

## КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ МАЛОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

В. В. Федянин, В. В. Шалай, В. К. Федоров

Омский государственный технический университет,  
Россия, 644050, г. Омск, пр. Мира, 11

**В статье представлена квантово-механическая модель ионного двигателя. Рассмотрены основные уравнения, описывающие форму ускоренного пучка. Приведены пластины-детекторы, демонстрирующие интерференционную картину в тонких пленках. Дано математическое описание рельефа тонких плёнок с помощью полученной волновой функции. Продемонстрирована работа ионного двигателя малой мощности. Показаны результаты численного решения модели с различными начальными значениями. По результатам вычислений построены диаграммы траекторий заряженных частиц.**

**Ключевые слова:** модели ионных и плазменных двигателей, математическое моделирование движения заряженных частиц, ионный двигатель, малый космический аппарат, квантовая механика, квантово-механическая модель.

### Введение

В настоящее время ионные микродвигатели являются перспективным направлением в космической технике. Они нашли свое применение в микро- и наноспутниках. Исследование качественных и количественных параметров реактивных струй ионизированного газа таких двигателей становится актуальной задачей. Существуют несколько методов и моделей, которые используются для описания ускоренных частиц в ионных и плазменных двигателях.

Начнем обзор с двумерной модели с тремя скоростными компонентами [1–3]. Она используется для численного моделирования и исследования поведения потока заряженных частиц. Распределение частиц в пространстве моделируется в двумерной плоскости  $XU$ . Каждая частица имеет три компоненты скорости: две в направлении  $XU$  и одну в направлении  $Z$ . Такая модель может быть использована для анализа взаимодействия частиц с другими частицами и ускорения частиц в магнитных и электрических полях.

Существуют модели, основанные на PIC-методе [4–6]. В этом методе моделируемое пространство разбивается на сетку и заряженные частицы движутся по этой сетке. Каждая частица имеет определенную массу, заряд и скорость. Движение частицы осуществляется под воздействием электрических и магнитных полей. В каждой клетке сетки рассчитываются величины этих полей. Сетки или ячейки обычно выбирают прямоугольной или кубической формы. С помощью уравнений Максвелла производится расчет полей, учитывая заряды и токи частиц. Движение частиц определяется по законам Ньютона и Лоренца, а положение частиц и их скорость обновляются на каждой итерации расчета.

Закончим обзор моделью расчета, которая основана на методе столкновения Монте-Карло. Он учитывает столкновения между заряженными частицами, такими как ионы и электроны. Метод включает

в себя случайный выбор вероятности столкновений и производит расчет на основании этой вероятности. Так, каждая частица имеет определенную величину вероятности столкновения в единицу времени. На каждой итерации расчета происходит случайная выборка столкновений частиц на основе этих вероятностей.

Изменения скорости и энергии частиц вычисляются после выбора сталкивающейся пары. Преимуществом метода является учет различных типов столкновений частиц и возможность динамически изменять вероятности столкновений в зависимости от условий моделирования [7–10].

Представленные модели основываются на классической механике и термодинамике. Однако для ионных двигателей может быть необходимо более точное описание некоторых процессов в ионизированной струе газа.

Таким образом, в работе предпринята попытка создания модели, которая базируется на принципах квантовой механики. Сделаем небольшое отступление.

В 1952 году физик Дэвид Бом предложил новую интерпретацию квантовой механики, известную как «интерпретация Бом». Идеи этой интерпретации опубликованы в работе [11]. Квантовая модель показывает, что система в любой момент времени описывается волновой функцией, которая предсказывает вероятность обнаружения частиц. Так, появился альтернативный подход, где предполагается существование траекторий для каждой частицы. Интерпретация Дэвида Бом сохраняет классическое понимание движения частиц и позволяет решить некоторые проблемы квантовой механики. К ним можно отнести неопределенность и коллапс волновой функции. Основная идея модели заключается в том, что помимо волновой функции существуют скрытые переменные, определяющие траектории частиц. Тогда появляется возможность предсказать положения частиц, так как их траектория подчиняется как квантовым, так и классическим законам.

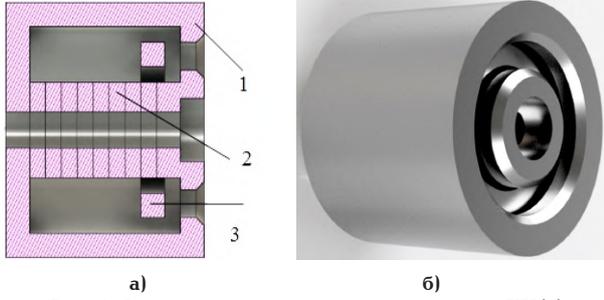


Рис. 1. Демонстрация двигателя в плоскости  $XY$  (а) и его трехмерная модель (б)  
 Fig. 1. Demonstration of the thruster in the  $XY$  plane (a) and its three-dimensional model (b)

### Теория

Предпримем попытку применить данную модель для описания траекторий частиц ионного двигателя. Рассмотрим ионный двигатель малой мощности, модель которого показана на рис. 1.

Двигатель состоит из цилиндрического корпуса 1, который является катодом. Внутри расположен анод 2 и постоянный магнит 3. Между анодом и корпусом подается импульсное высоковольтное напряжение. Так, постоянным магнитом в зазоре удерживаются электроны, дополнительно ионизируя газ. Ионы же ускоряются импульсным напряжением и создают реактивную тягу. Если представить двигатель в двумерной плоскости  $XY$ , то для такого случая траектории частиц можно описать с помощью квантовой модели Боба.

