

РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКРУЧЕННОГО КОЛЬЦЕВОГО ПОТОКА

А. А. Кишкин, Ю. Н. Шевченко, А. А. Зуев, Д. А. Жуйков

Сибирский государственный университет науки и технологий
имени академика М. Ф. Решетнева,
Россия, 660037, г. Красноярск, пр. им. газеты «Красноярский рабочий», 31

В ходе работ по энергетическому совершенству систем терморегулирования космических аппаратов с двухфазным контуром рассматривается вопрос частичной регенерации тепловой энергии в электрическую в турбогенераторе низкой быстроходности; часть проектных работ требует расчетного моделирования при транспорте закрученных потоков в осевом направлении от внешнего ввода до плоскости ввода в рабочее колесо, что определяет необходимость теоретической и экспериментальной проработки проблемы.

В работе рассмотрены преобразования уравнений изменения количества движения жидкости в граничных условиях осекольцевого канала с неподвижными цилиндрическими поверхностями. При допущениях об осесимметричности течений с использованием интегральной формы записи уравнения неразрывности получены соотношения в виде двух дифференциальных уравнений с выраженными производными по оси канала для полного давления p^* и константы окружной скорости $C_u = UR$ (const — на шаге интегрирования). Уравнение составляет основу алгоритма интегрирования в конечных разностях, дополненной системой служебных уравнений, описывающих напряжение трения, термодинамические параметры и т.п. Проведены тестовые расчеты по реальным параметрам, проанализированы результаты.

Ключевые слова: осеокружной поток, тангенциальные и окружные напряжения, потенциальный поток, уравнение энергии, транспортный несущий поток, система дифференциальных уравнений движения, термодинамические параметры.

Введение

Для решения задач по терморегулированию перспективных крупногабаритных космических аппаратов (КА) и станций с увеличенным энерговооружением при необходимости снижения относительных массы и размеров систем терморегулирования (СТР) КА наиболее перспективный путь — это создание базовых элементов интегрированных СТР КА с двухфазным контуром (СТР с ДФК), как наиболее эффективной по сравнению с существующими в настоящее время в отечественной и зарубежной практике средствами терморегулирования. При существующих системах необходимо значительно увеличивать площади наружных радиаторов-излучателей, что приводит к увеличению их массы и габаритов. Проблема радиаторов-излучателей возникает при ограниченных возможностях размещения их под обтекателем ракеты-носителя на участке выведения КА на орбиту. Совмещение системы терморегулирования с паровой турбиной позволяет отводить часть энергии через паровую турбину в систему энергоснабжения, что уменьшает тепловую нагрузку на радиатор-излучатель.

В нашем случае предполагается использовать турбины мощностью менее 1 кВт, что можно идентифицировать (классифицировать) как микротурбины малой быстроходности, размерности и мощности. Вопрос оптимального проектирования и выбора типа турбины остается открытым из-за низкого КПД тихоходных турбомашин, имеющего сходные значения для всей номенклатуры микро-

турбин лопаточно-осевого и радиального типа: лабиринтно-вихревых, дисковых турбин, турбин центробежных и центростремительного типов и т.п. Отдать предпочтение какому-то типу на данном этапе невозможно. Стоит отметить, что для турбин как активного, так и реактивного типа важнейшим элементом, формирующим окружное направление потока, обеспечивающего окружную работу рабочего колеса, является сопловой или направляющий аппарат для быстроходных турбин, выполненных в виде сопловых решеток (в лопаточном венце), для тихоходных и малорасходных машин выполняется одно сопло (сопловой тангенциальный канал).

Окружные потоки формируются в подводящих устройствах, через тангенциальные направляющие или лопаточные аппараты, что характерно для направляющих аппаратов гидравлических и газовых турбин, определяющих динамическую основу для окружной работы на рабочих решетках турбин [1–8]. Часто в проектной практике плоскость ввода в рабочее колесо не совпадает в осевом направлении с вводом рабочего тела к конструкции турбоагрегата в целом, что требует транспортировки закрученного потока через осекольцевой канал. По существу сформированный окружной поток представляет собой в математическом содержании суперпозицию двух потенциальных потоков: расходного, транспортного (несущего) потока и закрученного вихревого потока, моделируемого по теореме Геймгольца по закону свободного вихря от твердотельного ядра: $U \cdot R = \text{const}$ [9–12]. Особенностью такого течения является тот факт, что пол-

ное давление потока изменяется не только за счет падения статического давления (расходное трение), но и за счет уменьшения окружной скорости U по ходу транспортного (расходного) течения через скоростной напор окружной составляющей скорости $U^2/2$. По данным [13–17] решение для диссипации окружной скорости может вестись автономно от расходной составляющей и влиять на статическое давление только через уравнение энергии. Особенности дифференциальных уравнений таких течений рассмотрены в разделах ниже.

Целью исследования является расчетно-эксплуатационная проработка осеокружных течений в граничных условиях кольцевого канала, как транспортного канала к плоскости ввода в рабочее колесо турбомшины.

Основная часть

Динамика осесимметричных окружных потоков

Осесимметричные окружные потоки, как признак, имеют осесимметричную цилиндрическую полость течения с окружной — u и расходной $v_p = V/F_{np}$ (V — объемный расход; F_{np} — площадь проходного сечения) составляющей абсолютной скорости — c , причем v_p может принимать значения v_R для радиального окружного потока либо v_z — для осеокружного потока. Осесимметричные окружные потоки можно разделить на условно «статические» с неподвижными стенками граничных условий и «динамические» с одной или обеими вращающимися стенками, входные и выходные граничные условия — абсолютно неподвижные поверхности. Динамические потоки формируются между ротором и статором (неподвижной стенкой корпуса) турбомашин, «статические», далее просто, расходно-осеокружные потоки формируются в основном в подводящих и отводящих устройствах [18, 19]. Для расчетно-теоретического анализа удобно использовать как исходные уравнения изменения количества движения, в форме уравнения Навье–Стокса [9, 11, 20] с измененной формой вязостного члена, на основе сравнительного анализа малых величин членов. Оставлена только производная проекции напряжения трения по нормали \bar{n} к поверхности трения. Уравнение записано в общем виде в цилиндрических координатах:

$$\begin{aligned} v_R \frac{\partial v_R}{\partial R} - \frac{u}{R} \frac{\partial v_R}{\partial \alpha} + v_z \frac{\partial v_R}{\partial z} - \frac{u^2}{R} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial R} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_R}{\partial n}, \\ v_R \frac{\partial u}{\partial R} + \frac{u}{R} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + v_z \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{v_R u}{R} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{R \partial \alpha} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_\alpha}{\partial n}, \\ v_R \frac{\partial v_z}{\partial R} + \frac{u}{R} \frac{\partial v_z}{\partial \alpha} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_z}{\partial n}, \\ \frac{\partial v_R}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{v_R}{R} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Для радиально-осеокружного течения нормалью n определяется координата z , для осеокружного — координата R .

Динамика осеокружного кольцевого потока

Рассмотрим уравнение движения (1) в допущении $v_R = 0$; $\frac{d}{d\alpha} = 0$.

