

## АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФРАГМЕНТОВ ГИБКОЙ СЕТЧАТО-ПЛАСТИНЧАТОЙ ПАНЕЛИ: ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВОСЬМИ ОБРАЗЦОВ

В работе представлены результаты экспериментального исследования восьми фрагментов гибкой сетчато-пластинчатой панели размером 2x1 пластинки. Отмечено, что при многократном снятии амплитудно-частотной характеристики положение точки максимума на графике изменяется от измерения к измерению. Выполнена статистическая обработка результатов наблюдений.

**Ключевые слова:** гибкая сетчато-пластинчатая панель, метод вынужденных резонансных колебаний, амплитудно-частотная характеристика.

**Введение.** Ранее было проведено экспериментальное исследование фрагментов гибких сетчато-пластинчатых панелей (ГСП-панелей) с помощью метода вынужденных колебаний [1]. ГСП-панель служит препятствием на пути распространения звуковых колебаний. Она выполнена в виде отдельных квадратных металлических пластинок, закреплённых с обеих сторон на многослойном основании, несущим элементом которого является металлическая сетка [2, 3]. Амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) по ускорению были сняты способом непрерывного увеличения частоты вынужденных колебаний образца. Показано, что скорость изменения частоты воздействия влияет на результат. Выявлен факт зависимости частоты максимума АЧХ от времени воздействия, что указывает на возможное явление ползучести в материалах основания панели.

Актуальность исследования обусловлена необходимостью построения уточнённой математической модели ГСП-панели произвольной конфигурации, а для этого необходим набор экспериментальных данных. Стоит отметить, что ГСП-панель является совершенно новым серийным изделием, разработка которого была завершена в прошлом году, но развитие темы не прекращается.

В продолжение этой работы было проведено расширенное экспериментальное исследование нескольких образцов для подтверждения надёжности полученных ранее результатов и с целью получения более достоверных сведений о частоте максимума АЧХ.

**Эксперимент.** Как и ранее в работе [1], объектом данного исследования является фрагмент ГСП-панели размером 2x1 плитки, получаемый путём вырезания из цельной ГСП-панели (резы выполняют вдоль за-

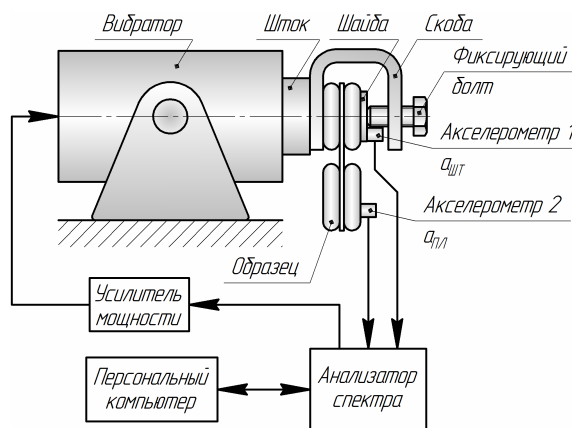


Рис. 1. Схема эксперимента

зоров между пластинками, под прямым углом). Фрагмент представляет собой четыре пластинки, закреплённые на куске основания прямоугольной формы (по две с каждой стороны).

Схема эксперимента представлена на (рис. 1). Фрагмент ГСП-панели закреплён на штоке вибратора. На обеих пластинках с помощью магнитного крепежа установлены акселерометры. Сигналы с обоих датчиков поступают на входы анализатора спектра. На выход встроенного в анализатор генератора подаётся синусоидальный сигнал переменной частоты, который далее поступает через усилитель на вибратор. Все средства измерения имеют свидетельства о государственной поверке.

В эксперименте снимается АЧХ по ускорению (отношение ускорения на свободной пластинке к ускорению на штоке). Процедура снятия АЧХ

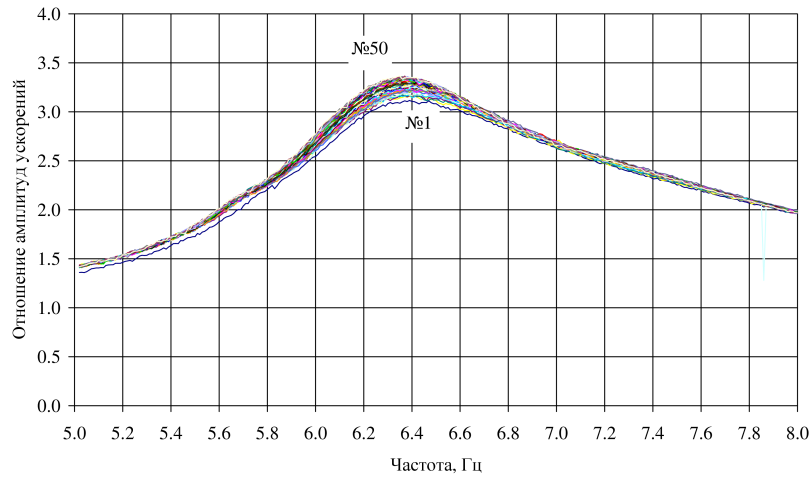


Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики образца № 1, серия 7 (50 измерений)

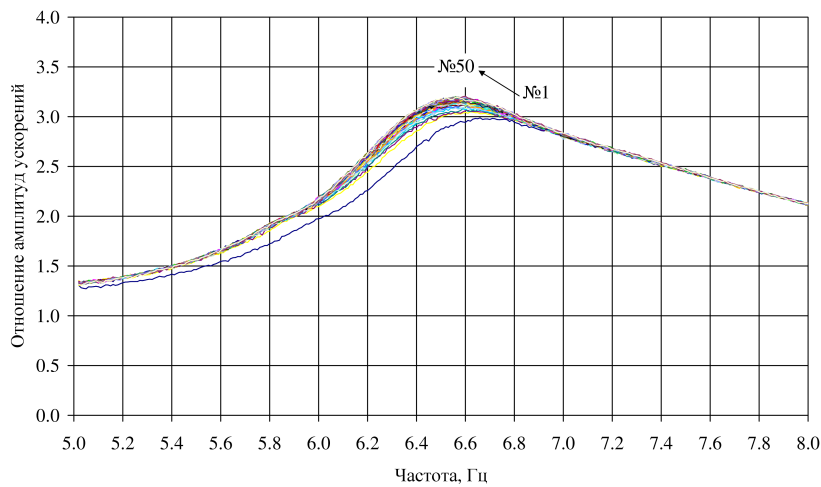


Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики образца № 2, серия 6 (50 измерений)

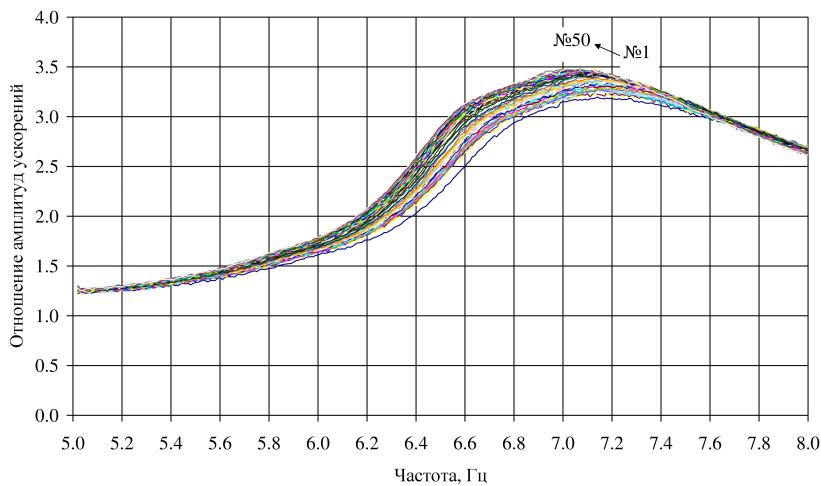


Рис. 4. Амплитудно-частотные характеристики образца № 4, серия 10 (50 измерений)

включает в себя измерение среднеквадратических значений амплитуды виброускорения на штоке  $a_{шт}$  и свободной пластинке  $a_{пл}$  при подаче на вибратор сигнала с развёрткой по линейному закону. Диапазон частот 5–8 Гц (для рассмотрения резонансного пика). Скорость увеличения частоты вынуждающей силы  $\varepsilon = 0,01$  Гц/с, при этом время измерения составляет 300 с.

В исследовании участвуют 8 образцов (вырезаны из одной панели), для каждого из которых проводят по 5 серий измерений в произвольном порядке. В рамках каждой серии измерений процедура снятия АЧХ повторяется многократно (50 раз) с заданным интервалом времени между измерениями (12 с, выбрано ориентировочно по предыдущему исследованию [1]).

