым газом находится по уравнению [8]:

$$L_1 = c_p T_{01} \left(1 - \frac{1}{\pi_p^{\frac{k-1}{k}}} \right) \eta_p, \quad (11)$$

где c_p — изобарная теплоемкость эжектирующего газа, Дж/(кг·К); T_{01} — температура торможения эжектирующего потока газа на входе в эжектор, К; π_p — степень понижения полного давления эжектирующего газа при обмене энергией с эжектируемым газом; η_p — коэффициент, учитывающий потери в процессе расширения эжектирующего газа; k — показатель адиабаты.

Степень понижения полного давления эжектирующего газа

$$\pi_p = \frac{p_{01}}{p_{03}}, \quad (12)$$

где p_{01} — полное давление эжектирующего газа на входе в струйный эжектор, Па; p_{03} — полное давление смеси газов на выходе из эжектора после завершения процесса энергообмена, Па.

Удельная работа, переданная эжектируемому газу после завершения энергообмена [8]:

$$L_2 = c_p T_{02} \left(\pi_c^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \frac{1}{\eta_c}, \quad (13)$$

где c_p — изобарная теплоемкость эжектируемого газа, Дж/(кг·К); T_{02} — температура торможения эжектируемого потока газа на входе в эжектор, К; π_c — степень повышения полного давления эжектируемого газа; η_c — коэффициент, учитывающий потери в процессе сжатия эжектируемого газа.

Степень повышения полного давления эжектируемого газа

$$\pi_c = \frac{p_{03}}{p_{02}}, \quad (14)$$

где p_{02} — полное давление эжектируемого газа на входе в струйный эжектор, Па.

Располагаемая степень понижения полного давления смеси газов на выходе из эжектора

$$\pi_{p3} = \frac{p_{03}}{p_H}, \quad (15)$$

где p_H — давление среды, в которую происходит истечение газа из струйного эжектора, Па.

Эпюру скоростей эжектируемого газа на входе в эжектор можно определить по экспериментальным данным в зависимости от формы эжектора или в виде прямой линии от стенки камеры до среза сопла эжектирующего газа (скорость эжектируемого газа равна нулю на стенке камеры смешения и равна скорости эжектирующего газа в месте их контакта). В зависимости от эпюры скорости находится средняя скорость эжектируемого потока газа на входе в эжектор [1, 9, 10], в рассматриваемом случае (рис. 1):

$$V_{2cp} = \frac{1}{2} V_1. \quad (16)$$

Полная система уравнений, описывающих рабочий процесс в струйном эжекторе, включает зависимости для турбулентных касательных напряжений [7, 11] и газодинамические функции $\pi(\lambda)$, $\tau(\lambda)$, $q(\lambda)$, $\underline{z}(\lambda)$, $\varepsilon(\lambda)$.

Полное давление газа на выходе из струйного эжектора можно определить путем решения системы уравнений (9) – (16) согласно [7]. На базе решения приведенной выше математической модели могут быть определены оптимальные геометрические размеры струйного эжектора и его характеристики во всем диапазоне рабочих режимов. Кроме того, можно определить критериальную базу рабочего процесса струйного эжектора.

Критериальная база струйного эжектора

Основные критерии струйного эжектора — коэффициент эжекции $\pi^* = G_2/G_1$ и степень сжатия $\varepsilon = p_{03}/p_{02}$.

Рассмотрим критериальную базу рабочего процесса струйного эжектора на базе замкнутой математической модели. Определим параметры, влияющие на коэффициент эжекции π^* и степень сжатия ε струйного эжектора. С этой целью объединим параметры с одинаковой размерностью в одну группу, чтобы для всех этих величин получить только один безразмерный комплекс.

