

# СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ НАНОЖИДКОСТИ

О. В. Вдовин, Е. Н. Слободина, А. Г. Михайлов

Омский государственный технический университет,  
Россия, 644050, г. Омск, пр. Мира, 11

**В статье представлены известные теоретические модели по определению теплопроводности наножидкости и дано их краткое описание. Рассмотрены некоторые экспериментальные работы по определению теплопроводности различных наножидкостей. Выполнено расчетное исследование влияния наночастиц некоторых оксидов на изменение теплопроводности наножидкости. Проведен сравнительный анализ известных расчетных моделей по определению теплопроводности наножидкости и экспериментальных данных. На основании сравнительного анализа определена точность расчетных моделей по определению теплопроводности наножидкости.**

**Ключевые слова:** наножидкость, теплопроводность, наночастицы, теоретическая модель, сравнительный анализ, оксид алюминия, диоксид кремния.

## Введение

За последние несколько десятилетий среди многих исследователей сильно вырос интерес к интенсификации теплообмена с помощью добавления в жидкий теплоноситель мелких наноразмерных твердых частиц. При этом одним из главных условий интенсификации является высокая теплопроводность вещества, из которого состоят эти частицы. Получаемый теплоноситель называют наножидкостью, а твердые мелкие частицы нанометрового размера — наночастицами. Наножидкости имеют новые перспективные теплофизические свойства по сравнению с обычными теплоносителями [1–3].

Первым из ученых, кто начал исследовать двухфазные суспензии, является Максвелл [4]. Он представил первую модель определения электропроводности смеси жидкости и мелких твердых частиц. Дифференциальные уравнения для передачи электрического тока (электронов) и теплового потока аналогичны. Как следствие, аналитические решения, которые применимы к задачам и процессам передачи электрических токов, также применимы к передаче тепла. Это является очень важным аспектом для изучения теплопередачи, поскольку результаты многочисленных аналитических решений, относящихся к электропроводности материалов, также применимы к теплопроводности. Поэтому многие исследователи со всего мира использовали модель Максвелла при исследовании теплопроводности наножидкости. Они дорабатывали его модель, учитывая влияние различных факторов, таких как броуновское движение частиц, температура, форма частиц и т.д. Было проделано большое количество экспериментальных работ по определению теплопроводности наножидкостей с целью верификации предлагаемых моделей.

## Постановка задачи

Теплопроводность является одним из основных теплофизических свойств жидкости. Такие значимые для теплообмена параметры, как число

Нуссельта и число Прандтля напрямую зависят от теплопроводности жидкости. Теплопроводность имеет большое значение в процессах, где происходит теплоотдача и течение жидкости. Изменение теплопроводности жидкости даже на незначительную величину приводит к изменению коэффициента теплоотдачи. Следовательно, точная информация о теплопроводности наножидкости имеет важное значение.

В данной работе представлены расчетные модели для определения теплопроводности наножидкости и проведен сравнительный анализ этих моделей с экспериментальными значениями для наножидкостей с наночастицами некоторых оксидов.

## Теория

Наножидкости привлекли к себе большое внимание в первом десятилетии XXI века, практически все экспериментальные исследования показывали очень высокие значения теплопроводности.

Благодаря отличным теплопередающим свойствам, наножидкость нарекли теплоносителем будущего.

### 1. Модель Максвелла [4]

Еще в конце XIX века Максвелл наблюдал увеличение электропроводности жидкости при добавлении в нее микроразмерных твердых частиц. Результатом его работы является теоретическая модель определения электропроводности смеси жидкости и твердых частиц. Так как модели определения электропроводности и теплопроводности аналогичны, то модель Максвелла по определению теплопроводности наножидкости выглядит следующим образом:

$$\lambda_{nf} = \lambda_{bf} \left( \frac{\lambda_p + 2 \cdot \lambda_{bf} + 2 \cdot \varphi \cdot (\lambda_p - \lambda_{bf})}{\lambda_p + 2 \cdot \lambda_{bf} - \varphi \cdot (\lambda_p - \lambda_{bf})} \right),$$

где  $\lambda_{nf}$ ,  $\lambda_{bf}$ ,  $\lambda_p$  — теплопроводность смеси, базовой жидкости и частиц соответственно;  $\varphi$  — объемная доля частиц в жидкости.

## 2. Модель Hamilton и Crosser [5]

Hamilton и Crosser разработали теоретическую модель, основанную на модели Максвелла, и добавили влияние формы наночастиц, за которое отвечает параметр  $n = 3/\psi$  ( $\psi$  — сферичность наночастицы, отношение площади поверхности сферы, объем которой равен объему частицы, к площади поверхности частицы,  $n = 3$  — для сфер,  $n = 6$  — для цилиндров). Преобразованная таким образом модель Максвелла выглядит так:

$$\lambda_{nf} = \lambda_{bf} \left[ \frac{\frac{\lambda_p}{\lambda_{bf}} \cdot (3\varphi - 1) + [3 \cdot (1 - \varphi) - 1] + \sqrt{\left\{ (3\varphi - 1) \cdot \frac{\lambda_p}{\lambda_{bf}} + [3 \cdot (1 - \varphi) - 1] - 1 \right\}^2 + 8 \cdot \frac{\lambda_p}{\lambda_{bf}}}}{4} \right]$$

Данная модель также учитывает взаимодействие между хаотично распределенными частицами в жидкости.