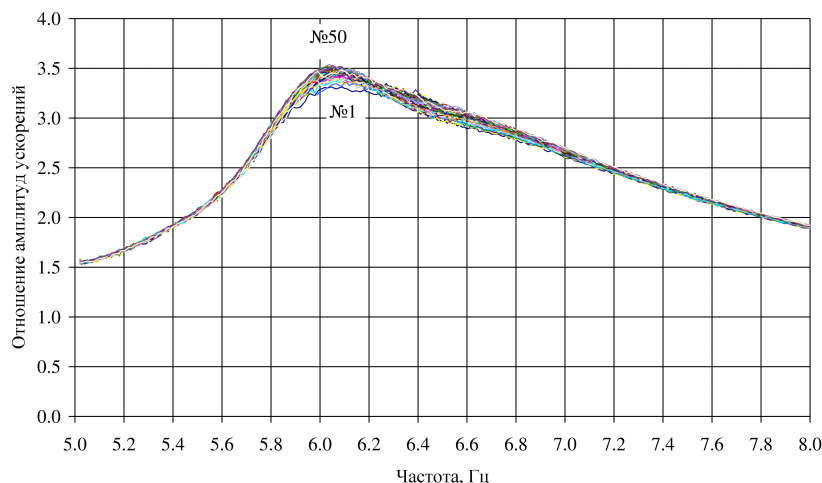


Рис. 5. Амплитудно-частотные характеристики образца № 6, серия 18 (50 измерений)

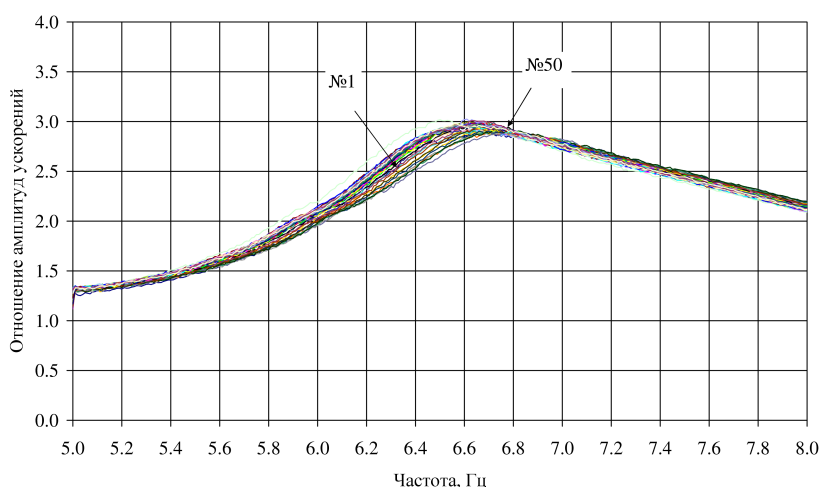


Рис. 6. Амплитудно-частотные характеристики образца № 8, серия 30 (50 измерений)

По окончании этого исследования получено 2000 АЧХ для восьми образцов. В связи с ограничением по объёму публикации АЧХ по всем 40 сериям представлены быть не могут. Приведём только некоторые из них (рис. 2–6). На некоторых графиках стрелкой указано направление «миграции» точки максимума АЧХ, а также положение первой и последней АЧХ.

На рис. 2–6 видно, что поведение резонансного пика в основном повторяет результат, полученный в работе [1]. Однако при рассмотрении всех полученных АЧХ видно, что картина более разнообразная, чем была ранее.

Для дальнейшего рассмотрения представим экспериментальные данные в виде диаграммы значений максимума и частоты максимума АЧХ образцов (рис. 7).

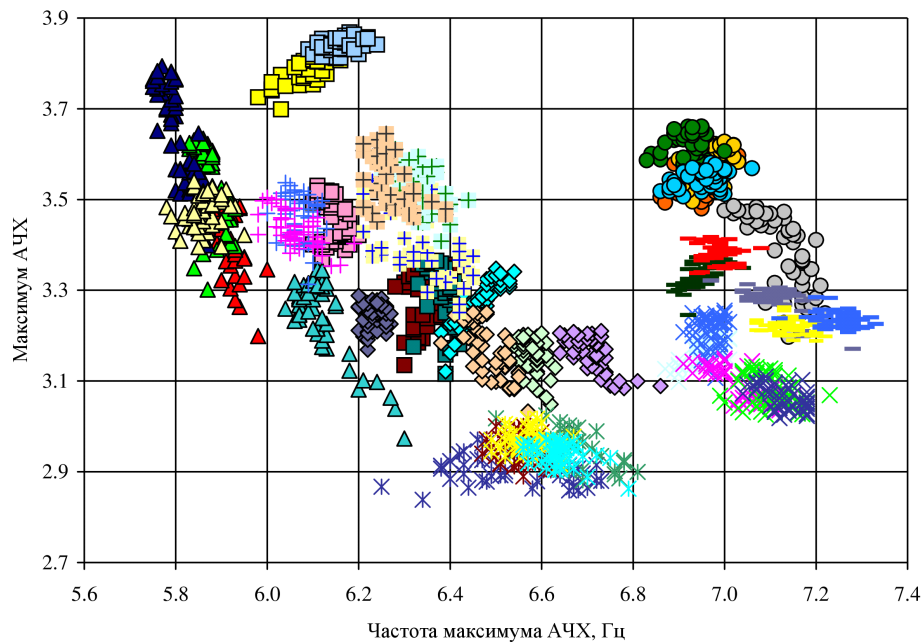
На рис. 7 видно, что точка максимума АЧХ мигрирует в плоскости диаграммы не только от измерения к измерению в рамках одной серии, но и от серии к серии.

Кроме того, на диаграмме точки максимума АЧХ для каждого образца группируются в отдельные кластеры. Это означает, что образцы отличаются друг от друга. Это хорошо видно на рис. 8, где отмечены точки среднеарифметических значений по каждой серии каждого образца, стрелки указывают направление «миграции».

Среди возможных причин описанного поведения резонансного пика следует указать следующие:

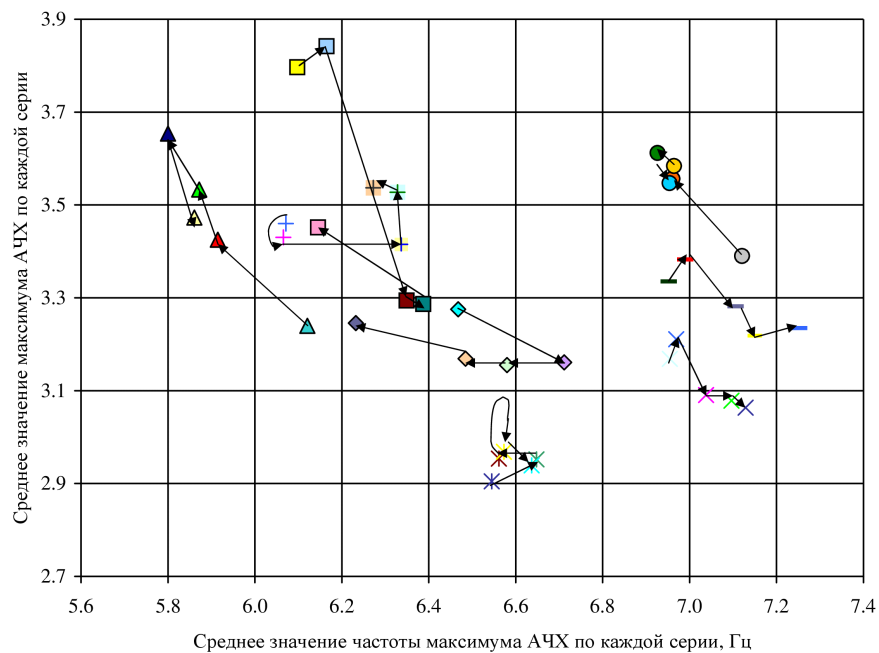
- 1) разная масса образцов из-за технологического разброса размеров пластинок;
- 2) фактически между пластинками разное количество проволок из-за способа изготовления образцов (вырезание);
- 3) различная величина зазора между пластинками, что может быть связано с технологией сборки панели;
- 4) различная величина гибкости основания в зазоре между пластинками у разных образцов из-за неоднородности свойств применяемой сетки, обусловленной технологией её изготовления;
- 5) различные условия контакта пластинок и гибкого основания из-за разной величины прижатия верхней и нижней пластинок друг к другу либо из-за смещения пластинок относительно друг друга вдоль основания, что, вероятнее всего, связано с технологией изготовления;
- 6) каждая установка образца немного отличается от предыдущей величиной момента затяжки фиксирующего болта, местом установки датчика, вертикальностью образца, и прочее.