Нахождение безразмерных комплексов на базе теории моделирования позволит определить критериальную базу рабочего процесса струйного эжектора. Согласно математической модели, изложенной в формулах (9) – (16) с добавлением газодинамических функций и модели турбулентности, можно рассмотреть все основные параметры, влияющие на коэффициент эжекции π^* и степень сжатия ε , то есть

$$\pi^*, \varepsilon = f(L_i, G_i, T_{0i}, p_{0i}, \rho_i, V_i, \tau_T, a_{kpj}, c_{pj}, k_j, \mu_j, \lambda_j, \dots, \eta_p, \eta_c, \xi, \pi_c^*, \pi_p^*, \pi_{p3}^*, d_i, l, F_i), \quad (17)$$

где $i = 1, 2, 3$ — индексы соответствующих расчетных сечений; $j = 1, 2$ — индекс для эжектирующего и эжектируемого газа соответственно.

Часть из приведенных параметров в (17) являются взаимосвязанными. Удельная работа L_i при расширении или сжатии газа зависит от $k_j, c_{pj}, T_{0i}, \eta_p, \eta_c, \pi_c^*, \pi_p^*, \pi_{p3}^*$, а расход газа G_i — от величин T_{0i}, p_{0i}, V_i, F_i . Величина турбулентных касательных напряжений τ_T определяется длиной пути смешения l , динамической вязкостью μ_j и плотностью газа ρ_i , а также частными производными компонентов скорости V_x, V_y, V_z газового потока. В свою очередь, распределение и величина компонентов скорости $V_x,$

V_y, V_z в объеме камеры смешения эжектора связаны с величинами T_{0i}, p_{0i}, V_i, F_i . Безразмерные величины η_p, η_c также зависят от параметров газовых потоков и геометрии струйного эжектора. Коэффициент гидравлического сопротивления $\xi = f(d_{э}, Re_i)$, однако эквивалентный диаметр определяется внутренней геометрией канала $d_{э} = f(d_i, F_i, \dots)$, а число Рейнольдса $Re_i = \mu_j / (\rho_i V_i d_{э})$. Степени повышения и понижения давления $\pi_c^*, \pi_p^*, \pi_{p3}^*$ могут быть выражены через абсолютные величины полного давления p_{0i} в соответствующих сечениях. Из термодинамики известно, что критическая скорость звука в газе определяется зависимостью $a_{крj} = f(c_{pj}, T_{0i})$. Таким образом, количество параметров в зависимости (17) может быть существенно сокращено

$$n^*, \varepsilon = f(T_{0i}, p_{0i}, \rho_i, V_i, c_{pj}, k_j, \mu_j, \lambda_j, d_i, l, F_i). \quad (18)$$

Из зависимости (18) параметры могут быть объединены по группам и обозначены следующим образом:

- величины, имеющие размерность длины d_i, l обозначаются через l — характерный размер (м, L);
- величины, имеющие размерность площади F_i обозначаются через F (м², L²);
- величины, имеющие размерность температуры T_{0i} обозначаются через T (К, Θ);
- величины, имеющие размерность давления p_{0i} обозначаются через p (Па, М · Т⁻² · L⁻¹);
- величины, имеющие размерность плотности ρ_i обозначаются через ρ (кг/м³, М · L⁻³);
- величины, имеющие размерность скорости V_i обозначаются через V (м/с, L · Т⁻¹);
- величины, имеющие размерность теплоемкости газа при постоянном давлении c_{pj} обозначаются через c_p (Дж/(кг · К), L² · Т⁻² · Θ^{-1});
- величины, имеющие размерность динамической вязкости газа μ_j обозначаются через μ (Па · с, М · Т⁻¹ · L⁻¹);
- величины, имеющие размерность теплопроводности газа λ_j обозначаются через λ (Вт/(м · К), М · L · Т⁻³ · Θ^{-1}).

Кроме того, параметры n^* и ε зависят от безразмерного показателя адиабаты k . Таким образом, зависимость (18) можно переписать в виде

$$n^*, \varepsilon = f(l, F, T, p, \rho, V, c_p, \mu, \lambda, k). \quad (19)$$

Из десяти параметров, определяющих степень эжекции n^* и степень сжатия ε , четыре имеют независимую размерность (l, T, ρ, V), пять параметров имеют зависимую размерность (F, p, c_p, μ, λ) и один — безразмерную величину k .

