# ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В БОКОВОЙ ПОЛОСТИ ВРАЩЕНИЯ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ НАСОСОВ И ГАЗОВЫХ ТУРБИН ЖИДКОСТНЫХ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

# Д. А. Жуйков, Ю. Н. Шевченко, А. А. Кишкин, А. А. Зуев, М. Г. Мелкозеров, А. В. Делков

Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева, Россия, 660037, г. Красноярск, пр. им. Газеты Красноярский Рабочий, 31

Рассмотрено течение вязкой несжимаемой жидкости в боковой полости вращения центробежных насосов и газовых турбин жидкостных ракетных двигателей. На основе теории пространственного пограничного слоя разработана система уравнений для определения коэффициента момента сопротивления, позволяющего определить механические (дисковые) потери и КПД агрегата. Коэффициент момента сопротивления зависит от окружных напряжений трения, которые зависят от толщины пространственного пограничного слоя, которая для ограниченной полости не может развиваться безгранично, как при продольном обтекании пластины. Рассматривается влияние слияния пограничных слоев на стенке и на диске на механические потери ротора. Приведены численные данные обработки разнообразных конструкций агрегатов.

Ключевые слова: жидкостные ракетные двигатели, турбонасосные агрегаты, полость вращения, вращающийся диск, вязкое течение, напряжения трения, момент сопротивления, пространственный пограничный слой.

## Введение

Турбонасосные агрегаты (ТНА) обеспечения подачи топлива современных и разрабатываемых жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) являются высоконагруженными энергетическими установками. Подача топлива осуществляется как в основную камеру ЖРД со сверхзвуковым соплом, так и на рулевые сопла [1-4]. Требования по надежности, энергетической эффективности и ресурсу работы двигателя нового поколения определяются в качестве важной проектно-расчетной задачи, определяемой точным расчетным диагностированием всех видов потерь, в том числе механических (дисковых) потерь рабочих колес турбин и насосов (рис. 1).

При расчете внутренних энергетических потерь турбонасосного агрегата выделяется задача определения, помимо гидравлических потерь рабочих колес, определение механических дисковых потерь, определяемых окружной составляющей напряжения трения потока между роторной и корпусной (неподвижной) частью агрегата. Величина мощности механических (дисковых) потерь колеса на трение превышает гидравлические потери рабочего колеса как на расчетном, так и тем более на режиме дросселирования. Расчет дисковых потерь ввиду сложности характера взаимодействия окружного потока с расходным течением утечек является весьма сложной задачей, которую целесообразно решать путем численного исследования на основе аналитического расчета момента сопротивления трения и верификацией результатов численного и гидродинамического экспериментов.

Экспериментальные и теоретические исследования, проведенные разными авторами, дают различные результаты [5—10]. Часть методик определения момента сопротивления имеет недостатки, связанные с использованием эмпирических констант, а также не учитывает влияние радиального течения в полости. Другие методики применяют закон изменения угловой скорости текучей среды между вращающимся диском и неподвижной стенкой, которая зависит не только от расходной составляющей абсолютной скорости ядра потока, но и от дополнительных напряжений трения на поверхности в пограничном слое (ПС) вызванных поперечным градиентом давления вращающейся жидкости или газа.

### Основная часть

Сложное течение в полости представляет собой суперпозицию радиально-расходного течения вязкой текучей среды и вращательного движения между неподвижной и вращающейся поверхностями (рис. 2). В центробежных насосах после истечения из рабочего колеса 2 течение идет от периферии к центру вращения в полости 4 [1, 10].

Аналогичный характер течения имеет место и полости газовых турбин [1, 11].

Расчетная схема полости вращения представляет собой (рис. 3) течение в трех слоях: невязкое ядро потока (NVFC) — основной слой, течение в пограничном слое на стенке ( $\delta_w$ ) и течение в пограничном слое на вращающемся диске ( $\delta_d$ ), где введены общепринятые обозначения: R — радиус, W — поперечная скорость; U — окружная скорость,  $\omega$  — угловая



Рис. 1. Турбонасосный агрегат с центробежным насосом и осевой турбиной

Fig. 1. Turbopump unit with centrifugal pump and axial turbine



Рис. 2. Схема центробежного агрегата: 1 — корпус; 2 — покрывной диск рабочего колеса; 3 — ведущий диск рабочего колеса; 4 — торцевая полость вращения (боковая пазуха); 5 — щелевое уплотнение Fig. 2. Diagram of the centrifugal unit: 1 -housing; 2 -cover disc of the impeller; 3 — drive disc of the impeller; 4 — end cavity of rotation (side sinus); 5 — slot seal

скорость, V<sub>R</sub> — радиальная скорость, δ — толщина пограничного слоя; индексы: mid — среднее значение, f — ядро потока, w — параметр на стенке, *d* — параметр на диске.

Основные критериальные комплексы:

относительный нормальный зазор

$$G_d = \frac{Z}{R_d}$$
 (1)

Число гидродинамического подобия Рейнольдса:

$$\operatorname{Re}_{f} = \frac{\omega_{f} R^{2}}{v}, \operatorname{Re}_{d} = \frac{\omega_{d} R^{2}_{d}}{v}; \qquad (2)$$

— коэффициент быстроходности для насоса и турбины [2]:

$$n_{s} = 193, 3 \frac{\omega_{d} \sqrt{\dot{V}_{n}}}{H^{\frac{3}{4}}}, n_{st} = 193, 3 \frac{\omega_{d} \sqrt{\dot{V}_{n}}}{L^{\frac{3}{4}}},$$
(3)

где  $\dot{V_n}$  — номинальный объемный расход текучей среды через рабочее колесо агрегата,  $R_{_d}$  — радиус диска, *H* — потребный напор насоса, *L* — техническая работа турбины;

— безразмерный радиус:



Рис. 3. Расчетная схема течения в полостях вращения: NVFC — безвязкостное ядро потока; FLC — линия тока ядра потока; BCL — донная линия тока; z — ширина зазора;  $V_{_{\!R}}$  — радиальная скорость ядра потока;  $U_{_{\!f}}$  — окружная скорость ядра потока; U<sub>d</sub> — окружная скорость диска; U<sub>mid</sub> — среднее значение скорости по толщине пограничного слоя; *u<sub>w</sub>* — окружная скорость в ПС на стенке; u<sub>d</sub> — окружная скорость в ПС на диске;  $\omega_{_{I}}$  — угловая скорость ядра потока;  $\delta_{_{W}}$  — толщина пограничного слоя на стенке;  $\delta_d$  — толщина пограничного слоя на диске; 🛯 – угловая скорость вращения диска; *R*<sub>d</sub> — радиус диска; *w*<sub>w</sub> — поперечная скорость в ПС на стенке;  $w_d$  — поперечная скорость в ПС на диске Fig. 3. Calculation scheme of the flow in the rotational cavities: NVFC — non-viscous flow core; FLC — the flow line of the flow core; BCL — bottom current line; z — gap width;  $V_{_R}$  — radial velocity of the flow core;  $U_{_f}$  — circumferential velocity of the flow core;  $U_d$  — circumferential velocity of the disk;  $U_{\rm mid}$  — average velocity value over the thickness of the boundary layer;  $u_w$  — circumferential velocity of the boundary layer of the wall;  $u_d$  — circumferential velocity of the boundary layer of the disk;  $\omega$  , — angular velocity of the flow core;  $\delta_w$  — thickness of the boundary layer of the wall;  $\delta_d$  — thickness of the boundary layer of the disk;  $\omega_d$  — angular velocity of the disk;  $R_d$  — radius of the disk;  $w_w$  — across velocity in PS on the wall;  $w_d$  — across velocity in PS on the disk

$$\theta = \frac{R - R_2}{R_1 - R_2},\tag{4}$$

— относительная угловая скорость (закрутка):

$$\varphi = \frac{\omega}{\omega_d} \ . \tag{5}$$

## Напряжения трения для случая турбулентного потока

Для турбоагрегатов ракетных двигателей наиболее характерны турбулентные режимы течения в полостях вращения и для описания характера изменения скорости потока в пограничном слое, как правило, используют степенной профиль скорости [5, 12-13]:

$$\overline{u} = \overline{y} \frac{1}{m} , \qquad (6)$$

где  $\bar{u} = \frac{u}{U_{\delta}}$  — безразмерный параметр скорости по толщине пограничного слоя,  $U_{\delta}$  — скорость в ядре потока,  $\overline{y} = \frac{y}{\delta}$  – безразмерная координата 93 от стенки, **δ** — толщина пограничного слоя, *m* — целое число в диапазоне от 7 до 11 для турбулентного режима.

В случае установившегося течения в трубе  $\delta = R_0$  — толщина пограничного слоя равна радиусу трубы [5, 13]. Воспользуемся общим выражением для оценки напряжения трения через коэффициент гидравлического трения:

$$\frac{\tau_0}{\rho U_{\rm mid}^2} = \frac{\lambda}{8} \,, \tag{7}$$

где  $U_{\rm mid}$  — среднее значение скорости по толщине пограничного слоя (рис. 3).

Для гидравлической поверхности трубы в диапазоне 4000 ≤ Re ≤ 3×10<sup>6</sup> применим формулу Блязиуса [5]:

$$\lambda = \frac{0,316}{\text{Re}^{0,25}}.$$
 (8)

Из источника [12] имеем связь между относительными толщинами пограничного слоя и толщиной пограничного слоя для степенного закона (6):

— толщина вытеснения продольного потока:

$$\delta^{''} = \frac{\delta}{m+1};\tag{9}$$

— толщина потери импульса:

$$\delta^{"} = \frac{m \cdot \delta}{(m+1)(m+2)}.$$
 (10)

Формула (6) позволяет определить связь между средней скоростью и максимальной скоростью:

$$\frac{U_{\rm mid}}{U_{\rm max}} = \frac{2m^2}{(1+m)(1+2m)},\tag{11}$$

из которой следует, что при m = 7 значение  $U_{\rm mid} = =0,817 U_{\rm max}$  [5].

Малое отличие величин средней и максимальной скоростей обусловлено сравнительно равномерным в турбулентном потоке распределением скорости по сечению канала. Значение коэффициентов, учитывающих влияние неравномерности распределения скорости по сечению канала на кинетическую энергию жидкости, вычисленные на основании степенного закона распределения скорости, составляет  $a_{\kappa} = 1...1,1$ . Поэтому при расчетах турбулентных потоков в уравнении Бернулли [5] можно полагать  $a_{\kappa} = 1$  вместо  $a_{\kappa} = 2$  при ламинарном течении.

 $a_{\rm x} = 1$  вместо  $a_{\rm x} = 2$  при ламинарном течении. Учтем, что  $U_{\rm mid} \cong U_{\rm max}$  для степенного закона m > 7, число Re в выражении (8) равно:

$$\operatorname{Re} = \left(\frac{Ud}{v}\right) = \left(\frac{2\delta U}{v}\right). \tag{12}$$

Из выражения (10) для m = 7 имеем:

$$\delta = \frac{(m+1)(m+2)}{m} \cdot \delta^{"} = \frac{8 \cdot 9}{7} \cdot \delta^{"}.$$
 (13)

Тогда (12) приобретает вид:

$$\operatorname{Re} = \left(\frac{Ud}{v}\right) = 20,572 \left(\frac{U\delta^{"}}{v}\right) = 20,572 \operatorname{Re}_{\delta^{"}}.$$
 (14)