Как видим, при многократном снятии АЧХ обнаруживается изменчивость положения максимума АЧХ с каждой снятой характеристикой, а значит



- Образец 1 (25092014)    □ Образец 1 (26092014)    ■ Образец 1 (29092014)    ■ Образец 1 (30092014)    □ Образец 1 (01102014)
- ◆ Образец 2 (26092014)    ◆ Образец 2 (29092014)    ◆ Образец 2 (29092014)    ◆ Образец 2 (30092014)    ◆ Образец 2 (02102014)
- ▲ Образец 3 (30092014)    ▲ Образец 3 (01102014)    ▲ Образец 3 (02102014)    ▲ Образец 3 (04102014)    ▲ Образец 3 (07102014)
- Образец 4 (01102014)    ● Образец 4 (02102014)    ● Образец 4 (03102014)    ● Образец 4 (07102014)    ● Образец 4 (10102014)
- × Образец 5 (03102014)    × Образец 5 (06102014)    × Образец 5 (08102014)    × Образец 5 (10102014)    × Образец 5 (13102014)
- + Образец 6 (03102014)    + Образец 6 (06102014)    + Образец 6 (08102014)    + Образец 6 (09102014)    + Образец 6 (13102014)
- Образец 7 (04102014)    — Образец 7 (06102014)    — Образец 7 (08102014)    — Образец 7 (09102014)    — Образец 7 (13102014)
- \* Образец 8 (07102014)    \* Образец 8 (09102014)    \* Образец 8 (10102014)    \* Образец 8 (11102014)    \* Образец 8 (14102014)

**Рис. 7. Диаграмма значений максимума и частоты максимума АЧХ образцов (5 серий для каждого образца по 50 измерений)**



- Образец 1 (25092014)    □ Образец 1 (26092014)    ■ Образец 1 (29092014)    ■ Образец 1 (30092014)    □ Образец 1 (01102014)
- ◆ Образец 2 (26092014)    ◆ Образец 2 (29092014)    ◆ Образец 2 (29092014)    ◆ Образец 2 (30092014)    ◆ Образец 2 (02102014)
- ▲ Образец 3 (30092014)    ▲ Образец 3 (01102014)    ▲ Образец 3 (02102014)    ▲ Образец 3 (04102014)    ▲ Образец 3 (07102014)
- Образец 4 (01102014)    ● Образец 4 (02102014)    ● Образец 4 (03102014)    ● Образец 4 (07102014)    ● Образец 4 (10102014)
- × Образец 5 (03102014)    × Образец 5 (06102014)    × Образец 5 (08102014)    × Образец 5 (10102014)    × Образец 5 (13102014)
- + Образец 6 (03102014)    + Образец 6 (06102014)    + Образец 6 (08102014)    + Образец 6 (09102014)    + Образец 6 (13102014)
- Образец 7 (04102014)    — Образец 7 (06102014)    — Образец 7 (08102014)    — Образец 7 (09102014)    — Образец 7 (13102014)
- \* Образец 8 (07102014)    \* Образец 8 (09102014)    \* Образец 8 (10102014)    \* Образец 8 (11102014)    \* Образец 8 (14102014)

**Рис. 8. Диаграмма среднеарифметических значений максимума и частоты максимума АЧХ образцов**

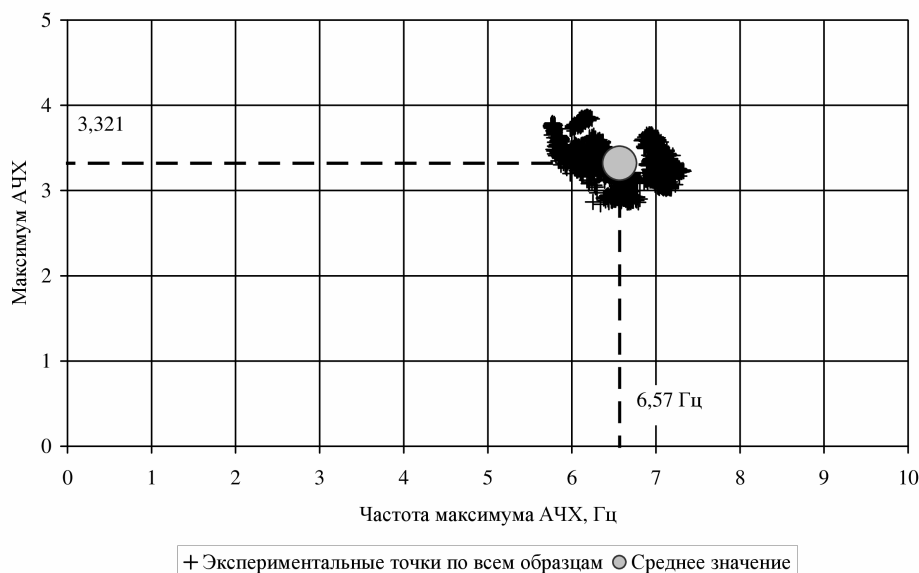


Рис. 9. Средние значения максимума и частоты максимума АЧХ образцов

и с течением времени воздействия. Ряд выполненных экспериментов наводит на мысль о том, что эффект «ползучести» обязан своим существованием именно ткани в составе многослойного основания панели. Следует проверить поведение тех же образцов без ткани. От этого зависит схема построения математической модели ГСП-панели. Однако, это предмет будущих исследований.

Если теперь абстрагироваться от рассмотренных отличий и закономерностей и уменьшить масштаб диаграммы значений максимума и частоты максимума АЧХ образцов (рис. 9), то можно увидеть, что разброс определяемых показателей можно считать незначительным (при определенных условиях).

Выполним в таком ключе статистическую обработку данных измерений в соответствии с ГОСТ 8.207-76 [4] (без определения доверительных границ неисключенной систематической погрешности). За результат наблюдений будем принимать координаты точек на диаграмме (рис. 7). Принимая за результат измерения среднее арифметическое результатов наблюдений, и оценивая границу погрешности результата измерений исключительно по случайной составляющей, можно сказать, что с доверительной вероятностью  $P=0,95$  частота максимума АЧХ равна  $6,57 \pm 0,11$  Гц, а сам максимум АЧХ равен  $3,321 \pm 0,055$ .

**Заключение.** Научная новизна: получены новые экспериментальные данные при нестационарном воздействии на фрагмент ГСП-панели размером  $2 \times 1$  плитки. Анализ полученных результатов исследования показал следующее:

1. Результаты предыдущего исследования не повторились полностью, получилась более разнообразная картина.

2. Все образцы ведут себя по-разному как в рамках одной серии измерений, так и от серии к серии.

3. Доверительной вероятностью  $P=0,95$  можно сказать, что частота максимума АЧХ равна  $6,57 \pm 0,11$  Гц, а сам максимум АЧХ равен  $3,321 \pm 0,055$ . В ряде технических приложений это может быть достаточным с точки зрения точности результатом.

4. Необходим анализ погрешностей измерения и, особенно, оценка неисключенной систематической погрешности.

5. Для уточнения схемы построения математической модели ГСП-панели необходимо провести аналогичное исследование с теми же образцами, у которых удалена ткань из основания.

#### Библиографический список

1. Бохан, В. В. Экспериментальное исследование фрагментов гибких сетчато-пластинчатых панелей с помощью метода вынужденных резонансных колебаний: явление ползучести / В. В. Бохан, А. В. Зубарев // Динамика систем, механизмов и машин : материалы IX Междунар. науч.-техн. конф., 11–13 ноября 2014 г. — Омск, 2014. — Кн. 1. — С. 30–34.
2. Пат. 2340478 Российская Федерация, МПК<sup>6</sup> G 01 K 11/16. Панель звукоизолирующая / Зубарев А. В., Трибельский И. А., Адонин В. А., Малютин В. И.; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное унитарное предприятие «Научно-производственное предприятие «Прогресс». — № 2007131186/11; заявл. 15.08.2007; опубл. 10.12.2008, Бюл. № 34. — 8 с.
3. Пат. 2457123 Российская Федерация, МПК<sup>7</sup> B 60 R 13/08. Панель звукоизолирующая и способ её изготовления / Трибельский И. А., Адонин В. А., Бобров С. П., Денисов В. Д., Бохан В. В., Гидион В. А.; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное унитарное предприятие «Научно-производственное предприятие «Прогресс». — № 2011113321/11; заявл. 06.04.2011; опубл. 27.07.2012, Бюл. № 21.
4. ГОСТ 8.207–76. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Основные положения. — Введ. 1977–01–01. — М.: Стандартинформ, 2006. — 7 с.

**БОХАН Владимир Викторович**, кандидат технических наук, научный сотрудник.

**ГРАКОВ Сергей Александрович**, научный сотрудник.

**ТАРАН Владимир Алексеевич**, инженер-конструктор 1-й категории.

**ЗУБАРЕВ Александр Викторович**, кандидат технических наук, генеральный директор.

Адрес для переписки: progress120@mail.ru

Статья поступила в редакцию 25.02.2015 г.

© В. В. Бохан, С. А. Граков, В. А. Таран, А. В. Зубарев

## ОЦЕНКА ВЫИГРЫША ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАТРАТ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ХАРТЛИ ПЕРЕД ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ ФУРЬЕ

Статья посвящена расчету выигрыша в быстродействии по методу Хартли относительно метода Фурье, который составляет приблизительно 36 %. Что обусловлено отсутствием комплексных чисел при расчетах и позволяет использовать менее быстродействующие микроконтроллеры, тем самым снижая затраты при разработке систем связи.

**Ключевые слова:** БПФ, БПХ, базис Хартли, базис Фурье.

В настоящее время в функциональных узлах цифровой передачи данных широко используется быстрое преобразование Фурье (БПФ). Реализация классического способа передачи данных с частотным уплотнением посредством прямого и обратного преобразования Фурье (ПФ) сталкивается с рядом трудностей, среди которых особенно стоит отметить вычислительную сложность, учитывающую комплексное представление чисел, а также несимметричность ПФ относительно мнимой единицы.