Рассмотрим подробнее эту возможность. Попытка объяснить интерференционную картину с помощью модели Боба была предпринята Филиппидисом [12]. Он представил волновые пакеты двух волн, которые описываются следующими уравнениями:

$$\psi_a = (2\pi\sigma_t^2)^{1/4} \times \exp\left[\frac{-(z - Z_0)^2 - y^2}{4\sigma_0\sigma_t}\right] \cdot \exp\left[i\left(k_x x - \frac{E_x t}{\hbar}\right)\right], \quad (1)$$

$$\psi_b = (2\pi\sigma_t^2)^{1/4} \times \exp\left[\frac{-(z - Z_0)^2 - y^2}{4\sigma_0\sigma_t}\right] \cdot \exp\left[i\left(k_x x - \frac{E_x t}{\hbar}\right)\right], \quad (2)$$

где  $E_x = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ . Таким образом,  $\psi_a$  представляет собой плоскую волну, распространяющуюся в направлении  $x$ , а волновой пакет — в направлении  $y$  и  $z$ . Это справедливо и для выражения  $\psi_b$ . Пакеты распространяются в пространство и накладываются друг на друга. При начальном значении  $\sigma_0$  ширина пакета в момент времени  $t$  будет равна [13].

$$\sigma_t = \sigma_0 \left(1 + i \frac{\hbar t}{2m\sigma_0^2}\right). \quad (3)$$

Эти две волновые функции описывают частицы  $a$  и  $b$ . В таком случае отображение на плоскость  $XY$  можно рассмотреть согласно указанной модели, осуществив некоторые преобразования.

Рассмотрим ионный двигатель в плоскости  $XY$  (рис. 1а) и проведем аналогию с двухщелевым опытом. Плазма, образованная в полости, будет являться источником частиц, которые под действием элект-

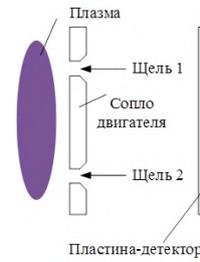


Рис. 2. Формирование частиц для прохождения через две щели  
 Fig. 2. Passage of particles through two slits

рического поля проходят через обе щели. На рис. 2 дано более детальное пояснение этого процесса.

Пластина-детектор используется для того, чтобы отобразить интерференционную картину нанесенной тонкой пленки двигателем. Так появляется возможность оценить размер и форму пучка.

Тогда для этой модели уравнение Шредингера будет выглядеть следующим образом [14]:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(r, t) = \left[ -\frac{\hbar}{2m} \nabla^2 + V(r) \right] \cdot \psi(r, t), \quad (4)$$

здесь  $\psi(r, t)$  — это волновая функция, которая зависит от времени и координат  $r$ ;  $i$  — мнимая единица;  $\hbar$  — постоянная Планка — Дирака;  $m$  — масса частицы;  $\nabla^2$  — Лапласиан, выражающийся через координаты частицы;  $V(r)$  — потенциальная энергия;  $r = (x, y, z)$  — координаты частицы в трехмерном пространстве.

Возьмем за основу уравнения (1–2) и численно решим уравнение Шредингера. Для упрощения расчетов примем  $\hbar = 1$ ,  $m = 1$ . Тогда получим модифицированную модель, описывающую траектории частиц, используя квантовую и классическую механику. Расчет будем проводить в координатах  $XY$ .

Следовательно, уравнение (4) примет вид:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi(r, t) = \left[ -\frac{1}{2} \nabla^2 + V(r) \right] \cdot \psi(r, t). \quad (5)$$

Тогда волновая функция для частиц  $a$ ,  $b$  запишется как [15]

$$\psi_{a,b}(r, t) = (2\pi\sigma_t^2)^{1/4} \times \exp\left[\frac{-(y - Y_0)^2}{4\sigma_0\sigma_t}\right] + i \cdot k \cdot x - \frac{i \cdot k^2 t}{2}, \quad (6)$$

где  $\sigma_t = \sigma_0 \left(1 + \frac{i \cdot t}{2\sigma_0^2}\right)$ ,  $\sigma_0$  — ширина щели,  $Y_0$  — расстояние между щелями,  $k$  — волновое число (импульс).

Представленное выражение описывает движение частиц. Общая волновая функция для них будет найдена с помощью выражения

$$\psi(r, t) = N(\psi_a + \psi_b), \quad (7)$$

где  $N$  — нормирующий коэффициент.

Перейдем от импульса частицы  $k$  к ее скорости  $v$ . Для этого используем соотношение квантовой

механики, связывающее импульс и энергию для частицы. Тогда дисперсионное соотношение будет выглядеть как

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}, \quad (8)$$

где  $k$  — импульс,  $m$  — масса частицы.

Теперь приведем соотношение для кинетической энергии в классическом случае:

$$E = \frac{mv^2}{2}. \quad (9)$$

Следовательно, получим

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{mv^2}{2}. \quad (10)$$

Откуда

$$v = \frac{\hbar \cdot k}{m}. \quad (11)$$

Принимая во внимание принятое допущение  $\hbar = 1$  и  $m = 1$ , получаем

$$v = k. \quad (12)$$

Тогда решение полученного уравнения будет выполняться в безразмерных величинах. Решение уравнения позволит получить качественное представление траекторий ускоренных ионизированных частиц, выходящих из сопла двигателя. Таким представлением обеспечивается задел для развития оригинальной концепции математической модели ионного двигателя.