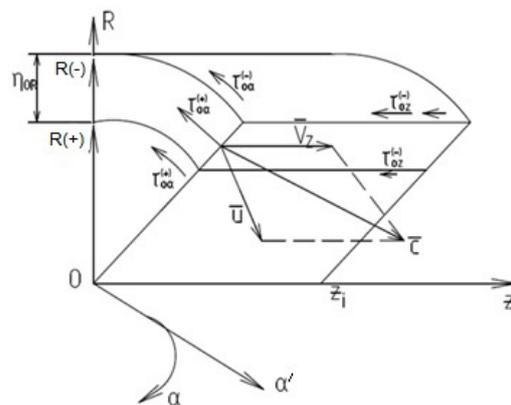


Рис. 1. Расчетная схема осецилиндрической кольцевой полости
Fig. 1. Calculation scheme of the axial cylindrical annular cavity

$$\begin{cases} -\frac{u^2}{R} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dR}; \\ v_z \frac{du}{dz} = \frac{1}{\rho} \frac{d\tau_\alpha}{dR}; \\ v_z \frac{dv_z}{dz} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} + \frac{1}{\rho} \frac{\tau_z}{dR}; \\ \frac{dv_z}{dz} = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Четвертое уравнение неразрывности выполняется при $R_{(+)}$ (положительная нормаль пограничного слоя) и $R_{(-)}$ — const (отрицательная нормаль пограничного слоя) (или $U_{or} = \text{const}$) и при сомкнутых пограничных слоях (рис. 1).

При $n_{or} = \text{var}$, или $R_{(+)} = f(z)$ или $R_{(-)} = f(z)$, или при $R_{(+)}$ и $R_{(-)}$ — const рассматривается входной, участок с развивающимися пограничными слоями, необходимо пользоваться интегральной формой уравнения неразрывности:

$$V_z = \frac{m}{\pi \rho [R_{(-)}^2 - R_{(+)}^2 - 2\delta^* (R_{(-)} + R_{(+)})]}. \quad (3)$$

Проинтегрируем первое уравнение системы по R от $R_{(+)}$ до $R_{(-)}$, учитывая, что на шаге интегрирования по z выполняется закон сохранения момента количества движения:

$$UR = C_{ui} = \text{const},$$

$$\int_{R_{(+)}}^{R_{(-)}} \frac{C_u^2}{R^3} dR = \frac{1}{\rho} \cdot p \Big|_{R_{(+)}}^{R_{(-)}}$$

в результате имеем:

$$p_{(-)} + \rho \frac{U_{(-)}^2}{2} = p_{(+)} + \rho \frac{U_{(+)}^2}{2} = p^*, \quad (4)$$

где p^* — полное давление.

Проинтегрируем второе уравнение по нормали — R от $R_{(+)}$ до $R_{(-)}$, аналогично учитывая выражения для $U = C_u/R$:

$$\int_{R_{(+) + \delta_R}^-}^{R_{(-) - \delta_R}^-} v_z \frac{dU}{dz} dR = \frac{1}{\rho} \int_{R_{(+)}}^{R_{(-)}} \frac{\partial \tau_{0\alpha}}{\partial R} dR.$$

Окончательно из интеграла второго уравнения получаем выражение для производной константы окружной составляющей скорости — C_u .

$$\frac{dC_u}{dz} = -\frac{(\tau_{0\alpha(-)} + \tau_{0\alpha(+)})}{\rho V_z \ln\left(\frac{R_{(-)} - \delta_R}{R_{(+)} + \delta_R}\right)}. \quad (5)$$

Или с учетом выражения для V_z (3):

$$\frac{dC_u}{dz} = -\frac{\pi(\tau_{0\alpha(-)} + \tau_{0\alpha(+)})[R_{(-)}^2 - R_{(+)}^2 - 2\delta_R(R_{(-)} + R_{(+)})]}{g \ln\left(\frac{R_{(-)} - \delta_R}{R_{(+)} + \delta_R}\right)}.$$

Проинтегрируем третье уравнение в системе (2) по нормали R :

$$\int_{R_{(+)} + \delta_R}^{R_{(-)} - \delta_R} V_z \frac{dV_z}{dz} dR = -\frac{1}{\rho} \int_{R_{(+)} + \delta_R}^{R_{(-)} - \delta_R} \frac{dp}{dz} dR + \int_{R_{(+)} + \delta_R}^{R_{(-)} - \delta_R} \frac{d\tau_z}{dz} dR. \quad (6)$$

Рассмотрим два варианта при интегрировании: $\delta_R = \text{const}$, при $R_{(+),(-)} = \text{const}$.

Определим производную с учетом $\delta_R = \text{const}$ (установившееся течение):

$$\frac{dp}{dz} = \rho C_u \frac{dC_u}{dz} \left[\frac{1}{R_{(+)} + \delta_R} - \frac{1}{R_{(-)} - \delta_R} \right] \times \times [R_{(-)} - R_{(+)} - 2\delta_R] - \frac{\tau_{0z(-)} + \tau_{0z(+)}}{R_{(-)} - R_{(+)} - 2\delta_R}. \quad (7)$$

Для случая $\delta_R \neq \text{const}$ выражение усложняется за счет изменения скорости V_z .

Воспользуемся (3) и определим производную:

$$\frac{dV_z}{dz} = \frac{g}{\pi \rho} \cdot \frac{2(R_{(-)} + R_{(+)}) \cdot d\delta_R / dz}{[R_{(-)}^2 - R_{(+)}^2 - 2\delta_R(R_{(-)} + R_{(+)})]^2}. \quad (8)$$

Определим комплекс:

$$V_z \frac{dV_z}{dz} = V_z^2 \cdot \frac{2d\delta_R / dz}{[R_{(-)} - R_{(+)} - 2\delta_R]}. \quad (9)$$

Возьмем интеграл по нормали R :

$$\int_{R_{(+)} + \delta_R}^{R_{(-)} - \delta_R} V_z \frac{dV_z}{dz} = 2V_z \frac{d\delta_R}{dz}, \quad (10)$$

аналогично установившемуся течению возьмем интеграл второго члена по давлению, поменяв знак дифференцирования и интегрирования:

$$\int_{R_{(+)} + \delta_R}^{R_{(-)} - \delta_R} \frac{dp}{dz} dR = \frac{d}{dz} \int_{R_{(+)} + \delta_R}^{R_{(-)} - \delta_R} p dR. \quad (11)$$

Учтем $U = C_u/R$, продолжим преобразование и выразим производную полного давления:

$$\frac{dp}{dz} = \left(\left[p \cdot \rho \frac{U_{\delta(+)}^2}{2} + p \cdot \rho \frac{U_{\delta(-)}^2}{2} - 2\rho V_z^2 \right] \frac{d\delta_R}{dz} + \right. \times \left. + \rho(U_{\delta(+)} - U_{\delta(-)}) \frac{dC_u}{dz} - (\tau_{0z(-)} + \tau_{0z(+)}) \right)$$

$$\times \frac{1}{R_{(-)} - R_{(+)} - 2\delta_R}.$$

Обратим внимание, что

$$p \cdot \rho \frac{U_{\delta(+)}^2}{2} = \rho \frac{V_z^2}{2}, \quad p \cdot \rho \frac{U_{\delta(-)}^2}{2} = \rho \frac{V_z^2}{2}.$$

Уравнение преобразуется окончательно:

$$\frac{dp}{dz} = \frac{1}{R_{(-)} - R_{(+)} - 2\delta_R} \times \times \left(-2\rho V_z^2 \frac{d\delta_R}{dz} + \rho(U_{(+)} - U_{(-)}) \frac{dC_u}{dz} - (\tau_{0z(-)} + \tau_{0z(+)}) \right). \quad (12)$$

Совместно с

$$\frac{dC_u}{dz} = -\frac{\pi(\tau_{0\alpha(-)} + \tau_{0\alpha(+)})[R_{(-)}^2 - R_{(+)}^2 - 2\delta_R(R_{(-)} - R_{(+)})]}{g \ln\left(\frac{R_{(-)} - \delta_R}{R_{(+)} - \delta_R}\right)}. \quad (13)$$

Конечно-разностный алгоритм интегрирования уравнений движения в основных постановках граничных условий для осеокружного кольцевого течения

Осеокружное течение рассматривается как суперпозиция расходного и окружного (вихревого) течения, причём окружное течение формирует пограничный слой, зависящий от радиуса поверхности и напряжённости $C_u = U \cdot R$ вихревого течения и является установившимся, т.е. имеющим толщину пограничного уже на входе в канал, что очевидно при движении по кольцевой (замкнутой линии тока). Расходная составляющая течения на входе имеет неустановившийся участок с нулевым значением толщины пограничного слоя на входе и нарастающим значением толщины до смыкания пограничного слоя в конце участка. Следовательно, расходная составляющая течения определяет в основном длину неустановившегося участка и динамику напряжения трения.