Учитывая (14), (8), получаем выражения для турбулентного напряжения трения:

$$\frac{\tau_0}{\rho U^2} = \frac{\lambda}{8} = \frac{0.316}{8} \frac{1}{(20,572)^{0.25} \operatorname{Re}_{\delta^{\circ\circ}}^{0.25}} ,$$
$$\frac{\tau_0}{\rho U^2} = 0.0186 \operatorname{Re}_{\delta^{\circ\circ}}^{-0.25} .$$
(15)

# Относительные характеристики пограничного слоя на статорных и роторных поверхностях

Следует отметить, что все выражения, используемые для оценки толщины потери импульса в случае ламинарного потока, используются для турбулентного режима течения для случая степенного профиля скорости (6) [12, 14] для случая *m* = 7 с пересчетом относительных характерных (существенно положительных) констант пространственного пограничного слоя (ППС):

$$H = \frac{\dot{\delta_{\alpha}}}{\delta_{\alpha}^{-}} = \frac{m+2}{m} = 1,286, \tag{16}$$

$$I = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{\delta_{aR}^{"}}{\delta_{a}^{"}} = \frac{6(m+3)}{(m+4)(m+5)} = 0,455,$$
 (17)

$$L = \frac{1}{\epsilon^2} \cdot \frac{\delta_R^2}{\delta_a^2} = \frac{18(m+1)}{(m+5)(m+8)} = 0.8,$$
 (18)

$$M = \frac{1}{\varepsilon} \frac{\delta_{\psi\phi}}{\delta_{\omega}} = \frac{3(m+1)}{m+5} = 2, \tag{19}$$

$$K = M + I = \frac{1}{\epsilon} \frac{\delta_{\psi\phi}^{"}}{\delta_{\phi}^{"}} + \frac{1}{\epsilon} \frac{\delta_{\phi\psi}^{"}}{\delta_{\phi}^{"}} = \frac{484 \, m^4 + 367 \, m^3 + 115 \, m^2 + 17m + 1}{(3m+1)^2 (4m+1) (5m+1)} = 2,455 \,. \tag{20}$$

Напряжения трения в относительном виде для абсолютной скорости С [12]:

$$\frac{\tau_{ow}}{\rho C^2} = 0,0186 \operatorname{Re}_{\delta_w^{-0.25}}^{-0.25} = 0,0186 \left(\frac{C\delta_w^{\cdot}}{v}\right)^{-0.25}$$
(21)

Для радиально-окружного потока выражения проекции напряжений трения имеют вид:

$$\tau_{0\alpha} = \tau_{0w} \cos \alpha , \qquad (22)$$

$$\tau_{_{0R}} = \tau_{_{0w}} \sin \alpha \,, \tag{23}$$

$$\tau_{0R(\alpha)} = \varepsilon \tau_{0\alpha} , \qquad (24)$$

где є — угол отклонения линии тока на донной поверхности.

Радиальная составляющая абсолютной скорости определяется от объемного расхода в каверне:

$$V_R = \frac{\dot{V}}{2\pi R \left( z - \delta_{\Sigma}^{\cdot} \right)}, \tag{25}$$

где δ<sub>Σ</sub><sup>·</sup> — суммарная толщина пограничного слоя на стенке и на диске,  $\dot{V}$  — объемный расход рабочей жидкости через полость.

На неподвижном основании напряжение трения от окружной составляющая абсолютной скорости на основе (21) вычисляется:

$$\tau_{0a}^{w} = 0,0186 \ \rho U_{w}^{2} \left( \frac{U_{w}}{v} \delta_{\Sigma w}^{\cdot} \right)^{0.25}, \tag{26}$$

где R,  $\omega_{\ell}$  — локальные значения радиуса и угловой скорости основного потока,  $\rho$  и  $\nu$  — плотность и кинематическая вязкость текучей среды,  $U_w = \omega_* R$  — окружная скорость ядра потока на стенке,  $\delta_{\Sigma w}^{\cdots}$  — суммарная толщина потери импульса на стенке определяется по выражению [12, 15]:

$$\delta_{\Sigma w}^{"} = \delta_{\alpha w}^{"} \frac{U_{w}^{2}}{U_{w}^{2} + V_{R}^{2}} + \delta_{R}^{"} \frac{V_{R}^{2}}{U_{w}^{2} + V_{R}^{2}}, \qquad (27)$$

где толщина потери импульса на стенке от окружной составляющей абсолютной скорости определяется [15]:

$$\delta_{\alpha w}^{"} = \Omega \left(\frac{v}{\omega_f}\right)^{0.2} R^{0.6}$$
(28)

где коэффициент относительных характерных постоянных на стенке для m = 7

$$\Omega = 0,04535 \left(\frac{4M^2 - 7L}{1+H}\right)^{0.4} \left(\frac{2}{I} + \frac{1}{L}\right)^{0.8} = 0,332$$

а толщина потери импульса от радиальной составляющей абсолютной скорости [5] определяется в виде [6]:

$$\delta_{R}^{\cdot \cdot} = 0,036 \left(\frac{V_{R}}{v}\right)^{-0.2} |R - R_{1}|^{0.8}$$
(29)

Напряжение окружного трения на диске определяется выражением:

$$\tau_{0\alpha}^{d} = 0.0186 \,\rho (U_{d})^{2} \left( \frac{U_{d}}{v} \delta_{\Sigma d}^{\cdots} \right)^{-0.25}_{r} \tag{30}$$

где  $U_d = (\omega_d - \omega_r)R$  — окружная скорость ядра потока на диске,  $\delta_d^{"}$  — суммарная толщина потери импульса на диске определяется по выражению [12, 15]:

$$\delta_{\Sigma d}^{"} = \delta_{\alpha d}^{"} \frac{U_d^2}{U_d^2 + V_R^2} + \delta_R^{"} \frac{V_R^2}{U_d^2 + V_R^2} , \qquad (31)$$

где толщина потери импульса на диске от окружной составляющей определяется в виде [10]:

$$\delta_{ad}^{"} = E \left( \frac{\nu}{\omega_d - \omega_f} \right)^{0.2} R_r^{0.6}$$
(32)