Выполним численное моделирование и получим траектории частиц при различных параметрах модели. На рис. 3 показаны траектории частиц, полученные в ходе расчета.

Число траекторий частиц (рис. 3а) составило  $n = 2000$ . Для рис. 3б и рис. 3в  $n = 1000$  частиц. Количество траекторий для рис. 3г составило 500 частиц. Решение выполнено с помощью метода Рунге–Кутты 4-го порядка. Шаг расчета составил  $\Delta t = 0,02$  сек., а полное время расчета  $t = 1$  сек. Начальное положение частиц задано массивом, каждый элемент которого находится в диапазоне от  $-1,5$  до  $1,5$ . Последовательность обеспечивалась генератором случайных чисел. Из рис. 3 видно, как происходит формирование пучка при разных параметрах модели и его эволюция во времени.

Преобразуем полученные траектории в трехмерное отображение для заданного времени  $t$ . Представим, что каждая траектория частицы является диаметром с центром  $X = 0, Y = 0$ . Предположим, что в момент времени  $t = 1$  все частицы достигли пластины-детектора (рис. 2). Тогда получим параме-

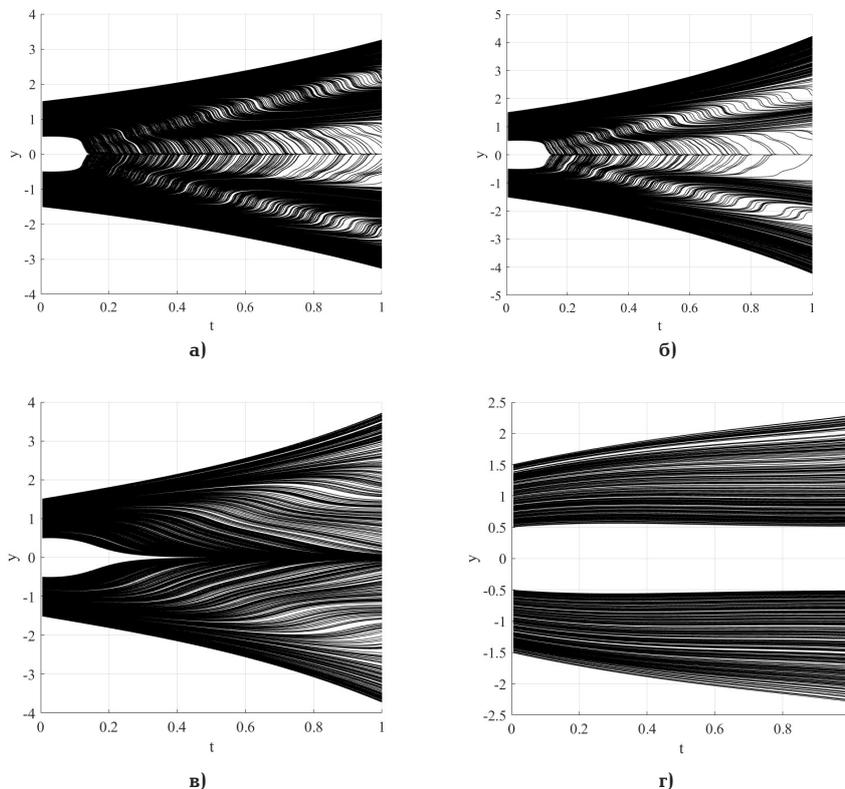
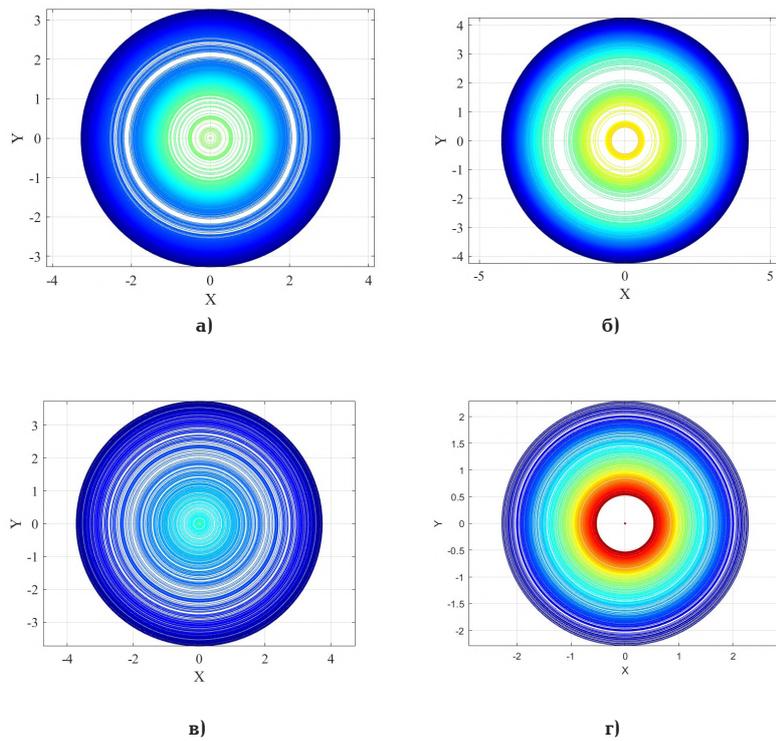