## 4. Модель Yu и Choi [7]

Когда наночастицы растворяются в базовой жидкости, на поверхности наночастиц создается небольшой нанослой, что приводит к увеличению  $k_{nr}$ . Модель Yu и Choi также является доработанной моделью Максвелла и учитывает влияние нанослоя на увеличение теплопроводности наножидкости. В данной модели присутствует параметр  $\beta$  — отношение между толщиной нанослоя и диаметром частиц. Существенное влияние нанослоя на теплопроводность наножидкости наблюдается при диаметре наночастиц менее 10 нм. Данная модель по определению теплопроводности наножидкости выглядит следующим образом:

$$\lambda_{nf} = \lambda_{bf} \left( \frac{\lambda_p + 2\lambda_{bf} + 2\varphi(\lambda_p - \lambda_{bf})(1 + \beta)^3 \varphi}{\lambda_p + 2\lambda_{bf} - \varphi(\lambda_p - \lambda_{bf})(1 + \beta)^3 \varphi} \right)$$

## 5. Модель Xue и Xu [8]

Xue и Xu разработали модель, также учитывающую влияние нанослоя наночастиц:

$$\left( 1 - \frac{\varphi}{Z} \right) \frac{\lambda_{nf} - \lambda_{bf}}{2\lambda_{nf} + \lambda_{bf}} + \frac{\varphi}{Z} \left[ \frac{(\lambda_{nf} - \lambda_{is})(2\lambda_{nf} + \lambda_p) - Z(\lambda_p - \lambda_{is})(2\lambda_{is} + \lambda_{bf})}{(2\lambda_{nf} + \lambda_{is})(2\lambda_{nf} + \lambda_p) + 2Z(\lambda_p - \lambda_{is})(\lambda_{is} - \lambda_{nf})} \right] = 0,$$

$$Z = \left( \frac{r_p}{2} \right)^3 \left( \frac{r_p}{2} + d_{is} \right)$$

где  $\lambda_{is}$  — теплопроводность межфазной оболочки;  $d_{is}$  — толщина межфазной оболочки;  $r_p$  — радиус наночастицы.

## 6. Модель Xuan и др. [9]

Очень часто синтез наножидкости происходит не идеально, а стабильную наножидкость получить довольно проблематично. И одной из проблем при синтезе и исследованиях является агломерация наночастиц в наножидкости. Исследователи сталкиваются с образованием кластеров наночастиц в наножидкости. Xuan и др. представили свою мо-

$$\lambda_{nf} = \lambda_{bf} \left( \frac{\lambda_p + (n-1) \cdot \lambda_{bf} + (n-1) \cdot \varphi \cdot (\lambda_p - \lambda_{bf})}{\lambda_p + (n-1) \cdot \lambda_{bf} - \varphi \cdot (\lambda_p - \lambda_{bf})} \right)$$

## 3. Модель Bruggeman [6]

Для определения теплопроводности наножидкости при более высокой объемной доле сферических наночастиц можно использовать модель Bruggeman:

дель определения теплопроводности наножидкости в которой учли влияние образовавшихся кластеров, а также учли эффект Броуновского движения:

$$\lambda_{nf} = \lambda_{bf} \left( \frac{\lambda_p + 2\lambda_{bf} - 2\varphi(\lambda_{bf}\varphi)}{\lambda_p + 2\lambda_{bf} - \varphi(\lambda_{bf}\varphi)} + \frac{\rho_p \varphi C_p \sqrt{\frac{2k_B T}{3\pi r_{ci} \mu}}}{2\lambda_{bf}} \right)$$

где  $\rho_p$  — плотность вещества наночастиц;  $C_p$  — теплоемкость вещества наночастиц;  $T$  — температура наножидкости;  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $r_{ci}$  — диаметр кластера,  $\mu$  — динамическая вязкость.

## 7. Модель Коо и Kleinstreuer [10]

Модель Коо и Kleinstreuer включает в себя два механизма переноса теплоты — статическую теплопроводность и броуновское движение. Данная модель учитывает влияние размера наночастиц, их концентрации, температуры и броуновского движения и выглядит так:

$$\lambda_{nf} = \lambda_{static} + \lambda_{Brownin} = \left( \frac{\lambda_p + 2\lambda_{bf} + 2\varphi(\lambda_p \varphi)}{\lambda_p + 2\lambda_{bf} + \varphi(\lambda_p \varphi)} \right) + 5 \cdot 10^4 \beta_1 \varphi \rho_p C_p \sqrt{\frac{k_B T}{\rho_p r_p}} f_1(T, \varphi),$$

где  $\beta_1$  и  $f_1$  — экспериментальные константы, которые зависят от объемной концентрации наночастиц в наножидкости, формы частиц и температуры наножидкости.

## 8. Модель Chop и др. [11]

Chop и др. разработали модель теплопроводности наножидкостей с учетом числа Рейнольдса. Они проводили эксперименты с наножидкостями  $Al_2O_3$ /вода.

$$\lambda_{nf} = \lambda_{bf} \left[ 1 + 64,7\varphi^{0,74} \left( \frac{r_{bf}}{r_p} \right)^{0,369} \times \left( \frac{\lambda_{bf}}{\lambda_p} \right)^{0,747} Pr^{0,9955} Re^{1,2321} \right]$$

$$Pr = \frac{\mu_{bf}}{\rho_{bf} \alpha_{bf}}$$

$$Re = \frac{\rho_{bf} v_p r_p}{\mu_{bf}} = \frac{\rho_{bf} k_B T}{3\pi \mu_{bf}^2 \Lambda_{bf}},$$