Альтернативным способом передачи информации по каналу связи является способ основанный на использовании вещественного преобразования Хартли (ПХ). Методика анализа временных затрат на вычисление ПХ и ПФ приведена в монографии [1].

Преобразование Хартли — вещественное преобразование, благодаря чему не требуется выполнять операции с мнимой частью. Еще одна особенность, существенно упрощающая аппаратную и программную реализацию системы связи, по сравнению с преобразованием Фурье, заключается в том, что прямое и обратное преобразования Хартли идентичны.

Быстрое вычисление дискретного ПФ (ДПФ) — вектор делится на части, результаты обработки которых затем сливаются вместе. Разделим общую сумму на две части: первая содержит слагаемые с четными индексами, вторая — с нечетными.

$$\begin{aligned}
 Y_k &= \sum_{x=0}^{N-1} a_x w_N^{xk} = \sum_{x=0}^{N/2-1} a_{2x} w_N^{2xk} + \\
 &+ \sum_{x=0}^{N/2-1} a_{2x+1} w_N^{(2x+1)k} = \sum_{x=0}^{N/2-1} a_{2x} w_N^{2xk} + \\
 &+ w^x \sum_{x=0}^{N/2-1} a_{2x+1} w_N^{2xk}.
 \end{aligned}$$

Получившееся равенство даёт способ вычислять  $k$ -й коэффициент ДПФ вектора длины  $N$  через два преобразования длины  $N/2$ , одно из которых применяется к вектору  $a^{uem}$  из координат вида  $a_{2x}$ , а другое — к вектору  $a^{nечет}$  из координат вида  $a_{2x+1}$ . Общая схема алгоритма состоит в повторяющемся сведении ДПФ вектора длины  $N$  к векторам длины  $N/2$  и объединении результатов. Базисом рекурсии слу-

жат векторы длины 1, для которых ДПФ — сам вектор.

Преобразование Хартли в виде прямого и обратного соотношения записываются в виде пары преобразований

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} V(t) \text{cas} 2\pi f t dt, \quad V(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) \text{cas} 2\pi f t df,$$

где функция  $\text{cas}$  представляет собой сумму косинуса и синуса одного и того же аргумента  $\text{cas}(t) = \cos(t) + \sin(t)$ .

Как видно из формул, алгоритм обработки сигналов идентичен как на передающей стороне (модуляция — обратное преобразование Хартли), так и на приёмной стороне (демодуляция — прямое преобразование Хартли), что существенно упрощает аппаратную и программную реализацию многоканальной системы связи. На практике используется дискретное преобразование Хартли, теория и практика применения которого достаточно подробно описаны в работах [1–2].

ДПФ вектора имеет физический смысл, а именно, если вектор представляет собой дискретизированный сигнал, то ДПФ раскладывает его по частотам. Преобразование Хартли не имеет такой явной интерпретации. Однако преобразование Фурье за  $N$  сложений и умножений, что быстрее, чем послеобработка в действительные числа. Поэтому если исходные данные действительны, то БПХ может быть более эффективным, нежели БПФ. При этом из ряда формул при подстановке представлений коэффициентов Фурье, выраженных через элементы ДПХ, получается весьма удобное для вычислений выражение. Поэтому пересчёта ДПХ в ДПФ иногда можно избежать, например, при умножении длинных чисел [2]. Параллелизм на уровне инструкций процессора также приблизительно одинаковый, поэтому реальная эффективность практически одна и та же. Однако есть несколько моментов, которые отличаются.

Код для БПХ проще. Формула обратного преобразования совпадает с формулой для прямого, за исключением множителя  $1/N$ , в то время как при вычислении обратного БПФ приходится вводить

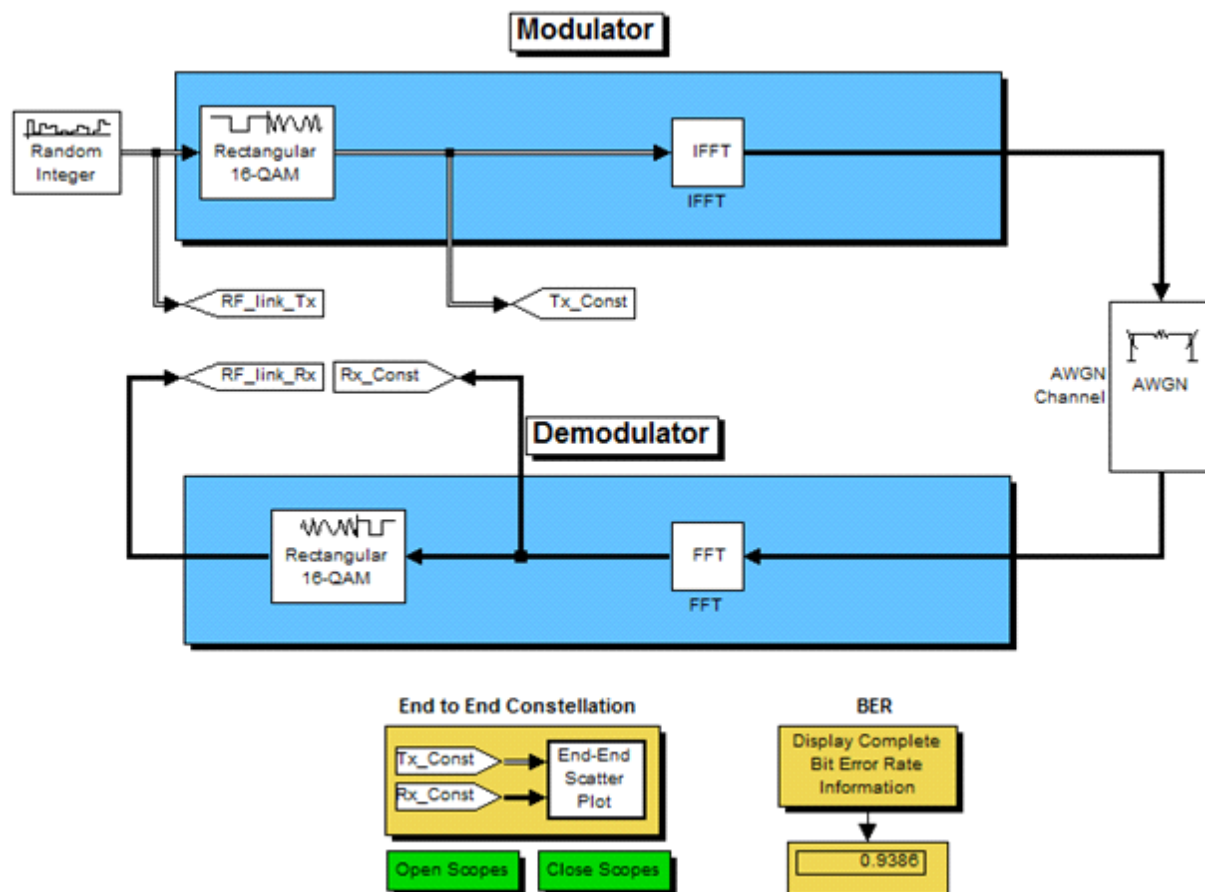


Рис. 1. Модель модема на основе преобразования Фурье

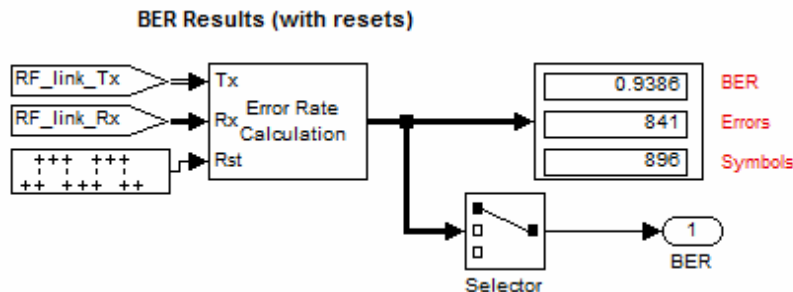


Рис. 2. Блок расчёта коэффициента ошибочных битов

дополнительный параметр или делать новую функцию.

Точность БПХ, как правило, немного выше, чем у БПФ.

При вычислении БПФ действительного вектора сначала вычисляется «комплексное» БПФ половинной длины, а потому производится послеобработка, которая отсутствует в БПХ.

Это даёт БПХ дополнительное упрощение кода, по сравнению с БПФ и влияет на эффективность при малых длинах векторов. Однако чем длиннее вектор, тем это влияние слабее.

БПФ активно используется уже много лет, программисты соревновались, кто его лучше напишет, и, как следствие, существует много очень хорошо оптимизированных исходных кодов различных вариаций алгоритма. Обратная ситуация с БПХ. Этот алгоритм был запатентован Брэйсуэллом, и каждый, кто хотел его использовать, должен был платить большие деньги. Лишь сравнительно недавно патент

истек, и алгоритм стал доступен широкой публике. Поэтому найти аналогичную по качеству реализацию в общем доступе довольно сложно.