Рис. 3. Результаты расчета со следующими параметрами модели:

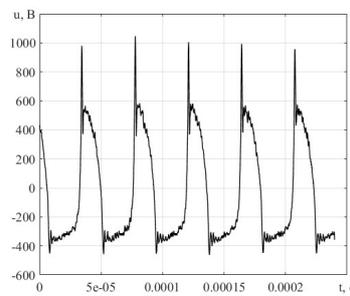
- а) расстояние между щелями 3,2 единицы, ширина щели 0,2 единицы, скорость 0,75;
- б) расстояние между щелями 3,5 единицы, ширина щели 0,2 единицы, скорость 1;
- в) расстояние между щелями 3,2 единицы, ширина щели 0,5 единицы, скорость 1;
- г) расстояние между щелями 4 единицы, ширина щели 1 единица, скорость 0,8

Fig. 3. Calculation results with the following model parameters: а) the distance between the slits is 3,2 units, the width of the slit is 0,2 units, the speed is 0,75; б) the distance between the slits is 3,5 units, the width of the slit is 0,2 units, the speed is 1; в) the distance between the slits is 3,2 units, the width of the slot is 0,5 units, the speed is 1; г) the distance between the slits is 4 units, the width of the slot is 1 unit, the speed is 0,8



**Рис. 4. Отображение пучка на экране детектора:**  
 а) расстояние между щелями 3,2 единицы, ширина щели 0,2 единицы, скорость 0,75; б) расстояние между щелями 3,5 единицы, ширина щели 0,2 единицы, скорость 1; в) расстояние между щелями 3,2 единицы, ширина щели 0,5 единицы, скорость 1; г) расстояние между щелями 4 единицы, ширина щели 1 единица, скорость 0,8

**Fig. 4. Beam display on the detector screen:** а) the distance between the slits is 3,2 units, the width of the slit is 0,2 units, the speed is 0,75; б) the distance between the slits is 3,5 units, the width of the slit is 0,2 units, the speed is 1; в) the distance between the slits is 3,2 units, the width of the slit is 0,5 units, the speed is 1; г) the distance between the slits is 4 units, the width of the slot is 1 unit, the speed is 0,8



**Рис. 5. Работа двигателя в вакуумной камере (а) и напряжение питания (б)**  
**Fig. 5. Thruster operation in the vacuum chamber (а) and supply voltage (б)**

трическое представление исходящего из двигателя пучка окружностями

$$x = r_1 \cdot \cos(\Theta) + C_x, \quad (13)$$

$$y = r_2 \cdot \sin(\Theta) + C_y, \quad (14)$$

где  $\Theta$  — угол, используемый для параметризации окружности,  $C_x, C_y$  — координаты центра,  $r_1, r_2$  — радиусы окружностей.

$$r_1 = r_2 = \frac{D}{2}, \quad (15)$$

где  $D$  — диаметр окружности.

Таким образом, обеспечивается представление изображения пучка частиц двигателя в разрезе. Построим отображение пучка. Параметры модели используем идентичные построению траекторий для рис. 3.

Каждая полученная окружность представляет собой распределение частиц вдоль оси, перпендикулярной к торцу пучка. Размер окружностей и их положения представляют распределения частиц в этом сечении пространства для конечного момента времени  $t = 1$ .

Представленный на рис. 4 случай является идеальным. Такой подход позволяет рассмотреть струю пучка. Стоит отметить, что предположение такой формы обусловлено многочисленными эксперимен-

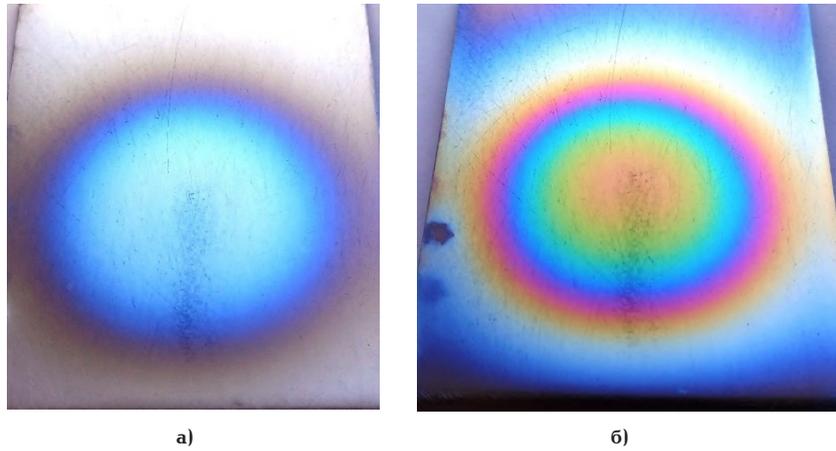


Рис. 6. Интерференция в тонких пленках на поверхности металлических пластин:  
 а) работа двигателя в течение 2 минут при давлении в камере 15 Па;  
 б) работа двигателя в течение 10 минут при давлении в камере 15 Па  
 Fig. 6. Interference in thin films on the surface of metal plates: a) thruster operation  
 for 2 minutes at a pressure in the chamber of 15 Pa; б) thruster operation for 10  
 minutes at a pressure in the chamber of 15 Pa

тами, проведенными с указанным двигателем, о которых будет сказано далее.