где  $r_p$  и  $r_{bf}$  — радиус частицы и молекулы базовой жидкости;  $v_p$  — броуновская скорость частиц;  $\Lambda_{bf}$  — длина свободного пробега молекул базовой жидкости;  $\mu_{bf}$  — вязкость базовой жидкости;  $\rho_{bf}$  — плотность базовой жидкости. Модель учитывает влияние броуновской скорости частицы на значение  $\lambda_{nf}$

9. Модель Wang и др. [12]

Модель Wang и др. представлена ниже:

$$\lambda_{nf} = \lambda_{bf} \left[ \frac{(1 - \phi) + 3\phi \int_0^\infty \phi \frac{\lambda_{ci} n}{\lambda_{ci} + 2\lambda_{bf}} dr_p}{(1 - \phi) + 3\phi \int_0^\infty \phi \frac{\lambda_{bf} n}{\lambda_{ci} + 2\lambda_{bf}} dr_p} \right].$$

Здесь значение  $\lambda_p$  заменено на  $\lambda_{ci}$ , а модель предсказывает значение  $\lambda_{nf}$  для различных кластеров частиц.

10. Модель Jang и Choi [13]

$$\lambda_{nf} = \lambda_{bf}(1 - \phi) + \lambda_p \phi + 3C \frac{r_{bf}}{r_p} \lambda_{bf} Re^2 Pr \phi,$$

где  $C$  — эмпирическая константа, учитывающая влияние броуновского движения.

11. Рак и Choi [14]

Рак и Choi разработали свою теоретическую модель на основе экспериментальных данных по изучению наножидкостей с наночастицами  $Al_2O_3$  и  $TiO_2$ :

$$\lambda_{nf} = \lambda_{bf}(1 + 7,47\phi).$$

12. Модель Udawattha и Narayana [15]

$$\lambda_{nf} = \lambda_{bf} \left( 1 + \frac{n\phi_e(\lambda_p - \lambda_{bf})}{\lambda_p + (n-1)\lambda_{bf} - \phi_e(\lambda_p - \lambda_{bf})} \right) + \frac{\lambda_{bf} C_{pbf} \lambda_p d_p V_B}{\mu_{bf}} \left( \frac{\phi^{0,0009T+0,25}}{200} \right) \sqrt{\frac{\pi}{18}},$$

$$V_B = \sqrt{\frac{18 \cdot K_B \cdot T}{\pi \cdot \rho_p \cdot d_p^3}},$$

$$\phi_e = \phi \left( 1 + \frac{h}{r_p} \right)^3,$$

где  $d_p$  — диаметр частицы;  $\phi_e$  — эффективная объемная доля;  $V_B$  — броуновское движение;  $h$  — толщина нанослоя.

## Результаты экспериментов

Многими исследователями проводились экспериментальные работы по определению теплопроводности различных наножидкостей при различных условиях. Так, Тимофеева Е. В. и соавторы [16] исследовали теплопроводность наножидкости на основе синтетического теплоносителя (Терминол 66) с наночастицами диоксида кремния ( $SiO_2$ ), при температуре наножидкости 25 °С. Средний размер наночастиц диоксида кремния в эксперименте был 15 нм. Относительно стабильную наножидкость получали с использованием катионного поверхностно-

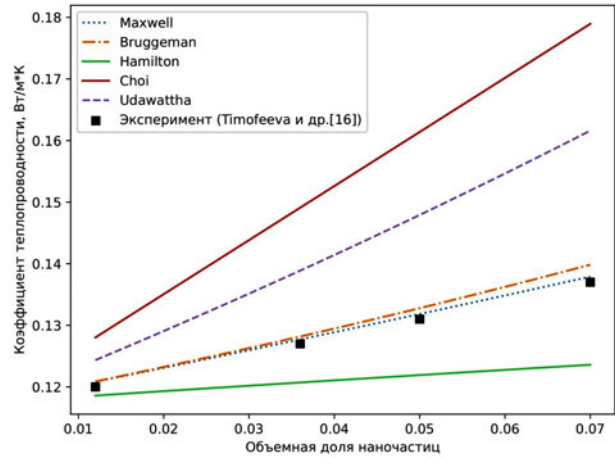


Рис. 1. Сравнение теоретических моделей определения теплопроводности наножидкости с экспериментальными данными для наножидкости на основе синтетического теплоносителя (Терминол 66) с наночастицами диоксида кремния ( $SiO_2$ ) размером 15 нм, при температуре наножидкости 25 °С

Fig. 1. Comparison of theoretical models for determining the thermal conductivity of a nanofluid with experimental data for a nanofluid based on a synthetic heat transfer fluid (Terminol 66) with silicon dioxide ( $SiO_2$ ) nanoparticles with a size of 15 nm, at a nanofluid temperature of 25 °C

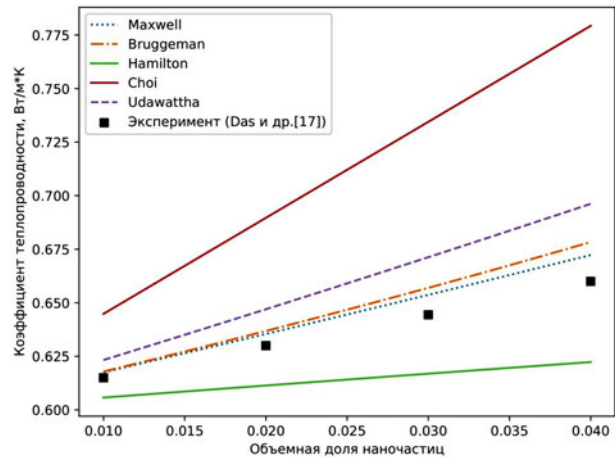


Рис. 2. Сравнение теоретических моделей определения теплопроводности наножидкости с экспериментальными данными для наножидкости на основе воды с наночастицами оксида алюминия ( $Al_2O_3$ ) размером 38,4 нм, при температуре наножидкости 21 °С