Разработка модели модема будет произведена в виде функций для численных экспериментов и компонентов для среды моделирования Simulink из комплекта программного пакета MathWorks Matlab [3]. Быстрое преобразование Хартли реализовано в виде класса *fhT*, который содержит ряд свойств и методов для реализации данного алгоритма. Компонент Simulink Быстрое преобразование Хартли основан на этом классе. Основой данного класса является метод *FHT\_F*, который имеет три входных параметра. Первым параметром являются данные для преобразования. Вторым параметром — размер входных данных. Третьим параметром является таблица синусов, которая формируется с помощью метода данного класса *init\_trig*. Метод *FHT\_F* вызывает себя рекурсивно, поделив входные данные пополам и преобразовав их с помощью метода *FHT\_F2Butterfly*, пока длина

блока данных не достигнет 4. В каждой итерации вызывается метод *nex\_t\_trig\_row* для получения значений используемых синусов и косинусов.

Для численного эксперимента зададим следующие данные: исходный блок данных

$$D = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Длина блока данных равняется 8. Для данной длины данных таблица синусов будет равна  $\text{SinTabl} = (1,22e^{-161} 0,707 0,382 0,195 0,098)$ .

Результат работы алгоритма:

$$W = \begin{pmatrix} 5,6569 \\ 0 \\ 2,3431 \\ 4 \\ 5,6569 \\ 8 \\ 13,6569 \\ 36 \end{pmatrix}.$$

Для реализации помех в канале связи добавим аддитивный белый гауссовский шум с помощью функции *Matlabawgn*, при соотношении сигнал/шум, равном 40 дБ.

$$W = \begin{pmatrix} 5,6536 \\ -0,0075 \\ 2,3568 \\ 3,9829 \\ 5,6558 \\ 7,9976 \\ 13,6600 \\ 36,0031 \end{pmatrix}.$$

Для обратного преобразования необходимо передать методу *FHT\_FW'* как входные данные, оставив длину и таблицу синусов неизменными.

Результатом работы алгоритма будет:

$$D = \begin{pmatrix} 1,0026 \\ 1,9977 \\ 3,0050 \\ 3,9946 \\ 5,0011 \\ 6,0013 \\ 7,0013 \\ 7,9994 \end{pmatrix}.$$

**Преобразование Фурье.** Модель модема на основе преобразования Фурье, разработанная в среде *Simulink* (рис. 1). Область с блоками подписанная как *Modulator* — модулятор, область с блоками подписанная как *Demodulator* — демодулятор. Блок *RandomInteger* —

генератор псевдослучайных чисел выступает в роли источника сообщений. От источника сообщений данные поступают в модулятор, который состоит из двух блоков. Первый *Rectangular 16-QAM* — квадратурный модулятор, в данном случае используется 16-QAM. Модулированный сигнал поступает на блок *IFFT* — обратного быстрого преобразования Фурье. После преобразования сигнала в модуляторе данные поступают в канал связи на блок *AWGN* — аддитивный белый гауссовский шум. После канала связи сигнал передаётся в модулятор, который состоит из двух блоков. Первый блок *FFT* — быстрого преобразования Фурье. Далее на *Rectangular 16-QAM* — квадратурный демодулятор. С входа модулятора и выхода демодулятора через ярлыки *RF\_link\_Tx* и *RF\_link\_Rx*, соответственно, данные передаются в *BER* — блок расчёта коэффициента ошибочных битов (рис. 2). Результаты анализа модели по коэффициенту ошибочных битов при различных отношениях сигнал/шум приведены в (табл. 1). График зависимости коэффициента ошибочных битов от отношения сигнал/шум (рис. 3).

**Преобразование Хартли.** Модель модема на основе преобразования Хартли, разработанная в среде *Simulink* (рис. 4).

В данной схеме блок *msfunfht* — быстрое преобразование Хартли, он единственный для модулятора и демодулятора. Результаты анализа модели по коэффициенту ошибочных битов при различных отношениях сигнал/шум приведены в табл. 1. График зависимости коэффициента ошибочных битов от отношения сигнал/шум (рис. 5).

Обобщённые графики зависимостей коэффициента ошибочных битов от отношения сигнал/шум для модемов на основе преобразования Фурье и преобразования Хартли (рис. 6). Выигрыш преобразования Хартли перед преобразованием Фурье по коэффициенту ошибочных битов порядка 25 дБ.

**Оценка выигрыша быстрого преобразования Хартли перед Фурье.** Пусть  $T(N)$  — время вычисления длины вектора  $N$ . Вектор рекурсивно разбивается на две части, объединение которых происходит за  $I(N)$  операций. Всего шагов разбиения  $\log_2 N$ , так что общее время  $I(N \log_2 N)$ . На каждом уровне дерева рекурсии делается  $N/2$  бабочек, каждая состоит из одного комплексного умножения и двух комплексных сложений.

Вычисление бабочки в быстром преобразовании Фурье [4]. Учитывая, что комплексное умножение выполняется за 4 обычных умножения и 2 сложения, получаем общее количество операций:  $2N$  умножений и  $3N$  сложений/вычитаний на каждом уровне дерева рекурсии. Всего на бабочки уходит  $2N \log_2 N$  умножений и  $3N \log_2 N$  сложений.

Вычисление бабочки в быстром преобразовании Хартли. Из метода *FHT\_F2Butterfly* видно, что вычисление спаренной бабочки БПХ состоит из шести сложений и четырех умножений, так что на одном уровне происходит порядка  $3N/2$  сложений и  $N$  умножений. Всего на бабочки уходит  $N \log_2 N$  умножений и  $3N/2 \log_2 N$  сложений [5–6].

Затраты на тригонометрию. *NEXT\_TRIG\_POW* вызывается при каждой итерации бабочки, другими словами всего  $(N \log_2 N)/2$  раз. Кроме того, *INIT\_TRIG* вызывается по разу на каждом узле дерева рекурсии, всего узлов  $2N-1$ . Таким образом, стоимость вычисления составляет  $I(N \log_2 N)$ .

Таким образом, стоимость расчёта быстрого преобразования Хартли составляет  $I(9N/2 \log_2 N)$ . Стоимость расчёта быстрого преобразования Фурье



Таблица 1

SNR, дБ	80	70	60	50	40	30	20	10
BERФурье	0,025	0,528	0,821	0,906	0,924	0,928	0,94	0,951
BERХартли	0	0	0,005	0,124	0,402	0,812	0,874	0,909