### Экспериментальная часть работы

В предыдущем разделе была рассмотрена квантово-механическая модель, описывающая траектории частиц ионного двигателя. В этом разделе покажем работу двигателя в вакуумной камере и рассмотрим полученную интерференционную картину на пластине-детекторе после воздействия на нее ускоренным ионным пучком.

Испытания проводились при давлении в камере от 10 до 20 Па. Рабочим телом для двигателя служил оставшийся воздух. Двигатель питался от источника импульсного напряжения. Работа двигателя и осциллограмма напряжения показаны на рис. 5.

Ускоренный пучок детектировался отполированными металлическими пластинами одинаковой формы. Каждая пластина устанавливалась на расстоянии 30 мм от среза сопла двигателя и была заземлена. На рис. 6 показаны пластины с нанесенными на них пленками, которые дают интерференционную картину.

При нанесении потребляемая полная мощность двигателя составила  $P = 3,5$  Вт. Разные цвета интерференционной картины указывают на неоднородность нанесенного слоя. Так как длина волны и толщина пленки связаны друг с другом, то интерференционные максимумы происходят при разных толщинах. Иными словами, фиолетовый оттенок указывает на минимальную толщину, в то время как красный оттенок — на максимальную толщину пленки [16–17]. Полученное изображение схоже с интерференционной картиной в тонкой пленке капли масла на поверхности воды.

Интерференционную картину можно связать с толщиной пленки. Рассмотрим условия интерференции. При попадании света на пленку необходимо рассмотреть два световых луча, как показано на рис. 7.

Первый луч отражается от поверхности пленки и изменяет свою фазу относительно падающего луча. Проникающий в пленку падающий луч преломляется на поверхности пленки, а затем отражается от нижней поверхности. Тогда длину оптического пути можно определить как [18]

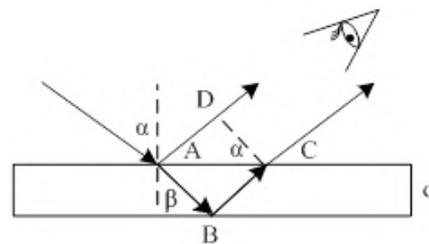


Рис. 7. Интерференция капли на поверхности воды  
 Fig. 7. Interference of a drop on the surface of water

$$\Delta = n(AB + BC) - AD, \quad (16)$$

где  $AB = \frac{d}{\cos(\beta)}$ ,  $AD = (2d \cdot \tan(\beta)) \cdot \sin(\alpha)$  или  $AD = 2d \cdot \tan(\beta) [n \cdot \sin(\beta)]$ .

Объединим выражения и получим

$$\Delta = 2d \cdot n \left( \frac{1 - \sin^2(\beta)}{\cos(\beta)} \right) = 2d \cdot n \cdot \cos(\beta). \quad (17)$$

Составим модель полученных концентрических кругов на поверхности металлической пластины, образованных после воздействия ионного двигателя. Как было сказано выше, интерференционная цветовая картина зависит от толщины пленки. Следовательно, необходимо найти такое описание формы, чтобы она соотносилась с полученными результатами. Для решения этой задачи используем волновую функцию, представленную выражением (6). Смоделируем форму пленки в трехмерном пространстве. Для того чтобы приблизительно определить толщину слоя, используем формулу Юнга для тонких пленок.

$$t = \frac{(m + 0,5) \cdot \lambda}{2n}, \quad (18)$$

где  $n$  — показатель преломления,  $\lambda$  — длина волны,  $m$  — порядок интерференционной полосы.

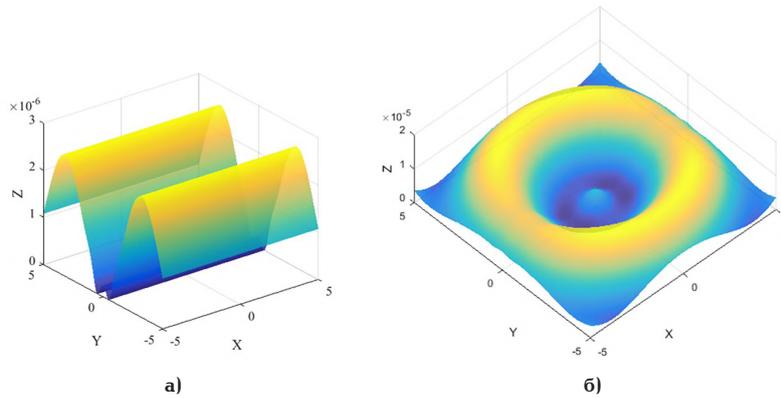


Рис. 8. Теоретическое представление формы пленки на поверхности подложки:  
 а) форма пленки без параметрического представления;  
 б) форма пленки с параметрическим представлением  
 Fig. 8. Theoretical representation of the film shape on the substrate surface:  
 a) film shape without parametric representation; б) film shape with parametric representation

Отображение рельефа пленки можно получить, умножив величину  $\lambda$  на волновую функцию. Тогда получим следующее выражение:

$$t = \frac{(m + 0,5) \cdot \lambda_A \cdot |\psi(r, t)|}{2n}, \quad (19)$$

где  $\lambda_A$  — длина волны для красного спектра света. С помощью этого выражения получим форму пленки в трехмерном пространстве (рис. 8).