Fig. 2. Comparison of theoretical models for determining the thermal conductivity of a nanofluid with experimental data for a water-based nanofluid with aluminum oxide ( $Al_2O_3$ ) nanoparticles with a size of 38,4 nm, at a nanofluid temperature of 21 °C

активного вещества (бензалкония хлорида). В работе изучалось влияние концентраций наночастиц и поверхностно-активных веществ на теплофизические свойства (вязкость, теплопроводность и общее теплопоглощение). Сравнение некоторых моделей с экспериментальными данными Тимофеевой Е. В. и соавторов представлено на рис. 1.

Das и соавторы [17] проводили эксперименты с наножидкостью на основе воды с наночастицами оксида алюминия ( $Al_2O_3$ ), размером 38,4 нм, при температурах наножидкости 21,36 и 51 °С. Объемная концентрация наночастиц в жидкости изменялась от 1 до 4 %. Сравнение некоторых моделей

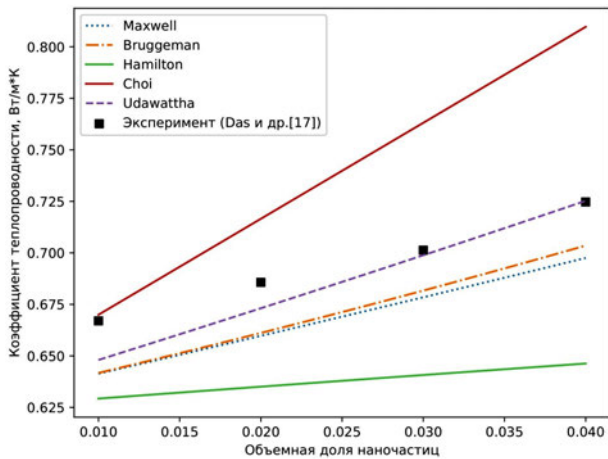


Рис. 3. Сравнение теоретических моделей определения теплопроводности наножидкости с экспериментальными данными для наножидкости на основе воды с наночастицами оксида алюминия ( $Al_2O_3$ ) размером 38,4 нм, при температуре наножидкости 36 °C

Fig. 3. Comparison of theoretical models for determining the thermal conductivity of a nanofluid with experimental data for a water-based nanofluid with aluminum oxide ( $Al_2O_3$ ) nanoparticles with a size of 38,4 nm, at a nanofluid temperature of 36 °C

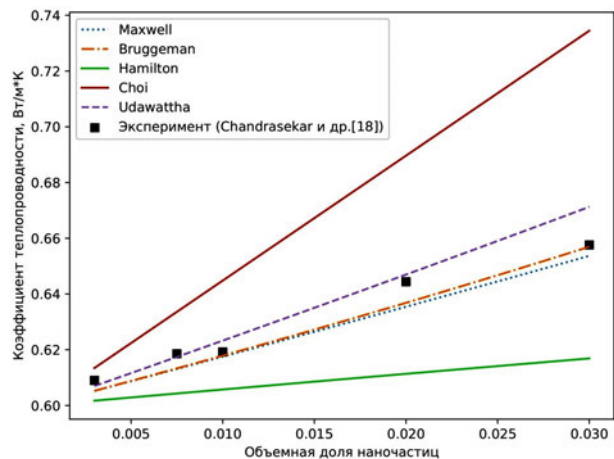


Рис. 5. Сравнение теоретических моделей определения теплопроводности наножидкости с экспериментальными данными для наножидкости на основе воды с наночастицами оксида алюминия ( $Al_2O_3$ ) размером 43 нм, при температуре наножидкости 21 °C

Fig. 5. Comparison of theoretical models for determining the thermal conductivity of a nanofluid with experimental data for a water-based nanofluid with aluminum oxide ( $Al_2O_3$ ) nanoparticles with a size of 43 nm, at a nanofluid temperature of 21 °C

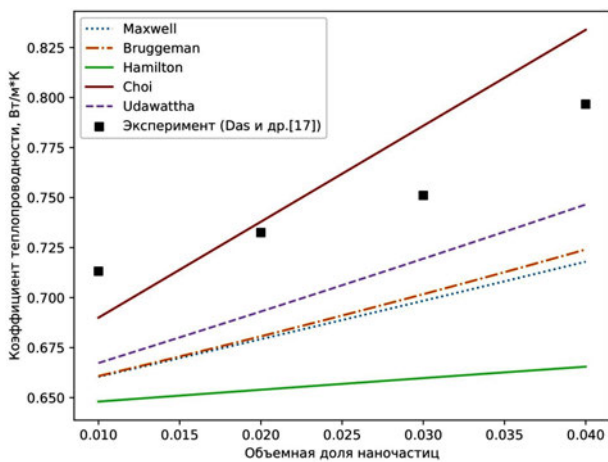


Рис. 4. Сравнение теоретических моделей определения теплопроводности наножидкости с экспериментальными данными для наножидкости на основе воды с наночастицами оксида алюминия ( $Al_2O_3$ ) размером 38,4 нм, при температуре наножидкости 51 °C