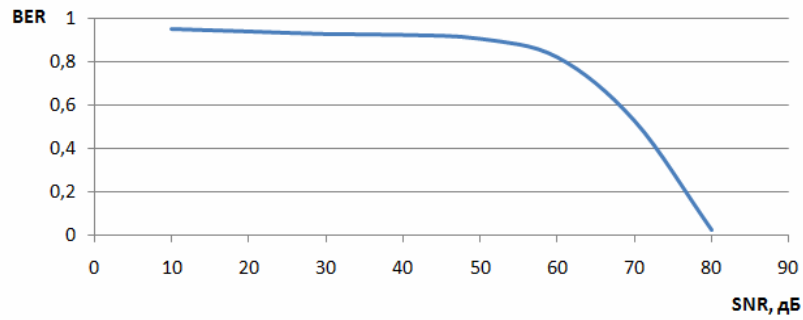


Рис. 3. Зависимость коэффициента ошибочных битов от отношения сигнал/шум

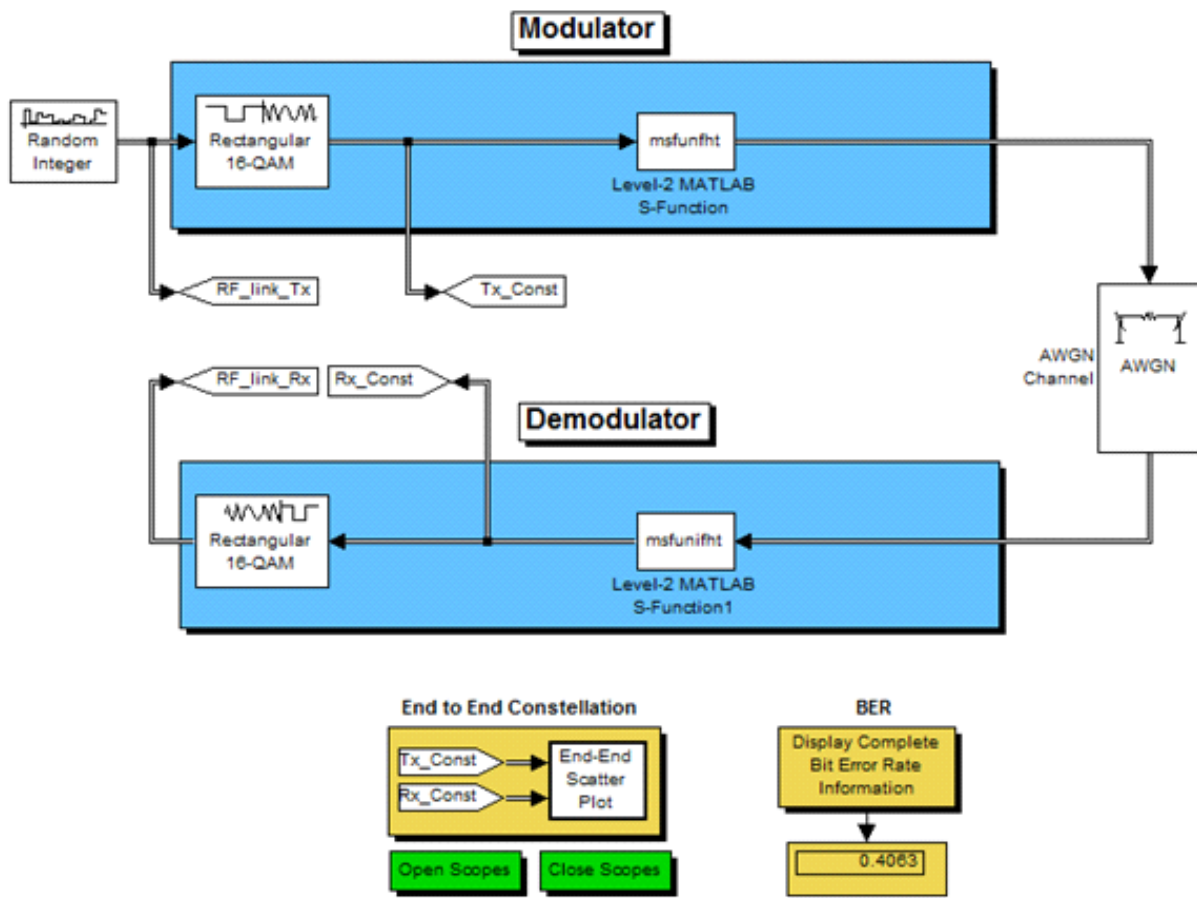


Рис. 4. Модель модема на основе преобразования Хартли

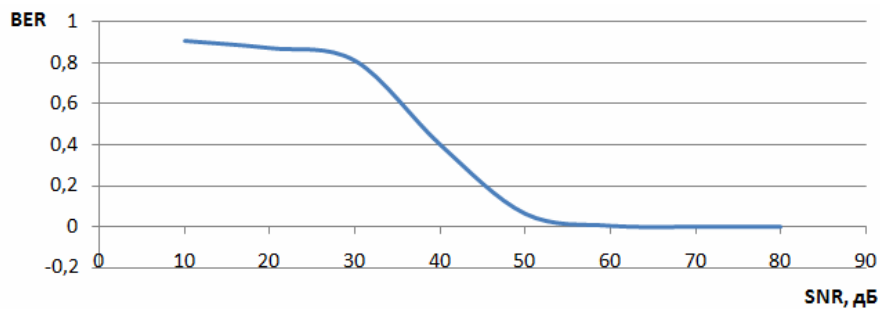


Рис. 5. Зависимость коэффициента ошибочных битов от отношения сигнал/шум

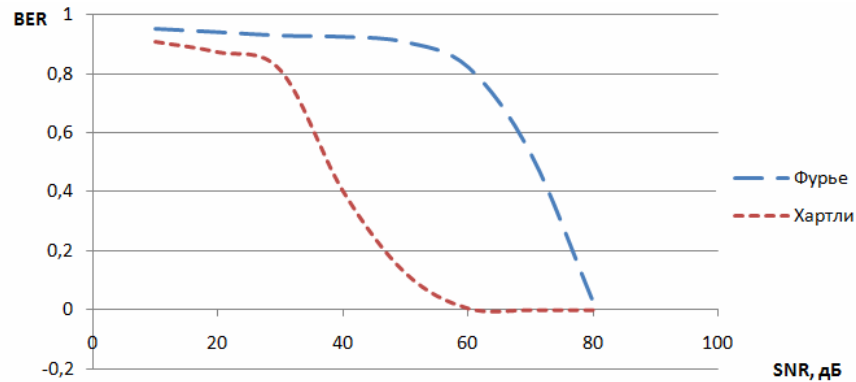


Рис. 6. Зависимости коэффициента ошибочных битов от отношения сигнал/шум

составляет  $I(7N \log_2 N)$ . Вычислим процентное соотношение:

$$\frac{7N \cdot \log_2 N - \frac{9N}{2} \log_2 N}{7N \cdot \log_2 N} \cdot 100 \% = 35,7 \%$$

Таким образом, затраты на вычисление быстрого преобразования Хартли составляют приблизительно на 36 % меньше, чем затраты на вычисление быстрого преобразования Фурье. Это обусловлено отсутствием комплексных чисел при вычислении. Что позволяет использовать менее быстродействующие микроконтроллеры, тем самым снизить затраты при разработке модемов и их функциональных узлов.

Точность быстрого преобразования Хартли, как правило, немного выше, чем у быстрого преобразования Фурье [5]. Что благоприятно сказывается на использовании быстрого преобразования Хартли в системах связи.

**Заключение.** Код для быстрого преобразования Хартли проще, нежели код для быстрого преобразования Фурье. Формула обратного преобразования совпадает с формулой для прямого, за исключением множителя  $1/N$ . Что позволяет использовать один и тот же функциональный узел модема связи для прямого и обратного преобразования. В то время как при вычислении обратного быстрого преобразования Фурье приходится вводить дополнительный параметр или делать новую функцию.

При вычислении быстрого преобразования Фурье действительного вектора сначала вычисляется «комплексное» быстрого преобразования Фурье половинной длины, а потому производится послеобработка, которая отсутствует в быстром преобразовании Хартли.

## Книжная полка

Перов, А. И. Радиоавтоматика : учеб. / А. И. Перов, В. Н. Замолодчиков, В. М. Чиликин. — М. : Радиотехника, 2014. — 320 с. — ISBN 978-5-88070-366-1.

Изложены принципы действия, способы математического описания, методы анализа качества работы и синтеза систем радиоавтоматики; рассмотрены структурные схемы; дан анализ устойчивости, точности непрерывных и дискретных систем радиоавтоматики; большое внимание уделено математическому описанию и структурным схемам непрерывных и дискретных систем методами пространства состояний. Весь теоретический материал подкреплен примерами и контрольными вопросами. Для студентов, обучающихся по направлению подготовки бакалавров 210400 «Радиотехника», а также для инженерно-технических работников, занимающихся проектированием систем радиоавтоматики.

## Библиографический список

1. Брейсуэлл, Р. Преобразование Хартли. Теория и приложения / Р. Брейсуэлл ; пер. с англ. ; под ред. И. С. Рыжак. — М. : Мир, 1990. — 175 с.
2. Солонина, А. И. Алгоритмы и процессоры цифровой обработки сигналов / А. И. Солонина, Д. А. Улахович, Л. А. Яковлев. — СПб. : БХВ-Петербург, 2001. — 464 с.
3. Потемкин, В. Г. Вычисления в среде MATLAB / В. Г. Потемкин. — М. : Диалог-МИФИ, 2004. — 720 с.
4. Прокис, Дж. Цифровая связь / Дж. Прокис ; пер. с англ. ; под ред. Д. Д. Кловского. — М. : Радио и связь, 2000. — 800 с.
5. Слюсар, В. И. Метод неортогональной частотной дискретной модуляции на основе преобразования Хартли с квадратурной амплитудной модуляцией частотных несущих / В. И. Слюсар, В. Г. Смоляр // Системы обработки информации. — 2008. — Вып. 2. — С. 102–104.
6. Слюсар, В. И. Исследование возможностей частотного уплотнения сигналов N-OFDM на основе базисных функций Хартли / В. И. Слюсар, В. Г. Смоляр, Ю. В. Уткин // Радиоэлектронные и компьютерные системы. — 2006. — Вып. 6. — С. 215–218.

**АВЕРЧЕНКО Артем Павлович**, ассистент кафедры средств связи и информационной безопасности.

Адрес для переписки: [avarte@mail.ru](mailto:avarte@mail.ru)

**ЖЕНАТОВ Беким Десимбаевич**, кандидат технических наук, доцент кафедры средств связи и информационной безопасности; начальник НИЧ.

Адрес для переписки: [bekin54@mail.ru](mailto:bekin54@mail.ru)

Статья поступила в редакцию 14.04.2015 г.

© А. П. Аверченко, Б. Д. Женатов

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПОДАВЛЕНИЯ МОДЫ В В ПЬЕЗОЭЛЕМЕНТАХ КВАРЦЕВЫХ РЕЗОНАТОРОВ ТД СРЕЗА

Основным недостатком кварцевых резонаторов ТД и SC среза является низкое сопротивление температурной моды (В-моды), что затрудняет устойчивое возбуждение основной моды (С-моды). В работе рассматриваются методы подавления нежелательной моды колебаний в резонаторах двухповоротных срезов, основанные на использовании специальных конструкций электродов возбуждения, и результаты экспериментов по исследованию свойств таких резонаторов. Показано, что небольшое изменение традиционной конструкции электродов позволяет более чем в три раза улучшить отношение сопротивлений мод без ухудшения сопротивления основной моды.