Расчеты проводились при следующих значениях: ширина щели 0,5; расстояние между щелями 3,2; длина волны  $\lambda_A = 700$  нм,  $m = 1$ ,  $n = 1$ . Использование формулы Юнга для тонких пленок позволит дать приближенную оценку толщины, а волновая функция ее форму.

**Вывод.** В настоящей работе представлена модель, описывающая траектории частиц ионного двигателя малого космического аппарата. Модель основана на квантово-механической интерпретации Дэвида Боба. С помощью нее удалось получить различные траектории частиц и форму пучка, что дает возможность оценки и сравнения. Моделирование траекторий частиц может помочь в разработке ионно-оптической системы. Разработанная модель позволяет исследовать влияние параметров на формирование пучка.

С помощью волновой функции удалось представить форму пленки на поверхности пластины-детектора. Плоская пленка вызывает разложение света на разные цвета, создавая множество колец различного размера и формы. Кольца обладают самоподобием, то есть могут быть представлены в виде фрактальных структур, обладающих свойством масштабируемости. Это явление происходит из-за повторяющегося процесса интерференции на разных уровнях толщины пленки. Всякий раз, когда свет проходит через пленку, он создает интерференционные полосы, и эти полосы взаимодействуют между собой, образуя кольца различного размера и формы.

Анализ интерференционной картины может помочь в понимании процессов формирования пучка. Это позволит получать требуемые параметры двигателя и улучшить его эффективность.

Приведенные упрощения в моделях являются следствием большого задела, направленного на развитие данной концепции. Квантово-механическая

модель ионного микродвигателя может быть адаптирована на другие типы двигателей.

#### Список источников

1. Chernyshev T., Son E., Gorshkov O. Kinetic simulation of Hall Effect Thruster, including azimuthal waves and diamagnetic effect // Journal of Physics D: Applied Physics. 2019. Vol. 52, no. 44. P. 444002. DOI: 10.1088/1361-6463/ab35cb.
2. Kawamura E., Birdsall C. K., Vahedi V. Physical and numerical methods of speeding up particle codes and paralleling as applied to RF discharges // Plasma Sources Science and Technology. 2000. Vol. 9, no. 3. P. 413–428. DOI: 10.1088/0963-0252/9/3/319.
3. Li H., Yuan X., Yang J. [et al.]. Numerical and theoretical modeling of the sheath upstream of ion optics: sheath structure transition and its effect on the beam divergence // Plasma Sources Science and Technology. 2021. Vol. 30, no. 7. P. 075019. DOI: 10.1088/1361-6595/abfbc.
4. Никифоров Н. Н. Моделирование процессов ускорения протонов при облучении АУ-мишени фемтосекундным лазерным импульсом // СНК-2022: материалы LXXII Открытой междунар. студ. науч. конф. Московского Политеха. Москва, 04–22 апреля 2022 г. Москва, 2022. С. 249–256. EDN: KGMFPA.
5. Чижонков Е. В. О погрешностях в PIC-методе при моделировании ленгмюровских колебаний // Вычислительные методы и программирование. 2024. Т. 25, № 1. С. 47–63. DOI: 10.26089/NumMet.v25r105.
6. Бастыкова Н. Х., Коданова С. К., Рамазанов Т. С. [и др.]. Моделирование основных свойств комплексной плазмы высокочастотного разряда // Журнал проблем эволюции открытых систем. 2016. Т. 18, № 2. С. 14–22.
7. Иванов В. А., Сахаров А. С. Микроплазменные разряды на металлах: эксперимент, теория, приложения // Физика низкотемпературной плазмы. ФНТП-2014: Всерос. конф.: сб. материалов. В 2 т. Казань: Изд-во КНИТУ, 2014. Т. 2. С. 14–18. ISBN 978-5-7882-1580-8.
8. Taccogna F. Monte Carlo Collision method for low temperature plasma simulation // Journal of Plasma Physics. 2015. Vol. 81, no. 1. P. 1–14. DOI: 10.1017/S0022377814000567.
9. Liu W., Cai G., Jinrui Z. [et al.]. Numerical investigation of plasma behavior in a micro DC ion thruster using the particle-in-cell/Monte Carlo collision (PIC/MCC) method // Journal of Physics D: Applied Physics. 2021. Vol. 54, no. 44. P. 445202. DOI: 10.1088/1361-6463/ac1a0c.
10. Kusoglu Sarikaya C., Rafatov I., Kudryavtsev A. A. Particle in cell/Monte Carlo collision analysis of the problem of identification of impurities in the gas by the plasma electron

spectroscopy method // *Physics of Plasmas*. 2016. Vol. 23, no. 6. P. 063524. DOI: 10.1063/1.4954917.

11. Bohm D. A suggested interpretation of the quantum theory in terms of «Hidden» Variables. I // *Physical Review*. 1952. Vol. 85, no. 2. P. 166–179. DOI: 10.1103/PhysRev.85.166.

12. Philippidis C., Dewdney C., Hiley B. J. Quantum interference and the quantum potential // *Il Nuovo Cimento B*. 1979. Vol. 52, no. 1. P. 15–28. DOI: 10.1007/BF02743566.

13. Kiran M., Moncy V. J. Interfering Quantum Trajectories Without Which-Way Information // *Foundations of Physics*. 2017. Vol. 47. P. 873–886. DOI: 10.1007/s10701-017-0088-1.

14. Bohm D. A suggested interpretation of the quantum theory in terms of «Hidden» Variables. II // *Physical Review*. 1952. Vol. 85, no. 2. P. 180–193. DOI: 10.1103/PhysRev.85.180.