Если общее число размерных величин обозначить через i , а число размерных величин, имеющих независимую размерность, через j , то число безразмерных комплексов для составления критериальной базы

$$\Pi_{i-j} = i - j + 1 = 6.$$

Безразмерный комплекс находится с помощью π — теоремы Бекингема:

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{[n^*]}{[\rho]^a [T]^b [V]^c [l]^e} = \\ &= \frac{L^{3a} T^c}{M^a \Theta^b L^c L^e} = M^{-a} \cdot \Theta^{-b} \cdot T^c \cdot L^{3a-c-e}. \end{aligned}$$

Для того, чтобы комплекс оставался безразмерным, необходимо соблюдение равенств: $a = 0, b = 0, c = 0, 3a - c - e = 0$, откуда $e = 0$. Тогда

$$\Pi = \frac{[n^*]}{[\rho]^0 [T]^0 [V]^0 [l]^0} = n^*.$$

Аналогично для степени сжатия имеем $\Pi = \varepsilon$.

Определим безразмерные комплексы для всех размерных величин, входящих в зависимость (19), согласно этому же правилу.

Безразмерный комплекс для плотности

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \frac{[\rho]}{[\rho]^a [T]^b [V]^c [l]^e} = \\ &= \frac{M^1 L^{3a} T^c}{L^3 M^a \Theta^b L^c L^e} = M^{1-a} \cdot \Theta^{-b} \cdot T^c \cdot L^{3a-3-c-e}. \end{aligned}$$

Запишем для степеней комплекса равенства $1 - a = 0, b = 0, c = 0, 3a - 3 - c - e = 0$, откуда $a = 1, e = 0$. Тогда

$$\Pi_1 = \frac{[\rho]}{[\rho]^1 [T]^0 [V]^0 [l]^0} = 1.$$

Для величин T, V, l аналогичным образом можем получить безразмерные комплексы $\Pi_2 = 1, \Pi_3 = 1, \Pi_4 = 1$ соответственно.

Безразмерный комплекс для площади

$$\begin{aligned} \Pi_5 &= \frac{[F]}{[\rho]^a [T]^b [V]^c [l]^e} = \\ &= \frac{L^2 L^{3a} T^c}{M^a \Theta^b L^c L^e} = M^{-a} \cdot \Theta^{-b} \cdot T^c \cdot L^{2+3a-c-e}. \end{aligned}$$

Запишем для степеней комплекса равенства $-a = 0, -b = 0, c = 0, 2 + 3a - c - e = 0$, откуда $e = 2$. Тогда

$$\Pi_5 = \frac{[F]}{[\rho]^0 [T]^0 [V]^0 [l]^2} = \frac{F}{l^2},$$

то есть безразмерный комплекс Π_5 выражает геометрическое подобие.

Безразмерный комплекс для давления

$$\begin{aligned} \Pi_6 &= \frac{[p]}{[\rho]^a [T]^b [V]^c [l]^e} = \frac{M^1 L^{3a} T^c}{T^2 L^1 M^a \Theta^b L^c L^e} = \\ &= M^{1-a} \cdot \Theta^{-b} \cdot T^{c-2} \cdot L^{3a-1-c-e}. \end{aligned}$$

Запишем для степеней комплекса равенства $1 - a = 0, -b = 0, c - 2 = 0, 3a - 1 - c - e = 0$, откуда $a = 1, c = 2, e = 0$. Тогда

$$\Pi_6 = \frac{[p]}{[\rho]^1 [T]^0 [V]^2 [l]^0} = \frac{p}{\rho V^2} = Eu,$$

то есть безразмерный комплекс Π_6 — критерий Эйлера. Если учесть, что для сжимаемого потока газа [8]

$$\frac{p}{\rho} = \frac{a^2}{k}; \quad M = \frac{V}{a}$$

то безразмерный комплекс можно записать в виде

$$\Pi_6 = Eu = \frac{1}{k M^2},$$

где k — показатель адиабаты (число Пуассона); M — число Маха.