Для удобства формирования алгоритмов расчета сведем в таблицы данные из литературы [14], определяющие параметры для уравнений импульсов пограничного слоя для осеокружных потоков (рис. 2). Выражение для закона трения на ламинарном режиме и турбулентном режиме, связывающие напряжения трения с толщиной потери импульса получены из классических выражений для коэффициента гидравлического трения λ от числа Re для

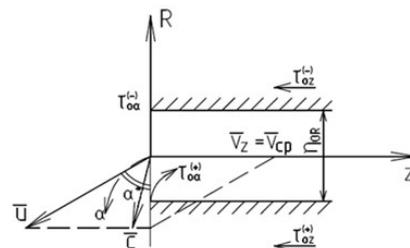


Рис. 2. Схема напряжений трения для осевого закрученного потока
Fig. 2. Scheme of friction stresses for axial swirling flow

Таблица 1. Определяющие параметры уравнения импульсов пограничного слоя и напряжений трения для ламинарного потока

Table 1. Defining parameters of the equation of boundary layer pulses and friction stresses for laminar flow

Осеокружной поток	Определяющий параметр	Номер формулы
$\delta_{\alpha(+)}^{**} = \Gamma \cdot \left(\frac{v}{C_u}\right)^{0,2} \cdot R_{(+)} = 1,105 \left(\frac{v}{C_u}\right)^{0,2} \cdot R_{(+)}$	Толщина потери импульса для окружного потока $C_u = \text{const}$ на радиусе $R_{(+)}$	(14)
$U_{(+)} = \frac{C_u}{R_{(+)}}$, $C_u = \text{const}$	Окружная скорость на шаге интегрирования	(15)
$\tau_{oc(+)} = \frac{0,267\rho C_{(+)}^2}{\text{Re}_{\delta_{c(+)}^{**}}} = 0,267 \cdot \rho \cdot C_{(+)}^2 \left(\frac{C_{(+)} \delta_{c(+)}^{**}}{v}\right)$; где $C_{(+)}^2 = U_{(+)}^2 + V_z^2$	Напряжение трения на радиусе $R_{(+)}$	(16)
$\tau_{0\alpha(+)} = \tau_{0c(+)} \cdot \cos \alpha_{(+)}$	Окружная проекция напряжения трения	(17)
$\tau_{0R(+)} = \tau_{0c(+)} \cdot \sin \alpha_{(+)}$	Радиальная проекция напряжения трения	(18)
$\alpha_{(+)} = \text{arctg}\left(\frac{V_z}{U_{(+)}}\right)$, $U_{(+)} = \frac{C_u}{R_{(+)}}$, $C_u = \text{const}$	Угол между радиальной и окружной составляющей скорости	(19)
$\delta_{\alpha(-)}^{**} = \Gamma \cdot \left(\frac{v}{C_u}\right)^{0,2} \cdot (R_{(+)} + n_{oR})$, где $R_{(-)} = R_{(+)} + n_{oR}$	Толщина потери импульса окружного потока на радиусе $R_{(-)}$	(20)
$\delta_{c(-)}^{**} = \delta_{\alpha(-)}^{**} \frac{U_{(-)}^2}{U_{(-)}^2 + V_z^2} + \delta_{R(+)}^{**} \frac{V_z^2}{U_{(-)}^2 + V_z^2}$	Толщина потери импульса по абсолютной скорости	(21)
$U_{(-)} = \frac{C_u}{(R_{(+)} + n_{oR})}$, $C_u = \text{const}$ — на шаге	Окружная скорость на шаге интегрирования	(22)
$\tau_{oc(-)} = 0,267\rho \cdot C_{(-)}^2 \left(\frac{C_{(-)} \cdot \delta_{c(-)}^{**}}{v}\right) = \frac{0,267 \cdot \rho \cdot C_{(-)}^2}{\text{Re}_{\delta_{c(-)}^{**}}}$, где $C_{(-)}^2 = U_{(-)}^2 + V_z^2$	Напряжение трения на радиусе $R_{(-)}$	(23)
$\tau_{0\alpha(-)} = \tau_{0c(-)} \cdot \cos \alpha_{(-)}$	Окружная проекция напряжения трения	(24)
$\tau_{0R(+)} = \tau_{0c(-)} \cdot \sin \alpha_{(-)}$	Радиальная проекция напряжения трения	(25)
где $\alpha_{(-)} = \text{arctg}\left(\frac{V_z}{U_{(-)}}\right)$, $U_{(-)} = \frac{C_u}{R + n_{oR}}$; $C_u = \text{const}$	Угол между радиальной и окружной составляющей скорости	(26)

гладких труб на участке установившегося течения при допущении $R = \delta$, где R — радиус трубы; δ — толщина пограничного слоя. Параметры для ламинарного режима (табл. 1) и турбулентного режима (табл. 2).

Конечно-разностный алгоритм расчета для осевого закрученного потока в кольцевом канале

Примечание: в материале статьи показан случай течения на ламинарном режиме, поскольку экспериментальные данные находятся в этом диапазоне; для турбулентного режима алгоритм аналогичен,

однако следует воспользоваться данными параметров из табл. 2.

Для ламинарного режима течения воспользуемся параметрами и выражениями из табл. 1. Расчетная схема представлена на рис. 1. Исходными данными для расчета являются следующие параметры:

- $R_{(+)}$ [м] — внутренний радиус;
- n_{oR} [м] — радиальный зазор кольцевого сечения;
- $R_{(-)} = R_{(+)} + n_{oR}$ [м] — внешний (большой радиус) кольцевого сечения;
- $R_p = R_{(-)} - 0,5n_{oR} = R_{(-)} + 0,5n_{oR}$ — средний, «расчетный» радиус;

Таблица 2. Определяющие параметры уравнения импульсов пограничного слоя и напряжений трения для турбулентного потока

Table 2. Defining parameters of the equation of boundary layer pulses and friction stresses for a turbulent flow