где коэффициент относительных характерных постоянных на диске для *m* = 7,

$$E = \left[\frac{5}{3}D\right]^{0.8} = \left[\frac{5}{3}\frac{0,01256}{\sqrt{\frac{(1+H)\cdot I}{3LI + 4L(K-2I)}}} \cdot \left(\frac{2}{I} + \frac{1}{L}\right)\right]^{0.8} = 0,366.$$

Радиальное напряжение трения суммируется из радиальных напряжений от окружного движения и расходного:

$$\tau^{d}_{0R} = \tau^{d}_{0R(\alpha)} + \tau^{d}_{0R(V)}$$

$$\tau_{0R}^{w} = \tau_{0R(\alpha)}^{w} + \tau_{0R(V)}^{w}, \qquad (33)$$

где радиальное напряжение трения от расходной составляющей определяется классическими выражениями [5], имеют вид:

$$\tau_{0R(V)}^{w} = 0.0186 \rho V_{R}^{2} \left( \frac{V_{R}}{\nu} \delta_{\Sigma w}^{..} \right)^{-0.25},$$
  
$$\tau_{0R(V)}^{d} = 0.0186 \rho V_{R}^{2} \left( \frac{V_{R}}{\nu} \delta_{\Sigma d}^{..} \right)^{-0.25}.$$
 (34)

Напряжения трения в радиальном направлении от окружной скорости связаны с окружными напряжениями трения [12, 15]:

$$\begin{aligned} \tau^{*}_{0R(\alpha)} &= \varepsilon_{w} \tau^{*}_{0\alpha}, \\ \tau^{d}_{0R(\alpha)} &= \varepsilon_{d} \tau^{d}_{0\alpha}, \end{aligned} \tag{35}$$

где  $\varepsilon_w = tg(\phi_w)$ ,  $\varepsilon_d = tg(\phi_d)$ ,  $\phi_{w'} \phi_d$  — углы отклонения линии тока на неподвижной и подвижной поверхностях при y = 0 (рис. 3) для m = 7:

$$\varepsilon_w = \sqrt{\frac{1+H}{L}} = 1,69;$$
  
=  $\sqrt{\frac{(1+H)I}{3LI + 4L(K-2I)}} = 0,415.$  (36)

Эти величины зависят от выбранной эпюры продольной скорости в пространственном пограничном слое (6).

 $\varepsilon_d$ 

Необходимо учитывать, что напряжения трения — это векторные параметры, могут принимать как положительную, так и отрицательную величину и определятся направлением радиальных и окружных составляющих скоростей. Для радиального течения за положительное значение напряжений трения принято направление от центра как на стенке, так и на диске, но для окружного течения для вращающейся поверхности, если угловая скорость ядра потока меньше угловой скорости диска, а для неподвижной поверхности всегда знак положительный, т.е. всегда оказывает подтормаживающее действие, однако диск может подкручивать основой слой потока.

# Расчетная оценка момента сопротивления по характеристикам пограничного слоя

Для оценки толщины пограничного слоя введем относительную толщину пограничного слоя:

$$G_{\delta} = \frac{\delta_{\Sigma d} + \delta_{\Sigma w}}{Z} , \qquad (37)$$

где суммарные толщины определяются на основе профиля скорости в ПС (6) [5]:

$$\delta_{\Sigma d} = N \delta_{\Sigma d}^{\cdot \cdot} \ \delta_{\Sigma w} = N \delta_{\Sigma w}^{\cdot \cdot}. \tag{38}$$

При численном решении выражений (30) учитывается конечное приращение момента сопротивления элементарного кольца диска, определяемое по выражению:

95

Таблица 1. Исследуемые arperaты Table 1. Studied aggregates

Агрегат	Н.О. — N <sub>2</sub> O <sub>4</sub> [Об]	Турбина [Об]	Турбина — РД-119 [Гх]	РД-119 Н.г — НДМГ [Гх]	РД-119 Н.о — О <sub>2</sub> [Гх]	
Nº	1	2	3	4	5	
<i>m</i> , кг/с	42	2,57	0,95	12,385	18,47	
<i>w</i> , рад/с	2950	2410	2199	2199	2199	
Температура, С	емпература, 20		760	20	- 183	
<i>г</i> , кг/м <sup>3</sup>	1400	1,21	9,66	790	1144	
<i>п</i> , м²/с	5e-6	6,2e-5	5,8e-5	7,468E-05	1,652e-7	
<i>Н</i> , кДж/кг	17,5	890	595,7	14	8,444	
<i>D<sub>g</sub></i> , м	0,114	0,25	0,169	0,144	0,116	
<i>D<sub>y'</sub></i> м	0,083	0,05	0,072	0,085	0,085	
n <sub>s</sub>	64,914	22,111	6,217	41,354	61,321	
Re ( <i>D</i> <sub>2</sub> )	1,917e6	5e5	2,532e5	1.528e5	4,515e7	
$\operatorname{Re}(D_y)$	1,016e6	2,429e4	4,597e4	5,319e4	2,403e7	
V <sub>полости</sub> , м <sup>3</sup> /с	0,003	0,001	0,001	3,919e-4	4,036e-4	
<i>п</i> <sub>01</sub> , м	0,002	0,01	0,026	0,0037	0,0095	
п <sub>02</sub> , м	0,01	0,01	0,014	0,0028	0,0036	

$$\Delta M_d = 2\pi \tau_{0q}^d R^2 \Delta R \,, \tag{39}$$

интегрирование которого позволяет определить момент сопротивления трения одной стороны диска по кольцевой площади от  $R_1$  до  $R_2$ .

Таким образом, имеем замкнутую систему формул для расчета механических дисковых потерь, для решения которой должны быть заданы граничные условия: радиус входа в полость  $R_1$  и радиус выхода  $R_2$ , а также объемный расход с учетом направления и угловая скорость с учетом знака по отношению к уголовной скорости вращения диска.