Таким образом, критерий Эйлера Eu можно заменить двумя критериями подобия: безразмерным числом k и M — числом Маха. При этом постоянная k — показатель адиабаты становится критерием подобия.

Безразмерный комплекс для теплоемкости

$$\Pi_7 = \frac{[c_p]}{[\rho]^a [T]^b [V]^c [l]^e} = \frac{L^2 T^{3a} T^c}{T^2 \Theta^1 M^a \Theta^b L^c L^e} = M^{1-a} \cdot \Theta^{-1-b} \cdot T^{c-2} \cdot L^{2+3a-c-e}$$

Запишем для степеней комплекса равенства $-a = 0, 1 - b = 0, c - 2 = 0, 2 + 3a - c - e = 0$, откуда $b = -1, c = 2, e = 0$. Тогда

$$\Pi_7 = \frac{[c_p]}{[\rho]^0 [T]^{-1} [V]^2 [l]^0} = \frac{c_p T}{V^2}.$$

Запишем уравнение для полной температуры потока газа в виде

$$\frac{V^2}{c_p T} = 2 \left(\frac{T_0}{T} - 1 \right) = \Theta^*,$$

где Θ^* — температурный критерий.

Тогда безразмерный комплекс $\Pi_7 = 1/\Theta^*$. Этот критерий имеет значение только при больших сверхзвуковых скоростях потоков газа в струйном эжекторе.

Безразмерный комплекс для динамической вязкости газа

$$\Pi_8 = \frac{[\mu]}{[\rho]^a [T]^b [V]^c [l]^e} = \frac{M^1 L^{3a} T^c}{T^1 L^1 M^a \Theta^b L^c L^e} = M^{1-a} \cdot \Theta^{-b} \cdot T^{c-1} \cdot L^{3a-1-c-e}$$

Запишем для степеней комплекса равенства $1 - a = 0, -b = 0, c - 1 = 0, 3a - 1 - c - e = 0$, откуда $a = 1, c = 1, e = 1$. Тогда

$$\Pi_8 = \frac{[\mu]}{[\rho]^1 [T]^0 [V]^1 [l]^1} = \frac{\mu}{\rho V l} = Re,$$

то есть безразмерный комплекс Π_8 — критерий Рейнольдса.

Безразмерный комплекс для теплопроводности газа

$$\Pi_9 = \frac{[\lambda]}{[\rho]^a [T]^b [V]^c [l]^e} = \frac{M^1 L^1 L^{3a} T^c}{T^3 \Theta^1 M^a \Theta^b L^c L^e} = M^{1-a} \cdot \Theta^{-1-b} \cdot T^{c-3} \cdot L^{3a+1-c-e}$$

Запишем для степеней комплекса равенства $1 - a = 0, -1 - b = 0, c - 3 = 0, 3a + 1 - c - e = 0$, откуда $a = 1, b = -1, c = 3, e = 1$. Тогда

$$\Pi_9 = \frac{[\lambda]}{[\rho]^1 [T]^{-1} [V]^3 [l]^1} = \frac{\lambda T}{\rho V^3 l}.$$

Если комплекс Π_9 умножить и разделить на произведение величин $\mu \cdot c_p$, то после преобразований получим

$$\Pi_9 = \frac{1}{Pr} \frac{1}{Re}.$$

Безразмерный комплекс Π_9 определяется через число Рейнольдса Re и Прандтля Pr .