Fig. 4. Comparison of theoretical models for determining the thermal conductivity of a nanofluid with experimental data for a water-based nanofluid with aluminum oxide ( $Al_2O_3$ ) nanoparticles with a size of 38,4 nm, at a nanofluid temperature of 51 °C

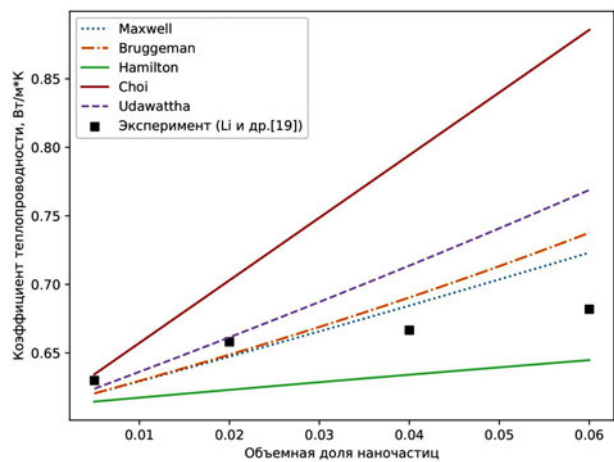


Рис. 6. Сравнение теоретических моделей определения теплопроводности наножидкости с экспериментальными данными для наножидкости на основе воды с наночастицами оксида алюминия ( $Al_2O_3$ ) размером 36 нм, при температуре наножидкости 28 °C

Fig. 6. Comparison of theoretical models for determining the thermal conductivity of a nanofluid with experimental data for a water-based nanofluid with aluminum oxide ( $Al_2O_3$ ) nanoparticles with a size of 36 nm, at a nanofluid temperature of 28 °C

с экспериментальными данными Das и соавторов, представлено на рис. 2–4.

Результаты эксперимента Chandrasekar и соавторов [18] можно увидеть на рис. 5. Они в своем исследовании так же использовали наножидкости на основе воды с наночастицами оксида алюминия ( $Al_2O_3$ ), размером 43 нм, при комнатной температуре наножидкости (21 °C). Объемная концентрация наночастиц в жидкости изменялась от 0,3 до 3 %.

На рис. 6–7 показаны результаты экспериментальных исследований Li и соавторов [19] по определению теплопроводности наножидкости на основе дистиллированной воды с наночастицами оксида алюминия ( $Al_2O_3$ ) размером 38,4 нм, при температурах наножидкости 28 и 35, 5 °C. Объемная концен-

трация наночастиц в жидкости изменялась от 0,5 до 6 %.

## Обсуждение результатов

Для всех рассмотренных выше расчетных моделей и экспериментальных исследований является характерным увеличение коэффициента теплопроводности с ростом объемной доли наночастиц, а также с увеличением температуры наножидкости.

Расчетные модели, имеющиеся в литературе, представлены двумя случаями аналитических решений — для неподвижной жидкости [4–10, 12, 14, 15] и для движущейся жидкости [11, 13].



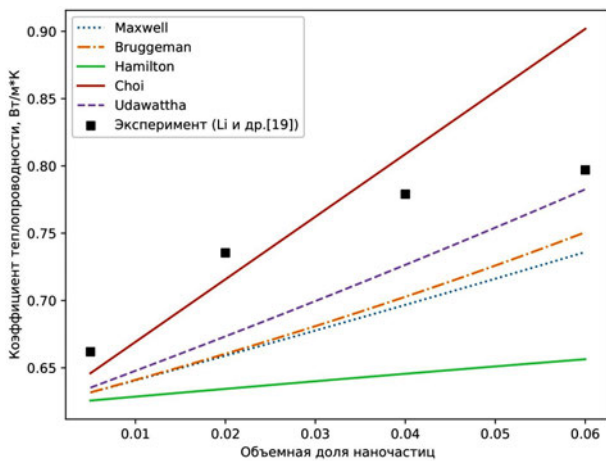


Рис. 7. Сравнение теоретических моделей определения теплопроводности наножидкости с экспериментальными данными для наножидкости на основе воды с наночастицами оксида алюминия ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) размером 36 нм, при температуре наножидкости 35,5 °С

Fig. 7. Comparison of theoretical models for determining the thermal conductivity of a nanofluid with experimental data for a water-based nanofluid with aluminum oxide ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) nanoparticles with a size of 36 nm, at a nanofluid temperature of 35,5 °С

Сравнительный анализ экспериментальных данных с теоретическими моделями для определения теплопроводности наножидкости на рис. 1–7 показывает, что экспериментальные значения лежат в расчетных областях, однако ни одна расчетная модель абсолютно точно не совпадает с экспериментальными данными, несмотря на то, что некоторые расчетные модели учитывают достаточно много факторов [20]. Например, расчетная модель Udawattha и Narayana включает в себя два механизма теплопроводности — статический и динамический, учитывает размер частиц, температурное влияние, влияние объемной концентрации частиц и влияние формы частиц. Однако данная расчетная модель хорошо себя показывает только для случаев, представленных на рис. 3 и рис. 5. Также на рис. 1–7 можно увидеть, что линии расчетных моделей Максвелла и Bruggeman лежат очень плотно друг к другу и при низких концентрациях наночастиц практически совпадают, для рассматриваемых в данной статье условий. Расчетная модель Udawattha показывает значения теплопроводности чуть выше модели Bruggeman. Самые большие значения теплопроводности наножидкости, при всех рассматриваемых случаях в данной статье, прогнозирует расчетная модель Pak и Choi, а наименьшие — модель Hamilton.