Осеоокружной поток	Определяющий параметр	Номер формулы
$\delta_{\alpha(+)}^{\cdot\cdot} = \Gamma \cdot \left(\frac{v}{C_u}\right)^{0.2} \cdot R_{(+)} = 0,9546 \cdot \left(\frac{v}{C_u}\right)^{0.2} \cdot R_{(+)}$	Толщина потери импульса для окружного потока $C_u = \text{const}$ на радиусе $R_{(+)}$	(27)
$\delta_{c(+)}^{\cdot\cdot} = \delta_{\alpha(+)}^{\cdot\cdot} \frac{U_{(+)}^2}{U_{(+)}^2 + V_z^2} + \delta_{z(+)}^{\cdot\cdot} \frac{V_z^2}{U_{(+)}^2 + V_z^2}$, где $U_{(+)} = \frac{C_u}{R_{BH}}$, $C_u - \text{const}$ — на шаге	Толщина потери импульса по абсолютной скорости	(28)
$\tau_{oc(+)} = 0,0186 \cdot \rho \cdot C_{\delta(+)}^2 \left(\frac{C_{\delta(+)} \cdot \delta_{c(+)}^{\cdot\cdot}}{v}\right)^{-0.25}$	Напряжение трения на радиусе $R_{(+)}$	(29)
$\tau_{0\alpha(+)} = \tau_{oc(+)} \cdot \cos \alpha_{(+)}$	Окружная проекция напряжения трения	(30)
$\tau_{0R(+)} = \tau_{oc(+)} \cdot \sin \alpha_{(+)}$	Радиальная проекция напряжения трения	(31)
$\alpha_{(+)} = \arctg\left(\frac{V_{\delta z}}{U_{\delta(+)}}, U_{\delta(+)} = \frac{C_u}{R_{(+)}}\right)$	Угол между радиальной и окружной составляющей скорости на радиусе $R_{(+)}$	(32)
$\delta_{\alpha(-)}^{\cdot\cdot} = \Gamma \cdot \left(\frac{v}{C_u}\right)^{0.2} \cdot R_{(-)} = 0,9546 \cdot \left(\frac{v}{C_u}\right)^{0.2} \cdot R_{(-)}$	Толщина потери импульса для окружного потока $C_u = \text{const}$ на радиусе $R_{(-)}$	(33)
$\delta_{c(-)}^{\cdot\cdot} = \delta_{\alpha(-)}^{\cdot\cdot} \frac{U_{(-)}^2}{U_{(-)}^2 + V_z^2} + \delta_{z(-)}^{\cdot\cdot} \frac{V_z^2}{U_{(-)}^2 + V_z^2}$, где $U_{(-)} = \frac{C_u}{(R_{BH(+)} + n_{oR})}$, $R_{(-)} = R_{(+)} + n_{oR}$	Толщина потери импульса по абсолютной скорости на радиусе $R_{(-)}$	(34)
$\tau_{oc(-)} = 0,0186 \cdot \rho \cdot C_{\delta(-)}^2 \left(\frac{C_{\delta(-)} \cdot \delta_{c(-)}^{\cdot\cdot}}{v}\right)^{-0.25}$, где $C_{\delta(-)}^2 = U_{\delta(-)}^2 + V_{\delta z}^2$	Напряжение трения на радиусе $R_{(-)}$	(35)
$\tau_{0\alpha(-)} = \tau_{oc(-)} \cdot \cos \alpha_{(-)}$	Окружная проекция напряжения трения	(36)
$\tau_{0R(-)} = \tau_{oc(-)} \cdot \sin \alpha_{(-)}$	Радиальная проекция напряжения трения	(37)
где $\alpha_{(-)} = \arctg\left(\frac{V_z}{U_{(-)}}, U_{(-)} = \frac{C_u}{R + n_{oR}}, C_u - \text{const}$	Угол между радиальной и окружной составляющей скорости на радиусе $R_{(-)}$	(38)

— $p_0 = p_{(-)0} = p_{(+0)} \left[\frac{H}{M^2}\right]$ — полное давление во входном сечении в окружном направлении на расчетном радиусе R ;

— $p_0 \left[\frac{H}{M^2}\right]$ — статическое давление во входном сечении на расчетном радиусе R ;

— $U_0 \left[\frac{M}{c}\right]$ — окружная составляющая абсолютной скорости во входном сечении на расчетном радиусе R ;

— $C_{u0} = U_0 \cdot R \left[\frac{M^2}{c}\right]$ — константа окружной скорости во входном сечении;

— $T_0 [K^0]$ — температура статическая во входном сечении на расчетном радиусе;

— $v_0 \left[\frac{M^2}{c}\right]$ — кинетическая вязкость.

Расчет (интегрирования) производится в следующей последовательности:

плотность на расчетном радиусе:

$$\rho_i = \frac{p_i}{R \cdot T_i} \quad (39)$$

Осевая составляющая на шаге интегрирования:

$$V_{zi} = \frac{\dot{m}}{p_i [R_{(-)}^2 - R_{(+)}^2 - 5\delta_{Ri}^{\cdot\cdot} (R_{(-)} + R_{(+)})]} \quad (40)$$

Толщина потери импульса на шаге $i = 0$ в осевом направлении:

$$\delta_{R_0}^{\cdot\cdot} = 0,731 \sqrt{\frac{v \cdot \Delta z}{V_{z0}}} \quad (41)$$

Производная толщины потери импульса в осевом направлении:

$$\left(\frac{d\delta_R}{dz}\right)_i = 0,267 \left[\frac{V_{zi} \cdot \delta_{zi}}{v} \right]^{-1} \cdot \left(\frac{n_{or} - 5\delta_{Ri}}{n_{or} + 17,5\delta_{Ri}} \right). \quad (42)$$

Приращение толщины потери импульса в направлении оси z:

$$\Delta\delta_{Ri} = \left(\frac{d\delta_R}{dz}\right)_i \cdot \Delta z. \quad (43)$$

Интегральная толщина потери импульса в осевом направлении:

$$\Delta\delta_{Ri+1} = \delta_{Ri} + \Delta\delta_{Ri}. \quad (44)$$

Абсолютная скорость на i шаге на $R_{(+)}$:

$$C_{(+)i}^2 = U_{(+)i}^2 + V_{zi}^2, \quad (45)$$

где $U_{(+)i} = \frac{C_{ui}}{R_{(+)}}$.

Толщина потери импульса в окружном направлении на $R_{(+)}$:

$$\delta_{\alpha(+)} = 1,105 \left(\frac{v}{R_{(+) \cdot U_{(+)i}} \right)^{0,2} \cdot R_{(+)}. \quad (46)$$

Толщина потери импульса в направлении абсолютной скорости на $R_{(+)}$:

$$\delta_{c(+)} = \delta_{\alpha(+)} \cdot \frac{U_{(+)i}^2}{U_{(+)i}^2 + V_{zi}^2} + \delta_{Ri} \cdot \frac{V_{zRi}^2}{U_{(+)i}^2 + V_{zi}^2}. \quad (47)$$

Напряжение трения абсолютной скорости на $R_{(+)}$:

$$(\tau_{oc(+)})_i = 0,267 \cdot \rho_i \cdot C_{(+)i}^2 \left(\frac{v}{C_{(+)i} \cdot \delta_{c(+)} } \right). \quad (48)$$

Угол между абсолютной и окружной составляющей $R_{(+)}$:

$$\alpha_{(+)} = \arctg \frac{V_{zi}}{U_{(+)i}}. \quad (49)$$

Напряжение трения в окружном направлении на $R_{(+)}$:

$$(\tau_{\alpha(+)})_i = (\tau_{oc(+)})_i \cdot \cos \alpha_{(+)}. \quad (50)$$

Напряжение трения в осевом направлении на $R_{(+)}$:

$$(\tau_{oz(+)})_i (\tau_{oc(+)})_i \cdot \sin \alpha_{(+)}. \quad (51)$$

Окружная составляющая скорости на i шаге на $R_{(-)}$:

$$U_{(-)} = \frac{C_{ui}}{R_{(-)}}. \quad (52)$$

Абсолютная скорость на $R_{(-)}$:

$$C_{(-)}^2 = U_{(-)}^2 + V_{zi}^2. \quad (53)$$

Толщина потери импульса в окружном направлении $R_{(-)}$:

$$\delta_{\alpha(-)} = 1,105 \left(\frac{v}{R_{(-)} \cdot U_{(-)} } \right)^{0,2} \cdot R_{(-)}. \quad (54)$$

Толщина потери импульса в направлении абсолютной скорости на $R_{(-)}$:

$$\delta_{c(-)} = \delta_{\alpha(-)} \cdot \frac{U_{(-)}^2}{U_{(-)}^2 + V_{zi}^2} + \delta_{Ri} \cdot \frac{V_{zi}^2}{U_{(-)}^2 + V_{zi}^2}. \quad (55)$$

Напряжение трения абсолютной скорости на $R_{(-)}$:

$$(\tau_{oc(-)})_i = 0,267 \cdot C_{(-)}^2 \left(\frac{v}{C_{(-)} \cdot U_{(-)} } \right). \quad (56)$$