В результате, безразмерные функциональные зависимости n^*, ε (19) принимают вид безразмерных комплексов

$$\Pi = f \left(1, 1, 1, 1, \frac{F}{l^2}, \frac{1}{k M^2}, \frac{1}{\Theta^*}, Re, \frac{1}{Pr} \frac{1}{Re} \right)$$

или

$$n^*, \varepsilon = f \left(F/l^2, k, M, Re, \Theta^*, Pr \right). \quad (20)$$

Критерий Θ^* имеет значение только при больших сверхзвуковых скоростях потоков газа, что крайне редко применимо для струйного эжектора. Поэтому критерий Θ^* можно исключить, тогда

$$n^*, \varepsilon = f \left(F/l^2, k, M, Re, Pr \right). \quad (21)$$

Из уравнения (21) видно, что степень эжекции n^* и степень повышения давления ε струйного газового эжектора являются функцией пяти переменных, которые образуют критериальную базу рабочего процесса струйного эжектора. Если в эжекторе используются несжимаемые жидкости, то, согласно [8], критерий Эйлера перестанет быть определяющим, а для учета массовой силы земного тяготения и сил инерции необходимо ввести число Фруда $Fr = V^2/(g \cdot l)$. В этом случае зависимость (21) будет иметь вид

$$n^*, \varepsilon = f \left(F/l^2, Fr, Re, Pr \right). \quad (22)$$

Если разность температур эжектирующего и эжектируемого газовых потоков невелика и процессами теплообмена можно пренебречь, то для упрощенной математической модели критерий подобия Pr можно исключить из рассмотрения. При совпадении геометрических размеров модели и натурной установки критерий F/l^2 также можно исключить из рассмотрения. С учетом вышесказанного зависимость (21) примет вид

$$n^*, \varepsilon = f \left(k, M, Re \right). \quad (23)$$

При тех же условиях для несжимаемой жидкости зависимость (22) упростится следующим образом:

$$n^*, \varepsilon = f \left(Re, Fr \right). \quad (24)$$

Таким образом, при использовании одного «натурного» и «модельного» газов и небольших скоростях газового потока степень эжекции n^* и степень повышения полного давления ε будут зависеть только от критерия Рейнольдса.

Этот вывод справедлив при использовании в качестве рабочей среды для «натурного» и «модельного» процесса одной несжимаемой жидкости, поскольку в этом случае выполнение подобия по числу Рейнольдса будет означать выполнение подобия по числу Фруда.

Заключение

Получены результаты анализа критериев подобия для рабочего процесса струйного эжектора на базе замкнутой математической модели. Основные характеристики струйного эжектора — степень эжекции λ^* и степень повышения давления ϵ моделируются в общем случае для газа шестью критериями подобия — F/P^2 , k , M , Re , Θ^* , Pr , а для несжимаемой жидкости пятью — F/P^2 , Fr , Re , Pr .

В случае соблюдения геометрического подобия, отсутствия интенсивного процесса теплообмена, а также применения для эжектирующего и эжектируемого потоков в «натурном» и «модельном» процессе одного рабочего тела, число критериев сокращается до одного — числа Рейнольдса. Это косвенно подтверждает, что основным механизмом передачи энергии от высокоскоростного потока к низконапорному потоку в струйном эжекторе являются силы вязкого трения.

Список источников / References

1. Калиновский А. А., Чупрынин Ю. В., Новиков А. А. Моделирование и оценка эффективности эжекционного отсоса пыли выхлопными газами в глушителе сельскохозяйственной машины // *Механика машин, механизмов и материалов*. 2018. № 2 (43). С. 17–23. EDN: XQCTID.

Kalinovskiy A. A., Chuprynin Yu. V., Novikov A. A. Modelirovaniye i otsenka effektivnosti ezheksionnogo otsosa pyli vykhlopnymi gazami v glushitele sel'skokhozyaystvennoy mashiny [Modeling and evaluation of efficiency of the dust ejection suction by exhaust gases in the agricultural harvester damper]. *Mekhanika mashin, mekhanizmov i materialov. Mechanics of Machines, Mechanisms and Materials*. 2018. No. 2 (43). P. 17–23. EDN: XQCTID. (In Russ.).

2. Лазарев Е. А., Салов А. Ю. Согласование режимов работы и характеристика системы «турбокомпрессор — охладитель — эжектор» в дизеле с наддувом // *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Машиностроение»*. 2016. Т. 16, № 4. С. 23–31. DOI: 10.14529/engin160403. EDN: XDYESH.