### Выводы и заключение

Точное прогнозирование теплофизических свойств синтезируемых наножидкостей является важной задачей при разработке эффективного теплоносителя. Теплопроводность является важнейшим теплофизическим свойством наножидкости и оказывает сильное влияние на теплообмен. Поэтому его адекватное определение на этапе разработки очень важно. Имеющиеся в литературе расчетные модели по определению теплопроводности наножидкости довольно точно могут определить теплопроводность синтезируемой наножидкости и учитывают влияния различных характеристик наночастиц.

В статье представлен сравнительный анализ известных теоретических моделей по определению теплопроводности и экспериментальных данных ученых, проводивших исследования с различными наножидкостями.

В статье представлен анализ для некоторых оксидов наночастиц. Ни одна из рассмотренных в данной работе расчетных моделей абсолютно точно не прогнозирует значения теплопроводности наножидкости. Поэтому при определении теплопроводности наножидкости необходимо учитывать характеристики материала, из которого будет синтезироваться наножидкость, и использовать наиболее подходящую теоретическую модель, учитывающую все особенности (базовая жидкость, материал наночастиц, форма и размер наночастиц, ПАВ и т.д.).

### Список источников

- Slobodina E. N., Mikhailov A. G. Application peculiarities of the higherature fluids containing nanoparticles in gas-tube boilers // *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. Vol. 1652. P. 012037. DOI: 10.1088/1742-6596/1652/1/012037.
- Слободина Е. Н., Михайлов А. Г., Гасс Е. А. Экспериментальные и расчетные исследования процесса кипения наножидкости // *Известия Транссиба*. 2023. № 1 (53). С. 103–109. EDN: NYGEGS.
- Рудяк В. Я., Минаков А. В., Краснолуцкий С. А. Физика и механика процессов теплообмена в течениях наножидкостей // *Физическая мезомеханика*. 2016. Т. 19, № 1. С. 75–83. EDN: VSMFOJ.
- Maxwell J. C. A. *Treatise on Electricity and Magnetism*. Oxford, 1873. Vol. 1. 425 p. URL: <https://archive.org/details/electricandmagne01maxwrich/mode/2up> (дата обращения: 15.12.2023).
- Hamilton R. L., Crosser O. K. Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems // *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*. 1962. Vol. 1, no. 3. P. 187–191. DOI: 10.1021/i160003a005.
- Bruggeman D. A. G. Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen. I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen // *Annalen Der Physik*. 2006. Vol. 416, no. 7. P. 636–664. DOI: 10.1002/andp.19354160705.
- Yu W., Choi S. U. S. The role of interfacial layers in the enhanced thermal conductivity of nanofluids: A renovated maxwell model // *Journal of Nanoparticle Research*. 2003. Vol. 5. P. 167–171. DOI: 10.1023/a:1024438603801.
- Xue Q., Xu W. M. A model of thermal conductivity of nanofluids with interfacial shells // *Materials Chemistry and Physics*. 2005. Vol. 90. P. 298–301. DOI: 10.1016/j.matchemphys.2004.05.029.
- Xuan Y., Li Q., Hu W. Aggregation structure and thermal conductivity of nanofluids // *AIChE Journal*. 2003. Vol. 49, no. 4. P. 1038–1043. DOI: 10.1002/aic.690490420.
- Koo J., Kleinstreuer C. A new thermal conductivity model for nanofluids // *Journal of Nanoparticle Research*. 2004. Vol. 6. P. 577–588. DOI: 10.1007/s11051-004-3170-5.
- Chon C. H., Kihm K. D., Lee S. P. [et al.]. Empirical correlation finding the role of temperature and particle size for nanofluid ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) thermal conductivity enhancement // *Applied Physics Letters*. 2005. Vol. 87, no. 15. P. 153107. DOI: 10.1063/1.2093936.
- Wang B.-X., Zhou L.-P., Peng X.-F. A fractal model for predicting the effective thermal conductivity of liquid with suspension of nanoparticles // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2003. Vol. 46, no. 14. P. 2665–2672. DOI: 10.1016/S0017-9310(03)00016-4.
- Jang S. P., Choi S. U. S. Role of Brownian motion in the enhanced thermal conductivity of nanofluids // *Applied*

Physics Letters. 2004. Vol. 84, no. 21. P. 4316–4318. DOI: 10.1063/1.1756684.

14. Pak B. C., Choi Y. I. Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles // *Experimental Heat Transfer*. 1998. Vol. 11, no. 2. P. 151–170. DOI: 10.1080/08916159808946559.

15. Udawattha D. S., Narayana M. Development of a Model for Predicting the Effective Thermal Conductivity of Nanofluids: A Reliable Approach for Nanofluids Containing Spherical Nanoparticles // *Journal of Nanofluids*. 2018. Vol. 7, no. 1. P. 129–140. DOI: 10.1166/jon.2018.1428.

16. Timofeeva E. V., Moravek M. R., Singh D. Improving the heat transfer efficiency of synthetic oil with silica nanoparticles // *Journal of Colloid and Interface Science*. 2011. Vol. 364, no. 1. P. 71–79. DOI: 10.1016/j.jcis.2011.08.004.