Угол между абсолютной и окружной составляющей на $R_{(-)}$:

$$\alpha_{(-)} = \arctg \frac{V_{zi}}{U_{(-)}}. \quad (57)$$

Напряжение трения в окружном направлении на $R_{(-)}$:

$$(\tau_{\alpha(-)})_i = (\tau_{oc(-)})_i \cdot \cos(\alpha_{(-)}). \quad (58)$$

Напряжение трения в осевом направлении на $R_{(-)}$:

$$(\tau_{oz(-)})_i = (\tau_{oc(-)})_i \cdot \sin(\alpha_{(-)}). \quad (59)$$

Производная для окружной константы:

$$\left(\frac{dCu}{dz}\right)_i = \frac{-\pi(\tau_{\alpha(-)} + \tau_{\alpha(+)})(R_{(-)}^2 - R_{(+)}^2 - 5\delta_{Ri} \cdot (R_{(-)} + R_{(+)}))}{g \ln \left(\frac{R_{(-)} - 2,5\delta_{Ri}}{R_{(+)} + 2,5\delta_{Ri}} \right)}. \quad (60)$$

Приращение константы окружной скорости:

$$\Delta C_{ui} = \left(\frac{dCu}{dz}\right)_i \cdot \Delta z. \quad (61)$$

Интегральное значение константы окружной скорости:

$$\Delta C_{ui+1} = C_{ui} + \Delta C_{ui}. \quad (62)$$

Производная полного давления на расчетном радиусе:

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_i = \frac{1}{(R_{(-)} + R_{(+)} - 5\delta_{Ri})} \times \left(-\rho V_{zi}^2 \cdot 2,5 \left(\frac{d\delta_R}{dz}\right)_i + \rho_i (U_{(+)i} - U_{(-)i}) \cdot \left(\frac{dCu}{dz}\right)_i - (\tau_{oz(-)} + \tau_{oz(+)})_i \right). \quad (63)$$

Приращение полного давления на расчетном радиусе:

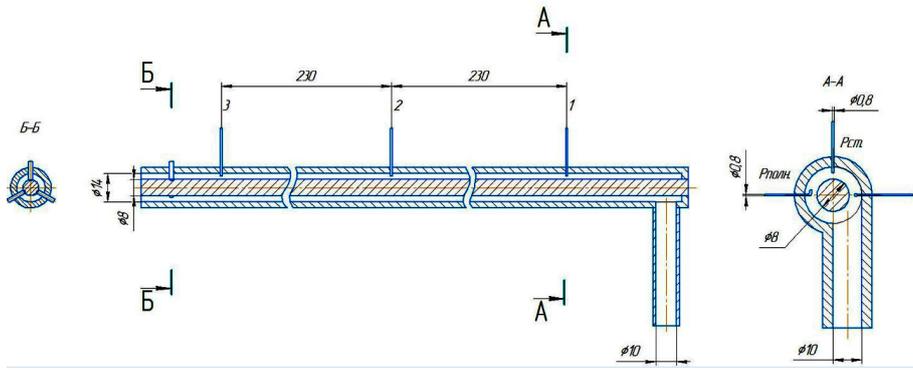


Рис. 3. Конструктивная схема установки для исследования осевого закрученного потока
Fig. 3. Design diagram of the installation for the study of axial swirling flow

$$\Delta p_i = \left(\frac{dp}{dz} \right)_i \cdot \Delta z. \quad (64)$$

Интегральное значение полного давления:

$$p_{i+1} = p_i + \Delta p_i. \quad (65)$$

Полная энтальпия на шаге интегрирования:

$$i_i = C_p T_i + \frac{C_i^2}{2},$$

где

$$C_i^2 = \frac{C_{(+i)}^2 + C_{(-i)}^2}{2}. \quad (66)$$

Приращение энтальпии на шаге интегрирования:

$$\Delta i_i = \left(\tau_{oc(+i)} \cdot R_{(+)} \cdot C_{(+i)} + \tau_{oc(-i)} \cdot R_{(-)} \cdot C_{(-i)} \right) \cdot \frac{1}{m} \cdot 2\pi \Delta z. \quad (67)$$

Интегральное значение полной энтальпии:

$$i_{i+1} = i_i + \Delta i_i. \quad (68)$$

Осевая составляющая на следующем шаге:

$$V_{zi+1} = \frac{g}{m} \left(p_i + 1\pi(R_{(-)}^2 - R_{(+)}^2 - 5\delta_{Ri+1}(R_{(-)} + R_{(+)})) \right) \quad (69)$$

Окружные скорости:

$$U_{(-)i+1} = \frac{C_{ui+1}}{R_{(-)}}; \quad U_{(+)i+1} = \frac{C_{ui+1}}{R_{(+)}}. \quad (70)$$

Абсолютные скорости:

$$C_{(-)i+1}^2 = V_{zi+1}^2 + U_{(-)i+1}^2; \quad C_{(+)i+1}^2 = V_{zi+1}^2 + U_{(+)i+1}^2. \quad (71)$$

Абсолютная скорость на расчетном радиусе:

$$C_{i+1}^2 = 0,5(C_{(-)i+1}^2 + C_{(+)i+1}^2). \quad (72)$$

Статическое давление на расчетном радиусе:

$$p_{i+1} = p_{i+1} - \frac{p_{i+1} C_{i+1}^2}{2}. \quad (73)$$

Температура на расчетном радиусе:

$$T_{i+1} = \frac{1}{C_p} \left(i_{i+1} - \frac{C_{i+1}^2}{2} \right). \quad (74)$$

Плотность на расчетном радиусе:

$$\rho_{i+1} = \frac{p_{i+1}}{R \cdot T_{i+1}}. \quad (75)$$

Уточняется ρ_{i+1} прогоном (70 ... 74).

Расчетно-экспериментальные результаты распределения параметров осевого закрученного потока по длине

Для получения экспериментальных данных для сравнительного анализа с расчетными результатами сконструирована установка и проведены исследования осевого закрученного потока (рис. 3). Исходные данные для расчетного алгоритма сформированы по измеренным параметрам в начальном сечении 1 (рис. 3). Обозначения параметров приняты согласно рис. 1, 2. Значения помещены в табл. 3.

Из данных табл. 3 число Рейнольдса в окружном направлении $Re_{\omega} = 29187$ на порядок меньше критического турбулентного $3 \cdot 10^5$, осевой Рейнольдс гарантированно находится в области автомодельности $Re = 10000$. Поскольку необходимо оценивать значение окружной скорости по осевой координате, выбирается ламинарный режим окружной скорости при расчете (14...26). Предварительная оценка толщин потери импульса (14; 20):

$$\delta_{\alpha(+0)}^{\dots} = 1,105 \left(\frac{v}{R_{(+b)} \cdot U_{(+0)}} \right)^{0,2} \cdot R_{(+b)};$$

$$\delta_{\alpha(-0)}^{\dots} = 1,105 \left(\frac{v}{R_{(-b)} \cdot U_{(-0)}} \right)^{0,2} \cdot R_{(-b)},$$

для внутреннего $R_{(+)}$ и внешнего $R_{(-)}$ радиусов кольцевого сечения дают значения 0,000565 м

Таблица 3. Исходные данные для численного моделирования осевого закрученного потока в кольцевом-осевом канале
 Table 3. Initial data for numerical simulation of axial swirling flow in an annular-axial channel