Для анализа механических дисковых потерь различных турбоагрегатов можно применить коэффициент момента сопротивления, смоченного с двух сторон диска [2, 9]:

$$C_M = \frac{2M_d}{\frac{\rho}{2}R^5\omega_d^2} \,. \tag{40}$$

Для проведения исследования были выбраны боковые полости нескольких агрегатов, представленные в табл. 1. А именно насосы горючего НДМГ и окислителя на жидком О<sub>2</sub>, турбины РД-119 [16], насос окислителя N<sub>2</sub>O<sub>4</sub>, газовая автономная турбина [2].

В результате решения системы уравнений на рис. 4 показано изменение относительной суммарной толщины ПС (37) в полости Агрегата № 1, где видно, что суммарная толщина пограничного слоя на стенке и диске при различных закрутках ф ядра потока превышает величину нормального зазора z при минимальном значении безразмерного радиуса  $\theta = 0$  более чем в 2 раза и монотонно линейно увеличивается к входу  $R_1$ . Подобный вид изменения наблюдается и у других агрегатов из табл. 1. При этом можно оценить изменение локального числа Рейнольдса для ядра потока в полости Агрегата № 1 при тех же значениях относительной сум-



Рис. 4. Изменение относительной суммарной толщины ПС в полости Агрегата № 1

Fig. 4. Change in the relative total thickness of the PS in the cavity of No. 1 Unit



Рис. 5. Изменение числа Рейнольдса ядра потока в полости Arperata № 1 Fig. 5. Change in the Reynolds number of the flow core in the cavity of No. 1 Unit

Таблица 2. Относительная суммарная толщина ПС и локальное число Рейнольдса для ядра потока для различных полостей вращения агрегатов из таблицы 1

Table 2. Relative total thickness of the PS and the local Reynolds number for the flow core for the various rotational cavities of the aggregates from the Table 1

			$G_{\delta}$			Re			
Агрегат	n <sub>s</sub>	θ	$\phi = 0.95$	φ = 0,5	φ = 0,15	φ = 0,95	$\varphi = 0.5$	φ = 0,15	
1	64,914	1	3,24	2,61	2,80	1,82E+06	9,59E+05	2,88E+05	
1	64,914	0	2,64	2,15	2,32	9,65E+05	5,08E+05	1,52E+05	
2	22,111	1	8,50	6,81	7,33	4,80E+05	2,53E+05	7,58E+04	
2	22,111	0	3,36	2,74	2,94	2,31E+04	1,22E+04	3,64E+03	
3	6,217	1	2,78	2,23	2,40	2,41E+05	1,27E+05	3,80E+04	
3	6,217	0	1,67	1,34	1,44	4,37E+04	2,30E+04	6,90E+03	
4	41,775	1	18,43	14,76	15,89	1,45E+05	7,63E+04	2,29E+04	
4	41,775	0	13,38	10,76	11,58	5,05E+04	2,66E+04 7,98E+03		
5	61,039	1	1,86	1,49	1,60	4,25E+07	2,24E+07	6,72E+06	
5	61,039	0	1,54	1,23	1,33	2,28E+07	1,20E+07	3,61E+06	

Таблица	3.	Коэффициенты	С, для	различных	полостей	агрегатов
Table 3.	C <sub>M</sub>	coefficients for d	lifferent	cavities of a	aggregates	

Агрегат	$n_{_{ m s}}$	Учет слияния	φ = 0,95	J,%	$\varphi = 0.5$	ϑ,%	φ = 0,15	ϑ,%
1	64,914	нет	1,72E-05		1,08E-03		2,82E-03	
1	64,914	да	2,27E-05	31,6	1,35E-03	24,8	3,58E-03	27,1
2	22,111	нет	2,95E-05		1,86E-03		4,84E-03	
2	22,111	да	4,89E-05	65,5	2,92E-03	56,6	7,72E-03	59,4
3	6,217	нет	3,31E-05		2,09E-03		5,43E-03	
3	6,217	да	4,15E-05	25,4	2,48E-03	18,7	6,56E-03	20,9
4	41,775	нет	3,39E-05		2,14E-03		5,56E-03	
4	41,775	да	6,86E-05	102,2	4,09E-03	91,3	1,10E-02	97,8
5	61,039	нет	9,06E-06		5,72E-04		1,49E-03	
5	61,039	Да	1,04E-05	14,7	6,20E-04	8,5	1,64E-03	10,5

марной толщины ПС на рис. 5, где наблюдается ярко выраженный турбулентный режим течения.

Аналогичный характер и значения имеют место и для других полостей агрегатов из табл. 1. Общие результаты относительной суммарной толщины ПС и локального числа Рейнольдса для ядра потока в полости для различных полостей вращения агрегатов представлены в табл. 2. Согласно выражениям (26), (30), (34) напряжения трения уменьшаются с ростом толщины потери импульса ПС, которая определяет толщины ПС (38). Но суммарная толщина ПС не может быть больше величины нормального зазора *z*, соответственно, необходимо пересчитать действительную толщину ПС на стенке и диске.

Введем коэффициент соотношения ПС на стенке и диске:

$$\sigma_{\delta} = \frac{\delta_d}{\delta_w}.$$
 (41)

Тогда можем определить толщину ПС на стенке и диске:

$$\delta_w = \frac{Z}{\sigma_\delta + 1}, \ \delta_d = \delta_w \sigma_\delta . \tag{42}$$

Теперь можем сравнить коэффициент момента сопротивления СМ для различных полостей вращения и различных агрегатов при различных закрутках ядра потока как без учета слияния, так и с учетом слияния пограничных слоев в зазоре. В табл. 3 представлены результаты исследования различных полостей агрегатов, где показана величина коэффициент момента сопротивления и относительное отклонение  $\vartheta$ . Таким образом, в результате проведенного исследования установлено, что суммарная теоретическая толщина ППС превышает величину нормального зазора, и в некоторых случаях более чем в несколько раз, что очевидно не согласуется с реальной физической картиной и понятием пограничного слоя. Тогда как коэффициент момента сопротивления, определённый с учетом слияния ПС для некоторых случаев, отличается примерно в два раза.