15. Guay E., Marchildon L. Wave functions and Bohmian trajectories in interference phenomena // *arXiv preprint quant-ph/0407077*. 2004. P. 1–23. URL: <https://archive.org/details/archiv-quant-ph0407077/page/n3/mode/2up> (дата обращения: 20.03.2024)

16. Kats M. A., Blanchard R., Ramanathan S. [et al.]. Thin-film interference in lossy, ultra-thin layers // *Optics and Photonics News*. 2014. Vol. 25, no. 1. P. 40–47. DOI: 10.1364/OPN.25.1.000040.

17. Ганжерли Н. М. Влияние интерференции в тонких пленках на оптические характеристики голограмм, зарегистрированных на слоях As-Se // *Оптика и спектроскопия*. 2023. Т. 131, № 8. С. 1080–1085. DOI: 10.61011/OS.2023.08.56299.4859-23. EDN: VSBOUY.

18. Mathad G., Pathar D. Thin Film Interference—A Study // *International Journal of Research and Analytical Reviews (IJRAR)*. 2020. Vol. 7, no. 3. P. 586–595.

**ФЕДЯНИН Виктор Викторович**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Электрическая техни-

ка» Омского государственного технического университета (ОмГТУ), г. Омск.

SPIN-код: 1728-1697

ORCID: 0000-0003-3126-9865

AuthorID (SCOPUS): 57194235343

ResearcherID: O-9899-2015

Адрес для переписки: k13201@rambler.ru

**ШАЛАЙ Виктор Владимирович**, доктор технических наук, профессор (Россия), заведующий кафедрой «Нефтегазовое дело, стандартизация и метрология» ОмГТУ, г. Омск.

SPIN-код: 2322-6820

AuthorID (РИНЦ): 9913

ORCID: 0000-0003-0635-4849

AuthorID (SCOPUS): 35792469000

AuthorID (SCOPUS): 56755298300

AuthorID (SCOPUS): 57190972363

ResearcherID: P-8233-2015

**ФЕДОРОВ Владимир Кузьмич**, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий» ОмГТУ, г. Омск.

SPIN-код: 2389-6978

AuthorID (РИНЦ): 512746

AuthorID (SCOPUS): 57194237212

#### Для цитирования

Федянин В. В., Шалай В. В., Федоров В. К. Квантово-механическая модель ионного двигателя малого космического аппарата // *Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение*. 2024. Т. 8, № 2. С. 68–76. DOI: 10.25206/2588-0373-2024-8-2-68-76.

Статья поступила в редакцию 24.04.2024 г.

© В. В. Федянин, В. В. Шалай, В. К. Федоров

# QUANTUM-MECHANICAL MODEL OF ION THRUSTER FOR SMALL SPACECRAFT

V. V. Fedyanin, V. V. Shalay, V. K. Fedorov

Omsk State Technical University,  
Russia, Omsk, Mira Ave., 11, 644050

The article presents a quantum mechanical model of an ion thruster. The basic equations describing the shape of the accelerated beam are considered. Detector plates demonstrating the interference pattern in thin films are presented. A mathematical description of the relief of thin films is given using the resulting wave function. The operation of a low-power ion engine is demonstrated. The results of numerical solution of the model with different initial values are shown. Based on the results of calculations, diagrams of the trajectories of charged particles are constructed.

**Keywords:** models of ion and plasma thruster, mathematical modeling of the motion of charged particles, ion engine, small spacecraft, quantum mechanics, quantum mechanical model.