Параметр	Обозначение	Ед. измерения	Значение
Внутренний радиус кольцевого сечения	$R_{(+0)}$	[м]	0,004
Радиальный зазор кольцевого сечения	n_{oR}	[м]	0,003
Внешний (большой) радиус кольцевого сечения	$R_{(-0)} = R_{(+0)} + n_{oR}$	[м]	0,007
Средний (расчетный) радиус	$R_{p0} = R_{(+0)} + 0,5n_{oR}$	[м]	0,0055
Полное давление во входном сечении в окружном направлении на расчетном радиусе	$p'_0 = p'_{(-0)} = p'_{(+0)}$	[Н/м ²]; [Па]	106050
Статическое давление во входном сечении	p_0	[Н/м ²]; [Па]	102324
Окружная составляющая абсолютной скорости во входном сечении на расчетном радиусе	U_0	м/с	79,6
Константа окружной скорости	$C_{u0} = U_0 \cdot R_p$	м ² /с	0,4378
Термодинамическая температура во входном сечении	T_0	К	290,93
Кинематическая вязкость	ν	м ² /с	0,000015
Массовый расход	\dot{m}	кг/с	0,01017
Теплоемкость рабочего тела	c_p	[Дж/кг·К]	1005
Кинематическая вязкость	ν_0	[м ² /с]	0,000015
Константа окружной скорости	$C_u = U_0 \cdot R_p = 79,6 \cdot 0,0055 = 0,437$	[м ² /с]	0,4378
Газовая постоянная воздуха	R_b	[Дж/кг·К]	287
Число Рейнольдса в осевом направлении	$Re_z = V_z \cdot d_t / \nu$		75048
Гидравлический диаметр	d_t	[м]	0,0094
Число Рейнольдса в окружном направлении	$Re_\omega = R_p \cdot U_0 / \nu$		29187

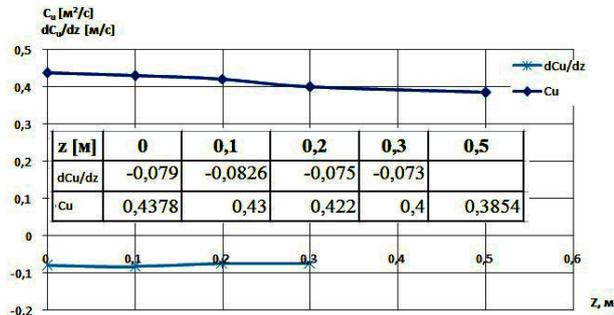


Рис. 4. Распределение константы окружной составляющей скорости по длине осеокружного потока
 Fig. 4. Distribution of the constant of the circumferential component of the velocity along the length of the circumferential flow axis

и 0,000989 м, что, с учетом выражения $\delta = 7,5\delta_{\alpha}^{**}$, для ламинарного режима дают значение величины пограничного слоя $\delta_{(+)} = 0,0042$ м, $\delta_{(-)} = 0,0074$ м, оба значения значительно больше $n_{oR}/2$. Следовательно, пограничные слои сомкнуты $\delta_{(+)} = \delta_{(-)} = n_{oR}/2$.

На рис. 4 представлены величины производных константы окружной скорости:

$$\left(\frac{dC_u}{dz}\right)_i = \frac{-\pi(\tau_{\alpha(-)i} + \tau_{\alpha(+)i}) \times \left[R_{(-)}^2 - R_{(+)}^2 - 5\delta_{Ri}^{**} \cdot (R_{(-)} + R_{(+)} \right]}{g \ln \left(\frac{R_{(-)} - 2,5\delta_{Ri}^{**}}{R_{(+)} + 2,5\delta_{Ri}^{**}} \right)}$$

имеет среднюю величину (-0,08) м/с со слабым градиентом, поскольку все величины выражения

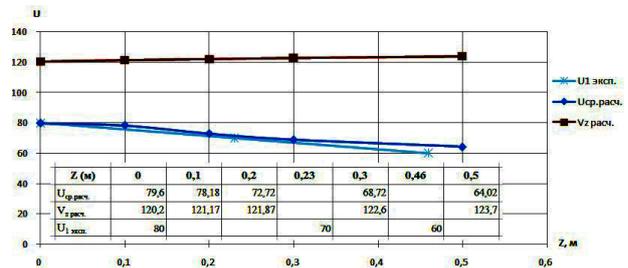


Рис. 5. Распределение окружной и осевой составляющей скорости по длине
 Fig. 5. Distribution of circumferential and axial velocity components along the length

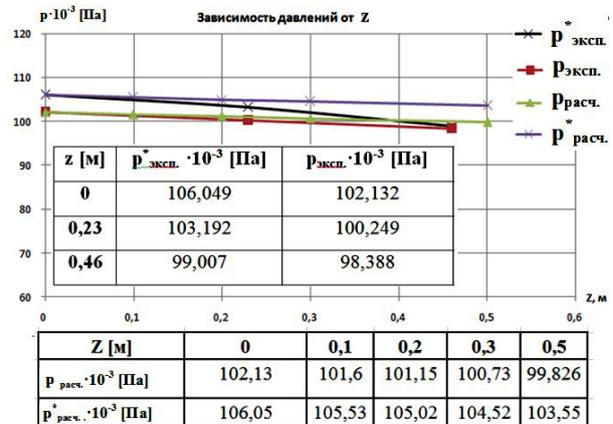
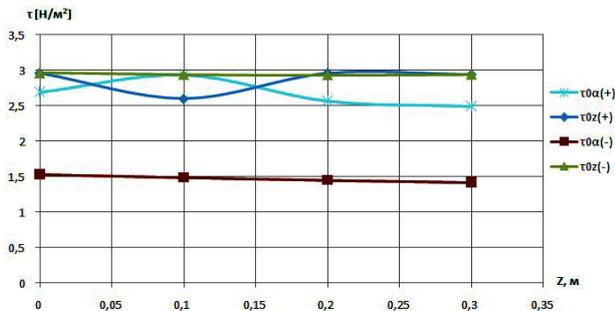


Рис. 6. Распределение полного давления (по окружной скорости) и статического давления по длине
 Fig. 6. Distribution of total pressure (in circumferential velocity) and static pressure along the length



z [m]	0	0,1	0,2	0,3
$\tau_{0a(+)}$	2,69	2,934	2,564	2,49
$\tau_{0z(+)}$	2,96	2,6	2,96	2,94
$\tau_{0a(-)}$	1,534	1,49	1,45	1,417
$\tau_{0z(-)}$	2,96	2,94	2,932	2,94

Рис. 7. Напряжения трения в окружном и осевом направлениях по длине на меньшем $R_{(+)}$ и большем радиусе $R_{(-)}$ кольцевого канала

Fig. 7. Friction stresses in the circumferential and axial direction along the length at a smaller $R_{(+)}$ and a larger radius $R_{(-)}$ of the annular channel

(60) константы за исключением напряжений трений, линейно зависящих от скорости. Поэтому значение C_u слабо уменьшается по длине (рис. 4). На рис. 5 показано распределение осевой и окружной составляющей скорости, осевая составляющая скорости в 1,5 раза превышает окружную и практически постоянна на исследуемом участке. Окружная скорость слабо убывает по длине, расчетное значение скорости выше экспериментального (в пределах точности анализа) и также слабо убывает по длине.

На рис. 6 также представлены распределения полного и статического давлений: экспериментальных и рассчитанных по выражениям 63...65:

$$\left(\frac{dp}{dz} \right)_i = \frac{1}{(R_{(-)} + R_{(+)} - 5\delta_{Ri}^{**})} \times \left[-\rho V_{zi}^2 \cdot 2,5 \left(\frac{d\delta_{Ri}^{**}}{dz} \right)_i + \rho_i (U_{(+i)} - U_{(-i)}) \cdot \left(\frac{dC_u}{dz} \right)_i - (\tau_{0z(-)} + \tau_{0z(+)} \right)_i$$

если пограничные слои сомкнуты $\frac{d\delta_{Ri}^{**}}{dz} = 0$, выражение (63) зависит только от окружных скоростей и напряжений трения (рис. 7) в осевом направлении. Скорость окружного потока, полное и статическое давления слабо зависят от длины в сравнении от случая радиально окружного потока. Незначительная коррекция алгоритма расчета в части предположения о режиме течения позволяет откорректировать расхождения между расчетными и экспериментальными данными.