## Заключение

В целом, корректное определение коэффициента момента сопротивления и позволяет определить действительные механические (дисковые) потери и дисковый КПД любого турбоагрегата, что является, особенно в итоге, важной оптимизационной задачей для турбонасосного агрегата двигателя летательного аппарата с точки зрения увеличения массы полезного груза и/или дальности полета.

#### Список источников

1. Боровский Б. И. Энергетические параметры и характеристики высокооборотных лопастных насосов. Москва: Машиностроение, 1989. 184 с.

2. Овсянников Б. В., Боровский Б. И. Теория и расчет агрегатов питания жидкостных ракетных двигателей. Москва: Машиностроение, 1971. 540 с.

3. Савчин Д. А., Назаров В. П. Разработка и анализ модели процесса получения напорной характеристики центробежных насосов жидкостных ракетных двигателей // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2021. Т. 5, № 1. С. 95 – 100. DOI: 10.25206/2588-0373-2021-5-1-95-100. EDN: PVUBCF.

4. Яковлев А. Б. Математическое описание процессов в насосной системе подачи топлива в камеру сгорания жидкостного ракетного двигателя // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2024. Т. 8, № 3. С. 116–122. DOI: 10.25206/2588-0373-2024-8-3-116-122. EDN: CRJZBK.

5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Москва: Наука, 1974. 712 с.

6. Кусюмов А. Н., Романова Е. В. Течение между ограниченными и неограниченными дисками с учетом подвижности поверхности // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2011. № 2. С. 21–25. EDN: NXCBKF.

7. Jacques R., Le Quere P., Daube O. Axisymmetric numerical simulations of turbulent flow in rotor-stator enclosures // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2002. Vol. 23, no. 4. P. 381-397. DOI: 10.1016/S0142-727X(02)00137-6.

8. Owen J. M., Haynes C. M., Bayley F. J. Heat transfer from an air cooled rotating disk // Proc. of the Royal Society of London. A. 1974. Vol. 336. P. 453-473. DOI: 10.1098/rspa.1974.0029.

9. Волков К. Н., Емельянов В. Н. Течения и теплообмен в каналах и вращающихся полостях. Москва: Физматлит, 2010. 486 с.

10. Gülich J. F. Centrifugal pumps. 4th ed. Villeneuve, Switzerland: Springer International Publishing, 2020. 1264 c. DOI: 10.1007/978-3-030-14788-4.

11. Волков К. Н., Левихин А. А., Волобуев И. А., Мельникова А. И. Моделирование сопряженного теплообмена во вращающейся каверне микротурбины // Проблемы региональной энергетики. 2019. № 3 (44). С. 43–50. DOI: 10.5281/ zenodo.3562185. EDN: ILHWET.

12. Кишкин А. А., Зуев А. А., Делков А. В. [и др.]. Аналитический подход при исследовании уравнений импульсов пограничного слоя при течении в межлопаточном канале газовых турбин // Вестник Московского авиационного института. 2021. Т. 28, № 1. С. 45-60. DOI: 10.34759/vst-2021-1-45-60. EDN: BPTTXM.

13. Жуйков Д. А., Зуев А. А., Толстопятов М. И. К расчету потерь в проточных частях агрегатов подачи жидкостных ракетных двигателей // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2020. № 6 (135). С. 21–34. DOI: 10.18698/0236-3941-2020-6-21-34. EDN: MZWHRD.

14. Степанов Г. Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. Москва: Физматгиз, 1962. 512 с.

15. Кишкин А. А., Шевченко Ю. Н., Зуев А. А., Жуйков Д. А. Расчетно-экспериментальное исследование закрученного кольцевого потока // Омский научный вестник. Серия Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2024. Т. 8, № 1. С. 57–68. DOI: 10.25206/2588-0373-2024-8-1-57-68. EDN: RTYRHL.

 Гахун Г. Г., Алексеев И. Г., Березанская Е. Л. [и др.].
 Атлас Конструкций ЖРД. Описание. В З ч. / под общ. ред. Гахуна Г. Г. Москва: МАИ, 1969. Ч. 2. 155 с. ЖУЙКОВ Дмитрий Александрович, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Двигатели летательных аппаратов» Сибирского государственного университета науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева (СибГУ им. М. Ф. Решетнева), г. Красноярск.

SPIN-код: 1275-6858

AuthorID (РИНЦ): 113410 AuthorID (SCOPUS): 56543678400

ResearcherID: J-3180-2013

Адрес для переписки: dimitri z@inbox.ru

ШЕВЧЕНКО Юлия Николаевна, аспирант кафедры «Холодильная, криогенная техника и кондиционирование» СибГУ им. М. Ф. Решетнева, г. Красноярск.

SPIN-код: 9919-0610

AuthorID (РИНЦ): 1151109

AuthorID (SCOPUS): 57219486953

Адрес для переписки: gift\_23j@mail.ru

КИШКИН Александр Анатольевич, доктор технических наук, профессор (Россия), заведующий кафедрой «Холодильная, криогенная техника и кондиционирование» СибГУ им. М. Ф. Решетнева, г. Красноярск.

SPIN-код: 9919-8708

AuthorID (SCOPUS): 6506466412

Адрес для переписки: spsp99@mail.ru

**ЗУЕВ Александр Александрович,** доктор технических наук, профессор (Россия), заведующий кафедрой «Двигатели летательных аппаратов» СибГУ им. М. Ф. Решетнева, г. Красноярск.