## References

1. Chernyshev T., Son E., Gorshkov O. Kinetic simulation of Hall Effect Thruster, including azimuthal waves and diamagnetic effect // *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2019. Vol. 52, no. 44. P. 444002. DOI: 10.1088/1361-6463/ab35cb. (In Engl.).
2. Kawamura E., Birdsall C. K., Vahedi V. Physical and numerical methods of speeding up particle codes and paralleling as applied to RF discharges // *Plasma Sources Science and Technology*. 2000. Vol. 9, no. 3. P. 413–428. DOI: 10.1088/0963-0252/9/3/319. (In Engl.).
3. Li H., Yuan X., Yang J. [et al.]. Numerical and theoretical modeling of the sheath upstream of ion optics: sheath structure transition and its effect on the beam divergence // *Plasma Sources Science and Technology*. 2021. Vol. 30, no. 7. P. 075019. DOI: 10.1088/1361-6595/abfbc. (In Engl.).
4. Nikiforov N. N. Modelirovaniye protsessov uskoreniya protonov pri oblucheni AU-misheni femtosekundnym lazernym impul'som [Simulation of proton acceleration processes under au-target irradiation with a femtosecond laser pulse] // *SNK-2022. SSC-2022. Moscow, 2022*. P. 249–256. EDN: KGMFPA. (In Russ.).
5. Chizhonkov E. V. O pogreshnostyakh v PIC-metode pri modelirovanii lengmyurovskikh kolebaniy [On errors in the PIC-method when modeling Langmuir oscillations] // *Vychislitel'nyye metody i programmirovaniye. Numerical Methods and Programming*. 2024. Vol. 25, no. 1. P. 47–63. DOI: 10.26089/NumMet.v25r105. (In Russ.).
6. Bastykova N. Kh., Kodanova S. K., Ramazanov T. S. [et al.]. Modelirovaniye osnovnykh svoystv kompleksnoy plazmy vysokochastotnogo razryada [Simulation of main properties of complex plasma in RF discharge] // *Zhurnal problem evolyutsii otkrytykh sistem. Scientific Journals Al-Farabi Kazakh National University*. 2016. Vol. 18, no. 2. P. 14–22. (In Russ.).
7. Ivanov V. A., Sakharov A. S. Mikroplazmennyye razryady na metallakh: eksperiment, teoriya, prilozheniya [Microplasma discharges on metals: experiment, theory, applications] // *Fizika nizkotemperaturnoy plazmy. FNTP-2014. The Physics of Low Temperature Plasma. PLTP-2014*. In 2 vols. Kazan, 2014. Vol. 2. P. 14–18. ISBN 978-5-7882-1580-8. (In Russ.).
8. Taccogna F. Monte Carlo Collision method for low temperature plasma simulation // *Journal of Plasma Physics*. 2015. Vol. 81, no. 1. P. 1–14. DOI: 10.1017/S0022377814000567. (In Engl.).
9. Liu W., Cai G., Jinrui Z. [et al.]. Numerical investigation of plasma behavior in a micro DC ion thruster using the particle-in-cell/Monte Carlo collision (PIC/MCC) method // *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2021. Vol. 54, no. 44. P. 445202. DOI:10.1088/1361-6463/ac1a0c. (In Engl.).
10. Kusoglu Sarikaya C., Rafatov I., Kudryavtsev A. A. Particle in cell/Monte Carlo collision analysis of the problem of identification of impurities in the gas by the plasma electron spectroscopy method // *Physics of Plasmas*. 2016. Vol. 23, no. 6. P. 063524. DOI: 10.1063/1.4954917. (In Engl.).
11. Bohm D. A suggested interpretation of the quantum theory in terms of «Hidden» Variables. I // *Physical Review*. 1952. Vol. 85, no. 2. P. 166–179. DOI: 10.1103/PhysRev.85.166. (In Engl.).
12. Philippidis C., Dewdney C., Hiley B. J. Quantum interference and the quantum potential // *II Nuovo Cimento B*. 1979. Vol. 52, no. 1. P. 15–28. DOI: 10.1007/BF02743566. (In Engl.).
13. Kiran M., Moncy V. J. Interfering Quantum Trajectories Without Which-Way Information // *Foundations of Physics*. 2017. Vol. 47. P. 873–886. DOI: 10.1007/s10701-017-0088-1. (In Engl.).
14. Bohm D. A suggested interpretation of the quantum theory in terms of «Hidden» Variables. II // *Physical Review*. 1952. Vol. 85, no. 2. P. 180–193. DOI: 10.1103/PhysRev.85.180. (In Engl.).
15. Guay E., Marchildon L. Wave functions and Bohmian trajectories in interference phenomena // *arXiv. preprint quant-ph/0407077*. 2004. P. 1–23. URL: <https://archive.org/details/arxiv-quant-ph0407077/page/n3/mode/2up> (accessed: 20.03.2024) (In Engl.).
16. Kats M. A., Blanchard R., Ramanathan S. [et al.]. Thin-film interference in lossy, ultra-thin layers // *Optics and Photonics News*. 2014. Vol. 25, no. 1. P. 40–47. DOI: 10.1364/OPN.25.1.000040. (In Engl.).
17. Ganzherli N. M. Vliyaniye interferentsii v tonkikh plenkakh na opticheskiye kharakteristiki hologramm, zaregistrirovannykh na sloyakh As-Se [The effect of interference in thin films on the optical characteristics of holograms recorded on As-Se layers] // *Optika i spektroskopiya. Optics and Spectroscopy*. 2023. Vol. 131, no. 8. P. 1080–1085. DOI: 10.61011/OS.2023.08.56299.4859-23. EDN: VSBOUY. (In Russ.).
18. Mathad G., Pathar D. Thin Film Interference—A Study // *International Journal of Research and Analytical Reviews (IJRAR)*. 2020. Vol. 7, no. 3. P. 586–595. (In Engl.).



**FEDYANIN Viktor Viktorovich**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Electrical Equipment Department, Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk.

SPIN-code: 1728-1697

ORCID: 0000-0003-3126-9865

AuthorID (SCOPUS): 57194235343

ResearcherID: O-9899-2015

Correspondence address: k13201@rambler.ru

**SHALAY Viktor Vladimirovich**, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Oil and Gas Engineering, Standardization and Metrology Department, OmSTU, Omsk.

SPIN-code: 2322-6820

AuthorID (RSCI): 9913

ORCID: 0000-0003-0635-4849

AuthorID (SCOPUS): 35792469000

AuthorID (SCOPUS): 56755298300

AuthorID (SCOPUS): 57190972363

ResearcherID: P-8233-2015

**FEDOROV Vladimir Kuzmich**, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of Electrical Supply of Industrial Enterprises Department, OmSTU, Omsk.

SPIN-code: 2389-6978

AuthorID (RSCI): 512746

AuthorID (SCOPUS): 57194237212

#### For citations

Fedyanin V. V., Shalay V. V., Fedorov V. K. Quantum-mechanical model of ion thruster for small spacecraft // Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering. 2024. Vol. 8, no. 2. P. 68–76. DOI: 10.25206/2588-0373-2024-8-2-68-76.

Received April 24, 2024.

© V. V. Fedyanin, V. V. Shalay, V. K. Fedorov