Выводы

При допущении о расходно-вихревой структуре потока получены дифференциальные соотношения, позволяющие вести интегрирование уравнений движения осеокружного кольцевого потока с целью получения распределения давления и скорости, а также определения интегральных потерь энергии потока по радиусу. Разработана математическая мо-

дель и предложен алгоритм расчета потока в конечно-разностных аналогах для различных режимов течения и граничных условиях: осеокружного потока. Расчетно-экспериментальные результаты исследования осеокружного потока согласовываются удовлетворительно и показывают монотонное влияние осевой координаты на окружную составляющую скорости.

Список источников

1. Дорфман Л. А. Гидродинамическое сопротивление и теплоотдача вращающихся тел. Москва: Физматгиз, 1960. 260 с.
2. Борщев И. О. Разработка метода расчета и исследование лопаточных отводов центробежных насосов: дис. ... канд. техн. наук. Ленинград, 1989. 159 с.
3. Епифанова В. И. Компрессорные и расширительные турбомшины радиального типа. Москва: Машиностроение, 1984. 376 с.
4. Кишкин А. А. Оценка момента сопротивления на корпусе малорасходного центробежного насоса // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 1992. № 3. С. 40–44.
5. Кишкин А. А. Вращение диска в потоке, закрученном по закону твердого тела // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 1996. № 4. С. 42–47.
6. Zuev A. A., Arngold A. A., Levko V. A. [et al.]. Heat transfer coefficient of laminar rotational flow // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. Vol. 734. P. 12029. DOI: 10.1088/1757-899X/734/1/012029.
7. Kishkin A. A., Shevchenko Yu. N., Delkov A. V. Analysis of the key design features of low-power turbines for electricity generation // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. Vol. 919. P. 062030. DOI: 10.1088/1757-899X/919/6/062030.
8. Овсянников Б. В., Боровский Б. И. Теория и расчет агрегатов питания жидкостных ракетных двигателей. Москва: Машиностроение, 1971. 540 с.
9. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. Москва: Наука, 1970. 940 с. ISBN 5-7107-6327-6.
10. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Москва: Наука, 1969. 744 с.
11. Karman T. Uber laminare und turbulente Reibung // ZAMM. 1921. Vol. 1. P. 233–252. DOI: 10.1002/ZAMM.19210010401.
12. Zuev A. A., Kishkin A. A., Zhuikov D. A. [et al.]. Energy equations for the temperature three-dimensional boundary layer for the flow within boundary conditions of turbo machinery // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2019. Vol. 537. P. 22008. DOI: 10.1088/1757-899X/537/2/022008.
13. Кишкин А. А., Назаров В. П., Жуиков Д. А. [и др.]. Теория пространственного пограничного слоя в гидродинамике турбомашин: моногр. Красноярск: Изд-во СибГУ, 2013. 250 с. ISBN 978-5-86433-557-4.
14. Кишкин А. А., Зуев А. А., Делков А. В. Трехмерный температурный пограничный слой в теории конвективного теплообмена: моногр. Красноярск: Изд-во СибГУ, 2016. 306 с. ISBN 978-5-86433-675-5.
15. Емцов Б. Т. Техническая гидродинамика. 2-е изд. перераб. и доп. Москва: Машиностроение, 1987. 440 с.
16. Кишкин А. А., Зуев А. А., Делков А. В. [и др.]. Аналитический подход при исследовании уравнений импульсов пограничного слоя при течении в межлопаточном канале газовых турбин // Вестник Московского авиационного института. 2021. Т. 28, № 1. С. 45–60. DOI: 10.34759/vst-2021-1-45-60. EDN: BPTTXM.
17. Камке Э. Справочник по дифференциальным уравнениям в частных производных первого порядка. Москва: Наука, 1966. 260 с.
18. Gazzini S. L., Schädler R., Kalfas A. I. [et al.]. Infrared thermography with non-uniform heat flux boundary conditions on

the rotor endwall of an axial turbine // Measurement Science and Technology. 2016. Vol. 28, no. 2. P. 025901. DOI: 10.1088/1361-6501/aa5174.

19. Yule L., Zaghari B., Harris N. R. [et al.]. Surface temperature condition monitoring methods for aerospace turbomachinery: exploring the use of ultrasonic guided waves // Measurement Science and Technology. 2021. Vol. 32, no. 5. P. 052002. DOI: 10.1088/1361-6501/abda96.

20. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. В 10 т. Т. 6. Гидродинамика. 4-е изд., стер. Москва: Наука, 2001. 736 с. ISBN 5-9221-0121-8.

КИШКИН Александр Анатольевич, доктор технических наук, профессор (Россия), заведующий кафедрой «Холодильная, криогенная техника и кондиционирование» Сибирского государственного университета науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева (СибГУ им. М. Ф. Решетнева), г. Красноярск.
SPIN-код: 9919-8708

AuthorID (SCOPUS): 6506466412

Адрес для переписки: spsr99@mail.ru

ШЕВЧЕНКО Юлия Николаевна, аспирант кафедры «Холодильная, криогенная техника и кондиционирование» СибГУ им. М. Ф. Решетнева, г. Красноярск.

SPIN-код: 9919-0610

AuthorID (РИНЦ): 1151109

AuthorID (SCOPUS): 57219486953

Адрес для переписки: gift_23j@mail.ru

ЗУЕВ Александр Александрович, кандидат технических наук, профессор (Россия), заведующий кафедрой «Двигатели летательных аппаратов» СибГУ им. М. Ф. Решетнева, г. Красноярск.

SPIN-код: 7838-5458

AuthorID (РИНЦ): 626682

Адрес для переписки: dla2011@inbox.ru

ЖУЙКОВ Дмитрий Александрович, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Двигатели летательных аппаратов» СибГУ им. М. Ф. Решетнева, г. Красноярск.

SPIN-код: 1275-6858

AuthorID (РИНЦ): 113410

AuthorID (SCOPUS): 56543678400

ResearcherID: J-3180-2013

Адрес для переписки: dimitri_z@inbox.ru

Для цитирования

Кишкин А. А., Шевченко Ю. Н., Зуев А. А., Жуйков Д. А. Расчетно-экспериментальное исследование закрученного кольцевого потока // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2024. Т. 8, № 1. С. 57–68. DOI: 10.25206/2588-0373-2024-8-1-57-68.

Статья поступила в редакцию 23.01.2024 г.

© А. А. Кишкин, Ю. Н. Шевченко, А. А. Зуев, Д. А. Жуйков

COMPUTATIONAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF SWIRLING RING FLOW

A. A. Kishkin, Yu. N. Shevchenko, A. A. Zuev, D. A. Zhuikov

Reshetnev Siberian State University of Science and Technology,
Russia, Krasnoyarsk, Krasnoyarsky Rabochy Ave., 31, 660037

In the course of work on the energy perfection of thermal control systems for spacecraft with a two-phase circuit, the issue of partial regeneration of thermal energy into electrical energy in a low-speed turbogenerator is considered, part of the design work requires computational modeling during the transport of swirling flows in the axial direction from the external input to the input plane into the impeller, which determines the need for theoretical and experimental elaboration of the problem. The paper considers transformations of equations for changing the amount of fluid motion in boundary conditions of an axial annular channel with fixed cylindrical surfaces. Assuming the symmetry axis of the flows using the integral form of writing the continuity equation, the relations are obtained in the form of two differential equations with expressed derivatives along the channel axis for the total pressure p^* and the circumferential velocity constant $C_u = UR$ (const — at the integration step). The equation forms the basis of the algorithm of integration in finite differences supplemented by a system of service equations describing the friction stress, thermodynamic parameters, etc. Test calculations are carried out using real parameters, the results are analyzed.