**Ключевые слова:** ТД срез, мода В, мода С, кварцевый резонатор, двухповоротный срез, подавление температурной моды.

Кварцевые резонаторы, выполненные на основе пьезоэлементов двухповоротных срезов, таких как ТД и SC, имеют ряд преимуществ по сравнению с резонаторами на основе наиболее популярного АТ среза. К таким преимуществам относятся: более высокий частотный коэффициент, благодаря чему при той же частоте резонатор получается более толстым и более прочным; низкая чувствительность к силовым воздействиям, в результате чего заметно ослабляется влияние вибраций и термоударов на стабильность частоты; меньшее значение температурного коэффициента частоты второго порядка в точках экстремума температурно-частотной характеристики, что снижает требования к точности стабилизации температуры; меньшее значение температурного гистерезиса; меньшая чувствительность к мощности возбуждения; большее значение отношения статической и динамической емкостей, что уменьшает влияние реактивности внешней схемы возбуждения на выходную частоту.

Помимо достоинств, резонаторы ТД среза имеют ряд недостатков: существенное влияние давления газа внутри корпуса резонатора на его динамическое сопротивление и добротность; большая сложность изготовления кристаллических элементов; во многих случаях более высокая добротность и более низкое динамическое сопротивление Rb побочного колебания (моды В) по сравнению динамическим сопротивлением Rc основной моды колебаний (моды С). Так как значение частоты побочного колебания всего на 10 % превышает частоту основного, последний недостаток является одним из самых существенных. Для его устранения схему автогенератора приходится усложнять, вводя в неё дополнительные частотно-зависимые элементы (в основном это катушки индуктивности). Это приводит к ухудшению шумовых параметров, технологичности настройки и изготовления, температурной и долговременной стабильности генератора.

Целью данной работы является изучение влияния конструкции пьезоэлемента, в частности, различных электродных структур, на параметры основного и побочного колебания в резонаторах двухповоротных срезов и выявление оптимальных конструкций для практического применения.

Авторам данной работы неизвестны серийные генераторы и резонаторы, где в конструкциях их пьезоэлементов решены вопросы подавления побочной моды, что, учитывая количество недостатков, вносимых частотно-зависимой схемой, делает приведенное здесь исследование актуальным.

В работе [1] предлагается вариант подавления моды В, основанный на пространственном различии характеристик распределений колебаний ангармоник основной и температурной мод колебаний. При этом используются двухсекционные электроды с противофазным включением секций, в результате чего в резонаторе возбуждается ближайшая ангармоника основной частоты. Однако результаты, полученные в данной работе, не позволяют рекомендовать использование таких конструкций в серийных изделиях, так как отношение сопротивлений Rb/Rc в предложенном методе не превышает величины 1,4, что недостаточно для надежной работы схемы возбуждения.

В работе [2] представлены четыре различные конструкции, основанные на использовании параллельного поля для возбуждения колебаний основной моды, что позволяет почти полностью подавить побочную моду В. Однако в этих конструкциях динамические сопротивления основного колебания имеют величину от 300 до 1100 Ом, что является слишком большим значением для использования таких резонаторов в схемах высокостабильных кварцевых генераторов.

В работах [3, 4] показано, что распределение плотности поверхностного заряда на поверхности кристаллических элементов ТД среза не является

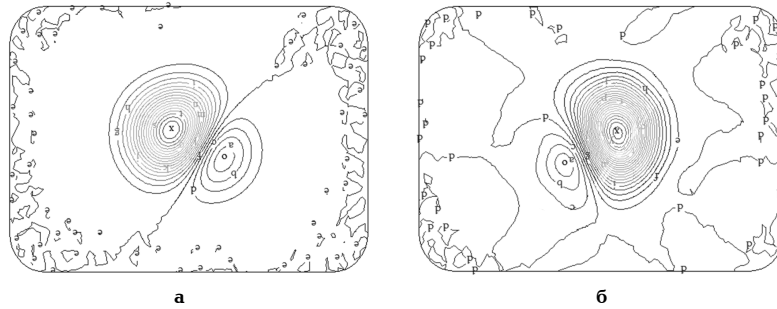


Рис. 1. Поверхностная плотность заряда на поверхности кристаллического элемента для моды С (а) и моды В (б)

Таблица 1

Коэффициенты для расчета поверхностной плотности тока

p	Индексы		
	i = 1	i = 2	i = 3
1	$\frac{-2h}{n^2 \pi^2} \frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x}$	$\frac{-2h}{n^2 \pi^2} \frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial z}$
2	$-\frac{\partial A_y}{\partial x}$	$2 \frac{A_y}{h}$	$-\frac{\partial A_y}{\partial z}$
3	$\frac{-2h}{n^2 \pi^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial x \partial z}$	$-\frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{-2h}{n^2 \pi^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2}$
4	$\frac{-2h}{n^2 \pi^2} \frac{\partial^2 A_y}{\partial x \partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}$	$2 \frac{A_z}{h} - \frac{\partial A_y}{\partial z}$	$\frac{-2h}{n^2 \pi^2} \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2} - \frac{\partial A_z}{\partial z}$
5	$\frac{-2h}{n^2 \pi^2} \left( \frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} \right)$	$-\left( \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial A_x}{\partial z} \right)$	$\frac{-2h}{n^2 \pi^2} \left( \frac{\partial^2 A_z}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} \right)$
6	$\frac{-2h}{n^2 \pi^2} \frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} - \frac{\partial A_x}{\partial x}$	$2 \frac{A_x}{h} - \frac{\partial A_y}{\partial x}$	$\frac{-2h}{n^2 \pi^2} \frac{\partial^2 A_y}{\partial x \partial z} - \frac{\partial A_x}{\partial z}$

центрально-симметричным, и это следует учитывать при проектировании электродов. Типовые распределения плотностей поверхностного заряда в линзовом элементе ТД среза, рассчитанные на основе метода конечных элементов в работе [5] для мод С и В, показаны на рис. 1а и 1б соответственно.

Такие распределения плотности поверхностного заряда подтверждаются экспериментальными данными. Используя различия в этих распределениях для мод С и В, можно создать конструкцию пьезоэлемента, в котором активность моды В будет уменьшена и, соответственно, увеличено ее сопротивление.

Сопротивления мод колебаний можно рассчитать по формуле:

$$R_m = \frac{2\omega_0 E_k}{Q \cdot I_e^2}, \quad (1)$$

где  $E_k$  — кинетическая энергия колебаний,  $I_e$  — амплитуда тока через резонатор,  $Q$  — добротность резонатора.

Добротность резонатора в (1) является заданной величиной, а остальные величины могут быть вычислены следующим образом:

$$E_k = \frac{\rho \cdot \omega_0^2}{4} \int_s (A_x^2 + A_y^2 + A_z^2) dS, \quad (2)$$

$$I_e = \omega_0 \int_{S_e} (e_{ip} K_{ip}) dS_e. \quad (3)$$

В формуле (2)  $A_x, A_y, A_z$  — компоненты амплитуды колебаний на поверхности резонатора (они явля-

ются функциями координат в плоскости пластины резонатора),  $\rho$  — плотность кварца. Интегрирование ведется по всей верхней поверхности резонатора. В формуле (3)  $e_{ip}$  — значения пьезоэлектрических коэффициентов в системе координат пластины резонатора, а коэффициенты  $K_{ip}$  представляют собой интегрированные по толщине компоненты деформаций, учитывающие распределение амплитуды механических смещений по поверхности пластины. Значения этих коэффициентов приведены в табл. 1 [5]. Интегрирование в формуле (3) проводится по площади электрода  $S_e$ .

Программа для расчета распределений с помощью данных формул, написанная в среде FlexPDE, приведена в [6].

Для исследований были использованы одинаковые кристаллические элементы с различными электродными конструкциями. Кристаллический элемент представлял собой прямоугольную плоско-выпуклую линзу ТД среза с радиусом кривизны 300 мм с частотой 10 МГц, изготовленную из искусственного кварца и работающую на 3-й механической гармонике. Длинная сторона пьезоэлемента направлена вдоль оси X, короткая — вдоль оси Z. Пластина имеет размеры 10×7 мм. Серебряные электроды толщиной 1000 ангстрем напылялись на поверхность термическим методом через различные маски.

Для экспериментов были изготовлены четыре различные конструкции. Конструкция № 1, с квадратными электродами 4×4 мм, показана на рис. 2а и является базовой в этой статье.