17. Das S. K., Putra N., Thiesen P. [et al.]. Temperature Dependence of Thermal Conductivity Enhancement for Nanofluids // *Journal of Heat Transfer*. 2003. Vol. 125, no. 4. P. 567. DOI: 10.1115/1.1571080.

18. Chandrasekar M., Suresh S., Bose C. A. Experimental investigations and theoretical determination of thermal conductivity and viscosity of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/water nanofluid // *Experimental Thermal and Fluid Science*. 2010. Vol. 34, no. 2. P. 1234–1236. DOI: 10.1016/j.expthermflusci.2009.10.022.

19. Li C. H., Peterson G. P. The effect of particle size on the effective thermal conductivity of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluids // *Journal of Applied Physics*. 2007. Vol. 101, no. 4. P. 044312. DOI: 10.1063/1.2436472.

20. Said Z., Sundar L. S., Tiwari A. K. [et al.]. Recent advances on the fundamental physical phenomena behind stability, dynamic motion, thermophysical properties, heat transport, applications, and challenges of nanofluids // *Physics Reports*. 2021. Vol. 946. P. 1–94. DOI: 10.1016/j.physrep.2021.07.002.

**ВДОВИН Олег Владиславович**, аспирант кафедры «Теплоэнергетика» Омского государственного технического университета (ОмГТУ), г. Омск.

SPIN-код: 8721-5737

AuthorID (РИНЦ): 939315

Адрес для переписки: oleg95\_15.03@mail.ru

**СЛОБОДИНА Екатерина Николаевна**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Теплоэнергетика» ОмГТУ, г. Омск.

SPIN-код: 3785-9045

AuthorID (РИНЦ): 763109

ORCID: 0000-0002-5168-2502

ResearcherID: R-7340-2016

Адрес для переписки: slobodina\_e@mail.ru

**МИХАЙЛОВ Андрей Гаррьевич**, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Теплоэнергетика» ОмГТУ, г. Омск.

SPIN-код: 7337-8036

AuthorID (РИНЦ): 385534

AuthorID (SCOPUS): 56503044200

#### Для цитирования

Вдовин О. В., Слободина Е. Н., Михайлов А. Г. Сравнительный анализ теоретических моделей определения теплопроводности наножидкости // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2024. Т. 8, № 1. С. 49–56. DOI: 10.25206/2588-0373-2024-8-1-49-56.

Статья поступила в редакцию 18.01.2024 г.

О. В. Вдовин, Е. Н. Слободина, А. Г. Михайлов

# THE COMPARATIVE ANALYSIS OF THEORETICAL MODELS FOR PREDICTING THERMAL CONDUCTIVITY OF NANOFUID

O. V. Vdovin, E. N. Slobodina, A. G. Mikhailov

Omsk State Technical University,  
Russia, Omsk, Mira Ave., 11, 644050

This article is devoted to the study of thermal conductivity of nanofluid. A nanofluid is a liquid in which nanometer-sized solid particles are dispersed. These particles are called nanoparticles. Nanofluids have new promising thermophysical properties compared to conventional heat transfer fluids. Thermal conductivity is one of the main thermophysical properties of a liquid. Thermal conductivity is of great importance in processes where heat transfer and fluid flow occur. The article presents well-known theoretical models for determining the thermal conductivity of nanofluid. A brief description of these models is given. Some experimental work on determining the thermal conductivity of various nanofluids is considered. A computational study of the effect of aluminum oxide ( $Al_2O_3$ ) and silicon dioxide ( $SiO_2$ ) nanoparticles on the change in thermal conductivity of a nanofluid has been performed. A comparative analysis of known computational models and experimental data is carried out. The accuracy of the calculated models is determined by determining the thermal conductivity of the nanofluid.

**Keywords:** nanofluid, thermal conductivity, nanoparticles, theoretical model, comparative analysis, aluminum oxide, silicon dioxide.