Keywords: axial circumferential flow, tangential and circumferential stresses, potential flow, energy equation, transport carrier flow, system of differential equations of motion, thermodynamic parameters.

References

1. Dorfman L. A. *Gidrodinamicheskoye soprotivleniye i teplootdacha vrashchayushchikhsya tel* [Hydrodynamic resistance and heat transfer of rotating bodies]. Moscow, 1960. 260 p. (In Russ.).
2. Borshchev I. O. *Razrabotka metoda rascheta i issledovaniye lopatochnykh otvodov tsentrobezhnykh nasosov* [Development of a calculation method and study of blade outlets of centrifugal pumps]. Leningrad, 1989. 159 p. (In Russ.).
3. Epifanova V. I. *Kompressornyye i rasshiritel'nyye turbomashiny radial'nogo tipa* [Compressor and expansion turbomachines of radial type]. Moscow, 1984. 376 p. (In Russ.).
4. Kishkin A. A. *Otsenka momenta soprotivleniya na korpuse maloraskhodnogo tsentrobezhnogo nasosa* [Estimation of the moment of resistance on the housing of a low-flow centrifugal pump] // *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Aviatsonnaya tekhnika. Russian Aeronautics*. 1992. No. 3. P. 40–44. (In Russ.).
5. Kishkin A. A. *Vrashcheniye diska v potoke, zakruchennom po zakonu tverdogo tela* [Rotation of a disk in a flow twisted according to the law of a rigid body] // *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Aviatsonnaya tekhnika. Russian Aeronautics*. 1996. No. 4. P. 42–47. (In Russ.).
6. Zuev A. A., Arngold A. A., Levko V. A. [et al.]. *Heat transfer coefficient of laminar rotational flow* // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020. Vol. 734. P. 12029. DOI: 10.1088/1757-899X/734/1/012029. (In Engl.).
7. Kishkin A. A., Shevchenko Yu. N., Delkov A. V. *Analysis of the key design features of low-power turbines for electricity generation* // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020. Vol. 919. P. 062030. DOI: 10.1088/1757-899X/919/6/062030. (In Engl.).
8. Ovsyannikov B. V., Borovskiy B. I. *Teoriya i raschet agregatov pitaniya zhidkostnykh raketnykh dvigateley* [Theory and calculation of power units for liquid rocket engines]. Moscow, 1971, 540 p. (In Russ.).
9. Loytsyanskiy L. G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Mechanics of liquid and gas]. Moscow, 1970. 940 p. ISBN 5-7107-6327-6. (In Russ.).
10. Shlikhting G. *Teoriya pogranchnogo sloya* [Boundary layer theory]. Moscow, 1969. 744 p. (In Russ.).
11. Karman T. *Uber laminare und turbulente Reibung* // *ZAAM*. 1921. Vol. 1. P. 233–252. DOI: 10.1002/ZAMM.19210010401. (In Engl.).
12. Zuev A. A., Kishkin A. A., Zhuikov D. A. [et al.]. *Energy equations for the temperature three-dimensional boundary layer for the flow within boundary conditions of turbo machinery* // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2019. Vol. 537. P. 22008. DOI: 10.1088/1757-899X/537/2/022008. (In Engl.).
13. Kishkin A. A., Nazarov V. P., Zhuykov D. A. [et al.]. *Teoriya prostranstvennogo pogranchnogo sloya v gidrodinamike turbomashin* [The theory of spatial boundary layer in the hydrodynamics of turbomachines]. Krasnoyarsk, 2013. 250 p. ISBN 978-5-86433-557-4. (In Russ.).
14. Kishkin A. A., Zuyev A. A., Delkov A. V. *Trekhmernyy temperaturnyy pogranchnyy sloy v teorii konvektivnogo teploobmena* [Three-dimensional temperature boundary layer in the theory of convective heat transfer]. Krasnoyarsk, 2015. 282 p. ISBN 978-5-86433-675-5. (In Russ.).
15. Emtsov B. T. *Tekhnicheskaya gidrodinamika* [Technical hydrodynamics]. 2th ed. Moscow, 1987. 440 p. (In Russ.).
16. Kishkin A. A., Zuyev A. A., Delkov A. V. [et al.]. *Analiticheskiy podkhod pri issledovanii uravneniy impul'sov pogranchnogo sloya pri techenii v mezhlopatochnom kanale gazovykh turbin* [Analytical approach while studying equations of boundary layer impulses at the flow in the inter-blade channel of gas turbines] // *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta. Aerospace MAI Journal*. 2021. Vol. 28, no. 1. P. 45–60. DOI: 10.34759/vst-2021-1-45-60. EDN: BPTTXM. (In Russ.).
17. Kamke E. *Spravochnik po differentsial'nym uravneniyam v chastnykh proizvodnykh pervogo poryadka* [Handbook of

First Order Partial Differential Equations]. Moscow, 1966. 260 p. (In Russ.).

18. Gazzini S. L., Schädler R., Kalfas A. I. [et al.]. Infrared thermography with non-uniform heat flux boundary conditions on the rotor endwall of an axial turbine // Measurement Science and Technology. 2016. Vol. 28, no. 2. P. 025901. DOI: 10.1088/1361-6501/aa5174. (In Engl.).

19. Yule L., Zaghari B., Harris N. R. [et al.]. Surface temperature condition monitoring methods for aerospace turbomachinery: exploring the use of ultrasonic guided waves // Measurement Science and Technology. 2021. Vol. 32, no. 5. P. 052002. DOI: 10.1088/1361-6501/abda96. (In Engl.).

20. Landau L. D., Lifshits E. M. Teoreticheskaya fizika [Theoretical physics]. In 10 vols. Vol. 6. Gidrodinamika [Hydrodynamics]. 4th ed. Moscow, 2001. 736 p. ISBN 5-9221-0121-8. (In Russ.).

KISHKIN Aleksandr Anatolyevich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Dean of Refrigeration, Cryogenic Engineering and Conditioning Department, Reshetnev Siberian State University of Science and Technology (Reshetnev University), Krasnoyarsk.

SPIN-code: 9919-8708

AuthorID (SCOPUS): 6506466412

Correspondence address: spsp99@mail.ru

SHEVCHENKO Yulia Nikolaevna, Graduate Student of Refrigeration, Cryogenic Engineering and Conditioning Department, Reshetnev University, Krasnoyarsk.

SPIN-code: 9919-0610

AuthorID (RSCI): 1151109

AuthorID (SCOPUS): 57219486953

Correspondence address: gift_23j@mail.ru

ZUEV Alexander Alexandrovich, Candidate of Technical Sciences, Professor, Head of Aircraft Engines Department, Reshetnev University, Krasnoyarsk.

SPIN-code: 7838-5458

AuthorID (RSCI): 626682

Correspondence address: dla2011@inbox.ru

ZHUIKOV Dmitry Alexandrovich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Aircraft Engines Department, Reshetnev University, Krasnoyarsk.

SPIN-code: 1275-6858

AuthorID (RSCI): 113410

AuthorID (SCOPUS): 56543678400

ResearcherID: J-3180-2013

Correspondence address: dimitri_z@inbox.ru

For citations

Kishkin A. A., Shevchenko Yu. N., Zuev A. A., Zhukov D. A. Computational and experimental study of swirling ring flow // Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering. 2024. Vol. 8, no. 1. P. 57–68. DOI: 10.25206/2588-0373-2024-8-1-57-68.

Received January 23, 2024.

© A. A. Kishkin, Yu. N. Shevchenko, A. A. Zuev, D. A. Zhukov