Lazarev E. A., Salov A. Yu. Soglasovaniye rezhimov raboty i kharakteristika sistemy «turbokompressor — okhladitel'ezhektor» v dizele s nadduvom [Characteristic of turbocharger-intercooler-ejector system, an at diesel engine]. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya «Mashinostroyeniye». Bulletin of the South Ural State University. Series "Mechanical Engineering Industry"*. 2016. Vol. 16, no. 4. P. 23–31. DOI: 10.14529/engin160403. EDN: XDYESH. (In Russ.).

3. Аркадов Ю. К. Новые газовые эжекторы и эжекционные процессы. Москва: Физматлит, 2001. 333 с. ISBN 5-94052-025-1.

Arkadov Yu. K. Novyye gazovyye ezhektory i ezheksionnyye protsessy [New gas ejectors and ejection processes]. Moscow, 2001. 333 p. ISBN 5-94052-025-1. (In Russ.).

4. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. 7-е изд., испр. Москва: Дрофа, 2003. 840 с. ISBN 5-7107-6327-6.

Loitsyanskiy L. G. Mekhanika zhidkosti i gaza [Fluid and gas mechanics]. 7th ed., rev. Moscow, 2003. 840 s. ISBN 5-7107-6327-6. (In Russ.).

5. Rostami zadeh E., Majd A., Arbabian S. Effects of Electromagnetic Fields on Seed Germination in *Urtica Dioica* L. *International Journal of Scientific & Technology Research*. 2014. Vol. 3, Issue 4. P. 365–368.

6. Картас С. С., Панченко В. И., Александров Ю. Б. Численное моделирование и экспериментальное исследование жидкость-жидкостного эжектора с криволинейным начальным участком камеры смешения и с прямолинейной камерой смешения // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокос-*

мическая техника. 2020. № 60. С. 88–95. DOI: 10.15593/2224-9982/2020.60.10. EDN: SAQCAR.

Kartas S. S., Panchenko V. I., Aleksandrov Yu. B. Chislennoye modelirovaniye i eksperimental'noye issledovaniye zhidkost'-zhidkostnogo ezhektora s krivolinyeynym nachal'nyim uchastkom kamery smesheniya i s pryamolineynoy kameroy smesheniya [Numerical modeling and experimental research of a liquid-liquid ejectors with a curved initial mixing chamber area and with direct mixing camera]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politehnicheskogo universiteta. PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*. 2020. No. 60. P. 88–95. DOI: 10.15593/2224-9982/2020.60.10. EDN: SAQCAR. (In Russ.).

7. Кузнецов В. И., Макаров В. В., Шандер А. Ю. Физико-математическая модель рабочего процесса струйного эжектора // *Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение*. 2021. Т. 5, № 3. С. 75–82. DOI: 10.25206/2588-0373-2021-5-3-75-82. EDN: LNRTRZ.

Kuznetsov V. I., Makarov V. V., Shander A. Yu. Fiziko-matematicheskaya model' rabochego protsesssa struynogo ezhektora [Physical and mathematical model of working process of jet ejector]. *Omskiy nauchnyy vestnik. Ser. Aviatzionno-raketnoye i energeticheskoye mashinostroyeniye. Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering*. 2021. Vol. 5, no. 3. P. 75–82. DOI: 10.25206/2588-0373-2021-5-3-75-82. EDN: LNRTRZ. (In Russ.).

8. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. В 2 ч. 5-е изд., перераб. и доп. Москва: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. Ч. 1. 600 с. ISBN 5-02-014015-5.

Abramovich G. N. Prikladnaya gazovaya dinamika. V 2 ch. [Applied gas dynamics. In 2 parts]. 5th ed., rev. and suppl. Moscow, 1991. Part 1. 600 p. ISBN 5-02-014015-5. (In Russ.).

9. Sankar L. N., Bharadvaj B. K., Tsung F.-L. Three-dimensional Navier–Stokes/full-potential coupled analysis for viscous transonic flow. *AJAA Journal*. 1993. Vol. 31, no. 10. P. 1857–1864. DOI: 10.2514/3.11859.