## References

1. Slobodina E. N., Mikhailov A. G. Application peculiarities of the high-temperature fluids containing nanoparticles in gas-tube boilers // *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. Vol. 1652. P. 012037. DOI: 10.1088/1742-6596/1652/1/012037. (In Engl.).
2. Slobodina E. N., Mikhaylov A. G., Gass E. A. Eksperimental'nyye i raschetnyye issledovaniya protsessa kipeniya nanozhidkosti [Experimental and computational studies of the nanofluidic boiling process] // *Izvestiya Transsiba. Journal of Transsib Railway Studies*. 2023. No. 1 (53). P. 103–109. EDN: NYYGES. (In Russ.).
3. Rudyak V. Ya., Minakov A. V., Krasnolutskiy S. L. Fizika i mekhanika protsessov teploobmena v techeniyakh nanozhidkostey [Physics and mechanics of heat exchange processes in nanofluid flows] // *Fizicheskaya mezomekhanika. Physical Mesomechanics*. 2016. Vol. 19, no. 1. P. 75–83. EDN: VSMFOJ. (In Russ.).
4. Maxwell J. C. A. Treatise on Electricity and Magnetism. Oxford, 1873. Vol. 1. 425 p. URL: <https://archive.org/details/electricandmagne01maxwrich/mode/2up> (accessed: 15.12.2023). (In Engl.).
5. Hamilton R. L., Crosser O. K. Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems // *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*. 1962. Vol. 1, no. 3. P. 187–191. DOI: 10.1021/i160003a005. (In Engl.).
6. Bruggeman D. A. G. Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen. I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen [Calculation of various physical constants of heterogeneous substances. I. Dielectric constants and conductivities of mixed bodies made of isotropic substances] // *Annalen Der Physik. Annals of Physics*. 2006. Vol. 416, no. 7. P. 636–664. DOI: 10.1002/andp.19354160705. (In Germ.).
7. Yu W., Choi S. U. S. The role of interfacial layers in the enhanced thermal conductivity of nanofluids: A renovated maxwell model // *Journal of Nanoparticle Research*. 2003. Vol. 5. P. 167–171. DOI: 10.1023/a:1024438603801. (In Engl.).
8. Xue Q., Xu W. M. A model of thermal conductivity of nanofluids with interfacial shells // *Materials Chemistry and Physics*. 2005. Vol. 90. P. 298–301. DOI: 10.1016/j.matchemphys.2004.05.029. (In Engl.).
9. Xuan Y., Li Q., Hu W. Aggregation structure and thermal conductivity of nanofluids // *AIChE Journal*. 2003. Vol. 49, no. 4. P. 1038–1043. DOI: 10.1002/aic.690490420. (In Engl.).
10. Koo J., Kleinstreuer C. A new thermal conductivity model for nanofluids // *Journal of Nanoparticle Research*. 2004. Vol. 6. P. 577–588. DOI: 10.1007/s11051-004-3170-5. (In Engl.).
11. Chon C. H., Kihm K. D., Lee S. P. [et al.]. Empirical correlation finding the role of temperature and particle size for nanofluid ( $Al_2O_3$ ) thermal conductivity enhancement // *Applied Physics Letters*. 2005. Vol. 87, no. 15. P. 153107. DOI: 10.1063/1.2093936. (In Engl.).
12. Wang B.-X., Zhou L.-P., Peng X.-F. A fractal model for predicting the effective thermal conductivity of liquid with suspension of nanoparticles // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2003. Vol. 46, no. 14. P. 2665–2672. DOI: 10.1016/s0017-9310(03)00016-4. (In Engl.).
13. Jang S. P., Choi S. U. S. Role of Brownian motion in the enhanced thermal conductivity of nanofluids // *Applied Physics Letters*. 2004. Vol. 84, no. 21. P. 4316–4318. DOI: 10.1063/1.1756684. (In Engl.).
14. Pak B. C., Choi Y. I. Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles // *Experimental Heat Transfer*. 1998. Vol. 11, no. 2. P. 151–170. DOI: 10.1080/08916159808946559. (In Engl.).
15. Udawattha D. S., Narayana M. Development of a Model for Predicting the Effective Thermal Conductivity of Nanofluids: A Reliable Approach for Nanofluids Containing Spherical Nanoparticles // *Journal of Nanofluids*. 2018. Vol. 7, no. 1. P. 129–140. DOI: 10.1166/jon.2018.1428. (In Engl.).
16. Timofeeva E. V., Moravek M. R., Singh D. Improving the heat transfer efficiency of synthetic oil with silica nanoparticles // *Journal of Colloid and Interface Science*. 2011. Vol. 364, no. 1. P. 71–79. DOI: 10.1016/j.jcis.2011.08.004. (In Engl.).
17. Das S. K., Putra N., Thiesen P. [et al.]. Temperature Dependence of Thermal Conductivity Enhancement for Nano-

fluids // Journal of Heat Transfer. 2003. Vol. 125, no. 4. P. 567. DOI: 10.1115/1.1571080. (In Engl.).

18. Chandrasekar M., Suresh S., Bose C. A. Experimental investigations and theoretical determination of thermal conductivity and viscosity of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/water nanofluid // Experimental Thermal and Fluid Science. 2010. Vol. 34, no. 2. P. 1234–1236. DOI: 10.1016/j.expthermflusci.2009.10.022. (In Engl.).

19. Li C. H., Peterson G. P. The effect of particle size on the effective thermal conductivity of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluids // Journal of Applied Physics. 2007. Vol. 101, no. 4. P. 044312. DOI: 10.1063/1.2436472. (In Engl.).

20. Said Z., Sundar L. S., Tiwari A. K. [et al.]. Recent advances on the fundamental physical phenomena behind stability, dynamic motion, thermophysical properties, heat transport, applications, and challenges of nanofluids // Physics Reports. 2021. Vol. 946. P. 1–94. DOI: 10.1016/j.physrep.2021.07.002. (In Engl.).

---

**VDOVIN Oleg Vladislavovich**, Graduate Student of Heat Power Engineering Department, Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk.

SPIN-code: 8721-5737

AuthorID (RSCI): 939315

Correspondence address: oleg95\_15.03@mail.ru

**SLOBODINA Ekaterina Nikolaevna**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Heat Power Engineering Department, OmSTU, Omsk.

SPIN-code: 3785-9045

AuthorID (RSCI): 763109

ORCID: 0000-0002-5168-2502

ResearcherID: R-7340-2016

Correspondence address: slobodina\_e@mail.ru

**MIKHAILOV Andrey Garrievich**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of Heat Power Engineering Department, OmSTU, Omsk.

SPIN-code: 7337-8036

AuthorID (RSCI): 385534

AuthorID (SCOPUS): 56503044200

#### For citations

Vdovin O. V., Slobodina E. N., Mikhailov A. G. The comparative analysis of theoretical models for predicting thermal conductivity of nanofluid // Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering. 2024. Vol. 8, no. 1. P. 49–56. DOI: 10.25206/2588-0373-2024-8-1-49-56.

Received January 18, 2024.

© O. V. Vdovin, E. N. Slobodina, A. G. Mikhailov