SPIN-код: 7838-5458

AuthorID (РИНЦ): 626682

AuthorID (SCOPUS): 57205125261

Адрес для переписки: dla2011@inbox.ru

**МЕЛКОЗЕРОВ Максим Геннадьевич,** кандидат технических наук, директор Института машиноведения и мехатроники СибГУ им. М. Ф. Решетнева, г. Красноярск.

AuthorID (РИНЦ): 113408

AuthorID (SCOPUS): 6504045831

Адрес для переписки: mmq2002@mail.ru

**ДЕЛКОВ Александр Викторович,** кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Холодильная, криогенная техника и кондиционирование» СибГУ им. М. Ф. Решетнева, г. Красноярск. SPIN-код: 4278-2740

AuthorID (РИНЦ): 610984

ORCID: 0009-0009-6684-1033

AuthorID (SCOPUS): 6506922319

Адрес для переписки: delkov-mx01@mail.ru

## Для цитирования

Жуйков Д. А., Шевченко Ю. Н., Кишкин А. А., Зуев А. А., Мелкозеров М. Г., Делков А. В. Исследование течения вязкой несжимаемой жидкости в боковой полости вращения центробежных насосов и газовых турбин жидкостных ракетных двигателей на основе теории пространственного пограничного слоя // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2025. Т. 9, № 1. С. 92–100. DOI: 10.25206/2588-0373-2025-9-1-92-100. EDN: XZOZJG.

Статья поступила в редакцию 29.01.2025 г.

© Д. А. Жуйков, Ю. Н. Шевченко, А. А. Кишкин,

А. А. Зуев, М. Г. Мелкозеров, А. В. Делков

# RESEARCH OF VISCOUS INCOMPRESSIBLE FLUID FLOW IN THE LATERAL ROTATION CAVITY OF CENTRIFUGAL PUMPS AND GAS TURBINES OF LIQUID ROCKET ENGINES BASED ON THE SPATIAL BOUNDARY LAYER THEORY

# D. A. Zhuikov, Yu. N. Shevchenko, A. A. Kishkin, A. A. Zuev, M. G. Melkozerov, A. V. Delkov

Reshetnev Siberian State University of Science and Technology, Russia, Krasnoyarsk, Krasnoyarsky Rabochy Ave., 31, 660037

The flow of a viscous incompressible liquid in the lateral cavity of rotation of centrifugal pumps and gas turbines of liquid rocket engines is considered. Based on the theory of the spatial boundary layer, a system of equations has been developed to determine the coefficient of moment of resistance, which makes it possible to determine the mechanical (disk) losses and efficiency of the unit. The coefficient of the moment of resistance depends on the circumferential frictional stresses, which depend on the thickness of the spatial boundary layer, which for a limited cavity cannot develop indefinitely as with the longitudinal flow around the plate. The effect of the fusion of boundary layers on the wall and on the disk on the mechanical losses of the rotor is considered. Numerical data on the processing of various designs of aggregates are presented.

Keywords: liquid rocket engines, turbopump units, rotational cavity, rotating disk, viscous flow, frictional stresses, moment of resistance, spatial boundary layer.

#### References

1. Borovskiy B. I. Energeticheskiye parametry i kharakteristiki vysokooborotnykh lopastnykh nasosov [Energy parameters and characteristics of high-speed vane pumps]. Moscow, 1989. 184 p. (In Russ.).

2. Ovsyannikov B. V., Borovskiy B. I. Teoriya i raschet agregatov pitaniya zhidkostnykh raketnykh dvigateley [Theory and calculation of power units for liquid rocket engines]. Moscow, 1971. 540 p. (In Russ.).

3. Savchin D. A., Nazarov V. P. Razrabotka i analiz modeli protsessa polucheniya napornoy kharakteristiki tsentrobezhnykh nasosov zhidkostnykh raketnykh dvigateley [Development and analysis of simulation of liquid-propellant rocket engine pump head curve obtaining process]. Omskiy nauchnyy vestnik. Ser. Aviatsionno-raketnoye i energeticheskoye mashinostroyeniye. Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering. 2021. Vol. 5, no. 1. P. 95–100. DOI: 10.25206/2588-0373-2021-5-1-95-100. EDN: PVUBCF. (In Russ.).

4. Yakovlev A. B. Matematicheskoye opisaniye protsessov v nasosnoy sisteme podachi topliva v kameru sgoraniya zhidkostnogo raketnogo dvigatelya [Mathematical description of the processes in the pumping system for supplying fuel to the combustion chamber of a liquid rocket engine]. Omskiy nauchnyy vestnik. Ser. Aviatsionno-raketnoye i energeticheskoye mashinostroyeniye. Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering. 2024. Vol. 8, no. 3. P. 116–122. DOI: 10.25206/2588-0373-2024-8-3-116-122. EDN: CRJZBK. (In Russ.).

5. Shlikhting G. Teoriya pogranichnogo sloya [Boundary layer theory]. Moscow, 1974. 712 p. (In Russ.).

6. Kusyumov A. N., Romanova E. V. Techeniye mezhdu ogranichennymi i neogranichennymi diskami s uchetom podvizhnosti poverkhnosti [Flow between finite and infinite disks with consideration of surface mobility]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Aviatsionnaya tekhnika.* 2011. No. 2. P. 21-25. EDN: NXCBKF. (In Russ.).

7. Jacques R., Le Quere P., Daube O. Axisymmetric numerical simulations of turbulent flow in rotor-stator enclosures. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2002. Vol. 23, no. 4. P. 381–397. DOI: 10.1016/S0142-727X(02)00137-6. (In Engl.).

8. Owen J. M., Haynes C. M., Bayley F. J. Heat transfer from an air cooled rotating disk. *Proc. of the Royal Society of London.* A. 1974. Vol. 336. P. 453-473. DOI: 10.1098/rspa.1974.0029. (In Engl.).