10. Kallinderis Y., Ward S. Prismatic grid generation for three-dimensional complex geometries. *AJAA Journal*. 1993. Vol. 31, no. 10. P. 1850–1856. DOI: 10.2514/3.11858.

11. Усс А. Ю., Чернышев А. В., Атамасов Н. В. Разработка метода расчета и создание вихревого струйного устройства для управления потоками газа // *Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение*. 2019. Т. 3, № 2. С. 78–86. DOI: 10.25206/2588-0373-2019-3-2-78-86. EDN: DNZZBK.

Uss A. Yu., Chernyshev A. V., Atamasov N. V. Razrabotka metoda rascheta i sozdaniye vikhrevogo struynogo ustroystva dlya upravleniya potokami gaza. [Development of calculation method and creation of vortex jet device to control gas flow]. *Omskiy nauchnyy vestnik. Ser. Aviatzionno-raketnoye i energeticheskoye mashinostroyeniye Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering*. 2019. Vol. 3, no. 2. P. 78–86. DOI: 10.25206/2588-0373-2019-3-2-78-86. EDN: DNZZBK. (In Russ.).

КУЗНЕЦОВ Виктор Иванович, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры «Авиа- и ракетостроение» Омского государственного технического университета (ОмГТУ), г. Омск. SPIN-код: 1763-0468
AuthorID (РИНЦ): 161955
ResearcherID: N-9618-2016

Адрес для переписки: vik.kuznetzov@yandex.ru
КУЗНЕЦОВА Ирина Олеговна, кандидат технических наук, доцент кафедры естественных наук и информационных технологий Омского института водного транспорта — филиал Сибирского государственного университета водного транспорта, г. Омск; доцент департамента очного обучения Сибирского института бизнеса и информационных технологий, г. Омск. SPIN-код: 8418-3130

AuthorID (РИНЦ): 486124

Адрес для переписки: oat-schuka@mail.ru

ШПАКОВСКИЙ Денис Данилович, кандидат технических наук, ведущий инженер-конструктор Филиала ПАО «ОДК-Сатурн» — Омское моторостроительное конструкторское бюро, г. Омск; доцент кафедры «Авиа- и ракетостроение» ОмГТУ, г. Омск. SPIN-код: 8300-5590

AuthorID (РИНЦ): 162092

Адрес для переписки: ddenis_sh@mail.ru

Прозрачность финансовой деятельности: авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах и методах. Конфликт интересов отсутствует.

Статья поступила в редакцию 04.04.2025; одобрена после рецензирования 02.06.2025; принята к публикации 09.06.2025.

KUZNETSOV Viktor Ivanovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Aircraft and Rocket Building Department, Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk.

SPIN-code: 1763-0468

AuthorID (RSCI): 161955

ResearcherID: N-9618-2016

Correspondence address: vik.kuznetzov@yandex.ru

KUZNETSOVA Irina Olegovna, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Natural Sciences and Information Technologies Department, Omsk Institute of Water Transport — Branch of the Siberian State University of Water Transport, Omsk; Associate Professor of the Full-time Education Department, Siberian Institute of Business and Information Technologies, Omsk.

SPIN-code: 8418-3130

AuthorID (RSCI): 486124

Correspondence address: oat-schuka@mail.ru

SHPAKOVSKIY Denis Danilovich, Candidate of Technical Sciences, Leading Design Engineer, Omsk Engine Design Bureau — Branch of the Public Joint Stock Company "UEC-Saturn", Omsk; Associate Professor of the Aircraft and Rocket Building Department, OmSTU, Omsk.

SPIN-code: 8300-5590

AuthorID (RSCI): 162092

Correspondence address: ddenis_sh@mail.ru

Financial transparency: the authors have no financial interest in the presented materials or methods. There is no conflict of interest.

The article was submitted 04.04.2025; approved after reviewing 02.06.2025; accepted for publication 09.06.2025.