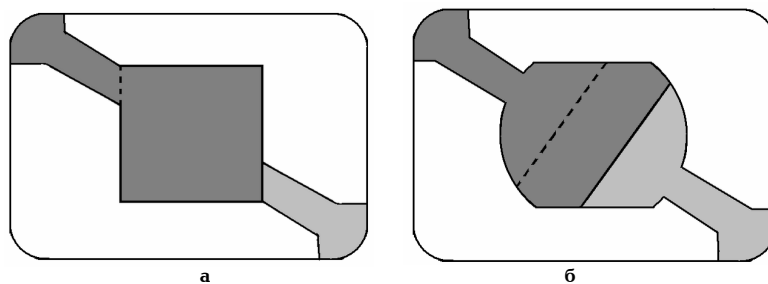


Рис. 2. Конструкции № 1 (а) и № 2 (б)

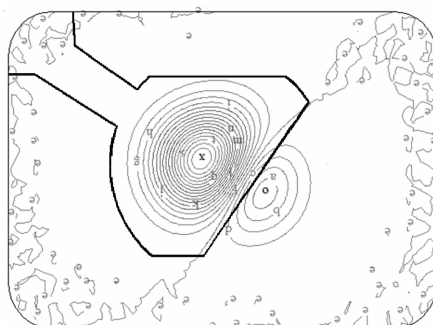


Рис. 3. Конструкция № 2 и поверхностная плотность тока для моды С

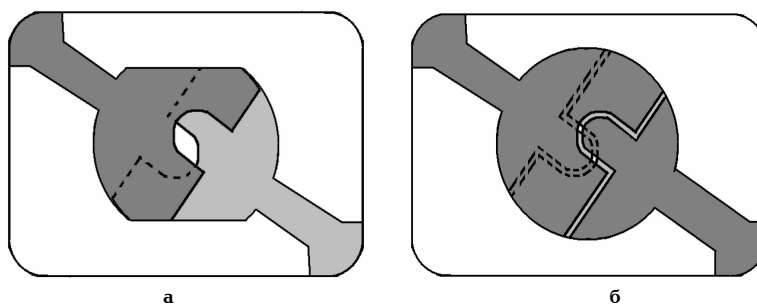


Рис. 4. Конструкции № 3 (а) и № 4 (б)

Конструкции № 2, 3 и 4 выполнены с учетом результатов расчетов плотности поверхностных зарядов [5] и отличаются конфигурацией электродов.

Конструкция № 2 содержит два электрода, каждый из которых представляет собой усеченный круг диаметром 5 мм (рис. 2б). Расположение наклонной границы соответствует линии уровня нулевой плотности заряда для моды С, как показано на рис. 3. Угол между осью X и линией этой границы составляет примерно 55 градусов. Электроды на разных сторонах резонатора расположены симметрично относительно центра элемента. Площадь перекрытия электродов в этой конструкции составляет около  $8 \text{ мм}^2$ , что в два раза меньше площади перекрытия в базовой конструкции.

Конструкция № 3 похожа на № 2, но на каждом электроде дополнительно имеется выемка, расположенная в области максимальной плотности заряда моды В (рис. 4а). Назначение этой выемки — ослабить ток моды В, что в соответствии с (1) должно привести к увеличению ее сопротивления.

Конструкция № 4 (рис. 4б) является четырехэлектродной. От № 3 отличается наличием дополнительных сегментов, расположенных в области инверсии поляризации, соединенных электрически с основными электродами на противоположной стороне. Сегменты расположены на противоположных сторо-

нах симметрично по отношению к центру пластины и их выступы расположены в области расчетной максимальной плотности заряда моды В. Размер выступа был выбран расчетным путем так, чтобы обеспечить максимальное подавление моды В.

Для проведения исследований были изготовлены несколько резонаторов для каждой из приведенных выше конструкций.

Для правильной установки кристаллических элементов в маски для металлизации была произведена модификация стандартного рабочего места (рис. 5). Модификация заключалась в создании диагонального смещения тестовых электродов на противоположных сторонах элемента, примерно соответствующего расположению будущих напыляемых электродов. Далее производились измерения сопротивления моды С при четырех возможных положениях пластины, и выбиралось такое ее положение, когда это сопротивление принимало минимальное значение.

В табл. 2 представлены типовые результаты измерений параметров вакуумированных резонаторов различных конструкций. Все измерения были сделаны на установке Crystal Network Analyser фирмы Transat.

Результаты показывают, что максимальное сопротивление В-моды может достигать 6000 Ом (конструкция № 4), а отношение сопротивлений  $R_b/R_c$

Результаты экспериментов

Конфигурация	Параметр				
	Сопротивление моды С, R <sub>c</sub> , Ом	Добротность моды С	Сопротивление моды В, R <sub>b</sub> , Ом	Добротность моды В	R <sub>b</sub> /R <sub>c</sub>
№ 1	90	1·10 <sup>6</sup>	70	2,5·10 <sup>6</sup>	0,78
№ 2	90	1·10 <sup>6</sup>	220	880·10 <sup>3</sup>	2,44
№ 3	220	750·10 <sup>3</sup>	700	630·10 <sup>3</sup>	3,18
№ 4	650	310·10 <sup>3</sup>	6000	120·10 <sup>3</sup>	9,23

может быть больше 9. Это гораздо лучше, чем отношение сопротивлений мод в базовой конструкции (которое равно 0,78), но в данном случае получается большое сопротивление моды С, что недопустимо для высокостабильных генераторов. Конструкция № 3 позволяет увеличить отношение сопротивлений мод до 3, но в данном случае также велико сопротивление основной моды. Только конструкция № 2 увеличивает отношение сопротивлений мод R<sub>b</sub>/R<sub>c</sub> более чем в два раза без увеличения сопротивления основной моды.

По результатам расчетов сопротивления основной моды в конструкциях № 3 и № 4 не должны были превысить величины 120 Ом, что существенно расходится с результатами экспериментов. Таким образом, в дальнейшем планируется уточнить расчетную модель резонатора, в частности, предполагается сделать следующее:

— определить влияние размеров кристаллического элемента на параметры резонатора (учесть связь сдвиговых колебаний с изгибными и контурными модами колебаний);

— учесть влияние параллельного поля в области зазора между электродами на величину сопротивления.

Предлагаемая в этой работе конструкция № 2 (рис. 2б) позволяет создавать резонаторы с частично подавленной модой В. Это дает возможность не использовать резонансные цепи в схеме генераторов.

Несмотря на различия результатов расчетов с результатами эксперимента, можно сделать вывод, что эффект асимметрии плотности поверхностного заряда, несомненно, должен рассматриваться при разработке конструкций электродов. Эксперименты показали, что мода В может быть почти полностью подавлена (например, конструкция № 4). Это говорит о правильном направлении исследований. Вариант № 2 может быть рекомендован к практическому использованию, поскольку соотношение сопротивлений мод в нем улучшено более чем в 3 раза по сравнению с базовой конструкцией.

#### Библиографический список

1. R. Bourquin, J. Boy, B. Dulmet. SC-cut resonator with reduction of B-mode electrical response. Proc. 1997 IEEE IFCS, pp. 704–709.
2. Weiss K., Szulc W., Gniwihska B., Shmalii Y. S., The lateral field excited anharmonic mode vibrating SC-cut resonators application in oscillators, 2002 IEEE International Frequency Control Symp. New Orleans, Louisiana, U.S.A. May 29–31, 2012, pp. 128–135.

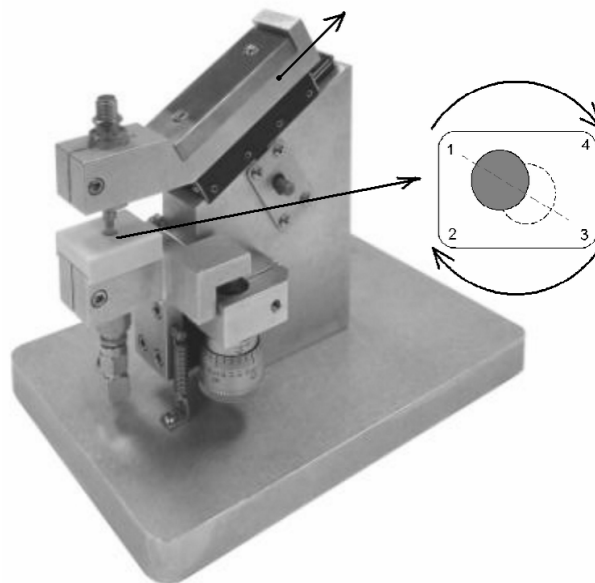


Рис. 5. Приспособление для определения ориентации кристаллических элементов

3. Хоменко, И. В. Модель собственных колебаний сдвига по толщине для пьезокварцевых пластин резонаторов одно- и двухповоротных срезов / И. В. Хоменко, А. Н. Лепетаев, А. В. Косых // Омский научный вестник. Сер. Приборы, машины и технологии. – 2012. – № 3 (113). – С. 314–319.

4. Lepetaev A. N., Kosykh A. V., New method of multy-mode oscillations control in crystal resonators, Proceedings, 2012 IEEE International Frequency Control Symp. Baltimore, MD, USA. May 21–24, 2012, pp. 146–149.

5. Lepetaev A. N., Kosykh A. V., Investigation of optimal electrode structure of SC-cut resonators, Proceedings, 2013 IEEE International Frequency Control Symp. Prague, Czech Rep. Jule, 2013, pp. 146–149.

6. Лепетаев, А. Н. Программа для расчета параметров ангармонических колебаний кварцевого резонатора // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2013610342 от 09.01.2013 г. – М.: Роспатент, 2013.

**ЛОЖНИКОВ Алексей Олегович**, аспирант кафедры радиотехнических устройств и системы диагностики.  
**ЛЕПЕТАЕВ Александр Николаевич**, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры радиотехнических устройств и системы диагностики.  
 Адрес для переписки: lognikov@gmail.com

Статья поступила в редакцию 09.04.2015 г.

© А. О. Ложников, А. Н. Лепетаев