9. Volkov K. N., Yemelyanov V. N. Techeniya i teploobmen v kanalakh i vrashchayushchikhsya polostyakh [Currents and heat exchange in canals and rotating cavities]. Moscow, 2010. 486 p. (In Russ.).

10. Gülich J. F. Centrifugal pumps. 4th ed. Villeneuve, Switzerland: Springer International Publishing, 2020. 1264 s. DOI: 10.1007/978-3-030-14788-4. (In Engl.).

11. Volkov K. N., Levikhin A. A., Volobuyev I. A., Melnikova A. I. Modelirovaniye sopryazhennogo teploobmena vo vrashchayushcheysya kaverne mikroturbiny [Simulation of coupled heat transfer in rotor/stator cavity of the microturbine]. Problemy regional'noy energetiki. *Problems of the Regional Energetics*. 2019. No. 3 (44). P. 43–50. DOI: 10.5281/zenodo.3562185. EDN: ILHWET. (In Russ.).

12. Kishkin A. A., Zuyev A. A., Delkov A. V. [et al.]. Analiticheskiy podkhod pri issledovanii uravneniy impul'sov pogranichnogo sloya pri techenii v mezhlopatochnom kanale gazovykh turbin [Analytical approach while studying equations of boundary layer impulses at the flow in the inter-blade channel of gas turbines]. Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta. *Aerospace MAI Journal.* 2021. Vol. 28, no. 1. P. 45–60. DOI: 10.34759/vst-2021-1-45-60. EDN: BPTTXM. (In Russ.).

13. Zhuykov D. A., Zuyev A. A., Tolstopyatov M. I. K raschetu poter' v protochnykh chastyakh agregatov podachi zhidkostnykh raketnykh dvigateley [On Computing Losses in Blading Sections of Liquid Rocket Engine Pressurisation Stations]. Vestnik MGTU im. N. E. Baumana. Ser. Mashinostroyeniye. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering.*  5

2020. No. 6 (135). P. 21-34. DOI: 10.18698/0236-3941-2020-6-21-34. EDN: MZWHRD. (In Russ.).

14. Stepanov G. Yu. Gidrodinamika reshetok turbomashin [Turbomachines impeller grid hydrodynamics]. Moscow, 1962. 512 p. (In Russ.).

15. Kishkin A. A., Shevchenko Yu. N., Zuyev A. A., Zhuykov D. A. Raschetno-eksperimental'noye issledovaniye zakruchennogo kol'tsevogo potoka [Computational and experimental study of swirling ring flow]. Omskiy nauchnyy vestnik. Seriya Aviatsionno-raketnoye i energeticheskoye mashinostroyeniye. *Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering.* 2024. Vol. 8, no. 1. P. 57–68. DOI: 10.25206/2588-0373-2024-8-1-57-68. EDN: RTYRHL. (In Russ.).

16. Gakhun G. G., Alekseyev I. G., Berezanskaya E. L. [et al.]. Atlas Konstruktsiy ZHRD. Opisaniye. V 3 ch. [Atlas of Liquid Rocket Engine Designs. Description. In 3 Parts.] / ed. by Gakhun G. G. Moscow, 1969. Part 2. 155 p. (In Russ.).

**ZHUIKOV Dmitry Alexandrovich**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Aircraft Engines Department, Reshetnev Siberian State University of Science and Technology (Reshetnev University), Krasnoyarsk.

SPIN-code: 1275-6858

AuthorID (RSCI): 113410 AuthorID (SCOPUS): 56543678400

Authorn D (SCOP05), 505430.

ResearcherID: J-3180-2013

Correspondence address: dimitri\_z@inbox.ru

SHEVCHENKO Yulia Nikolaevna, Graduate Student of the Refrigeration, Cryogenic Engineering and Conditioning Department, Reshetnev University, Krasnoyarsk.

SPIN-code: 9919-0610

AuthorID (RSCI): 1151109

AuthorID (SCOPUS): 57219486953

Correspondence address: gift\_23j@mail.ru

**KISHKIN Aleksandr Anatolyevich**, Doctor of Technical Sciences, Professor, Dean of the Refrigeration, Cryogenic Engineering and Conditioning Department, Reshetnev University, Krasnoyarsk. SPIN-code: 9919-8708

AuthorID (SCOPUS): 6506466412

Correspondence address: spsp99@mail.ru

**ZUEV Alexander Alexandrovich,** Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Aircraft Engines Department, Reshetnev University, Krasnoyarsk. SPIN-code: 7838-5458

AuthorID (RSCI): 626682

AuthorID (SCOPUS): 57205125261

Correspondence address: dla2011@inbox.ru

**MELKOZEROV Maxim Genadievich,** Candidate of Technical Sciences, Director of the Institute of Machine Science and Mechatronics, Reshetnev University, Krasnoyarsk.

AuthorID (RSCI): 113408

AuthorID (SCOPUS): 6504045831

Correspondence address: mmg2002@mail.ru

**DELKOV Aleksandr Viktorovich,** Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Refrigeration, Cryogenic Engineering and Conditioning Department, Reshetnev University, Krasnoyarsk.

SPIN-code: 4278-2740

AuthorID (RSCI): 610984

ORCID: 0009-0009-6684-1033

AuthorID (SCOPUS): 6506922319

Correspondence address: delkov-mx01@mail.ru

## For citations

Zhuikov D. A., Shevchenko Yu. N., Kishkin A. A., Zuev A. A., Melkozerov M. G., Delkov A. V. Research of viscous incompressible fluid flow in the lateral rotation cavity of centrifugal pumps and gas turbines of liquid rocket engines based on the spatial boundary layer theory. *Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering.* 2025. Vol. 9, no. 1. P. 92–100. DOI: 10.25206/2588-0373-2025-9-1-92-100. EDN: XZOZJG.

#### Received January 29, 2025.

© D. A. Zhuikov, Yu. N. Shevchenko, A. A. Kishkin, A. A. Zuev, M. G. Melkozerov, A. V. Delkov

100