

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

УДК 621.752.3

Ю. А. БУРЬЯН  
Д. О. БАБИЧЕВ  
М. В. СИЛКОВ

Омский государственный  
технический университет

Федеральный научно-  
производственный центр  
«Прогресс», г. Омск

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ И ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ВИБРОИЗОЛЯЦИИ ПОДВЕСКИ С МЕХАНИЧЕСКИМ ИНЕРЦИОННЫМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ ДВИЖЕНИЯ

Исследование относится к важному направлению прикладной механики — теории виброизоляции виброактивных объектов. Предложена конструкция и рассмотрены вопросы математического моделирования перспективной конструкции пневмоопоры с параллельно установленным механическим инерционным преобразователем движения. Получена математическая модель подвески, позволяющая выбрать параметры для уменьшения коэффициента передачи силы на основание в определённом диапазоне частот.

**Ключевые слова:** виброизоляция, резинокордная оболочка, пневмопружина, инерционный преобразователь движения.

Эффективность виброизоляции различных объектов можно увеличить в определённом диапазоне частот настройки, если вместе с основными пружинами использовать инерционный преобразователь движения [1 – 5]. Простая по конструкции подвеска с таким преобразователем показана на рис. 1. Виброподавляемый объект (силовой агрегат, насос, компрессор, участок трубопровода и т.д.) устанавливается на основные упругие элементы, в качестве которых могут выступать пневмопружины на базе ре-

зинокордных оболочек, как показано на рис. 1, а также винтовые пружины, резинометаллические пружины и другие виды пружин. Дополнительно в подвеску входит механический инерционный преобразователь движения (ИПД).

Конструкция ИПД состоит из расположенных симметрично оси пружины рычагов 2, шарнирно соединённых с верхней крышкой пневмопружины 3. На других концах рычагов 2 закреплены грузы 1 в виде набора прямоугольных пластин размерами  $l \times b$

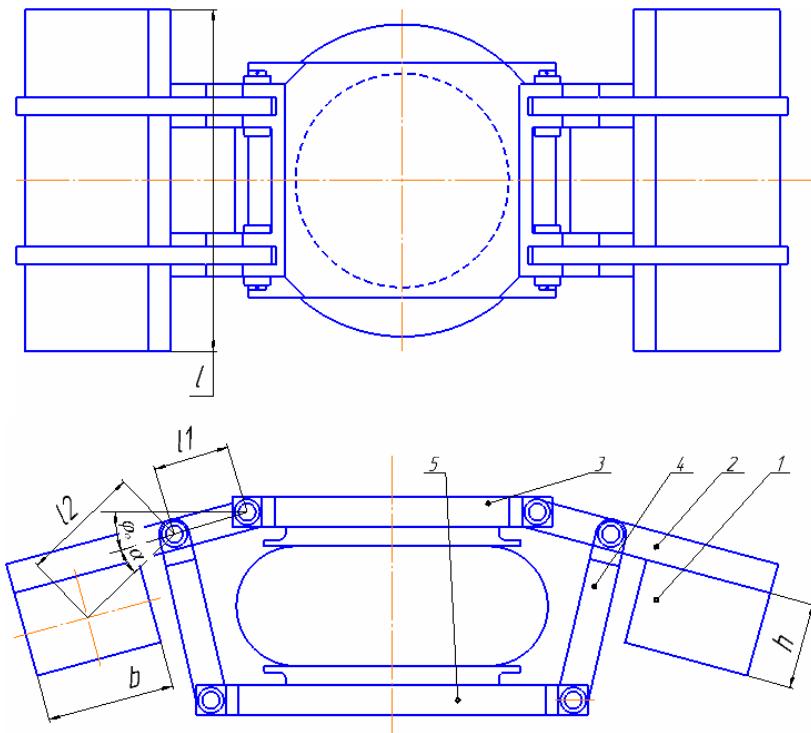


Рис. 1. Подвеска с резинокордной пневмопружиной и механическим инерционным преобразователем движения

и высотой  $h$ , которые болтами соединены между собой и с рычагами 2. Ближе к верхней крышки рычаги 2 шарнирно соединены с упорами 4, которые, в свою очередь, в нижней части шарнирно соединены с нижней крышкой пневмопружины 5. Таким образом, при колебаниях виброизолируемого объекта и жёстко связанной с ним верхней крышкой пневмопружины 3, приходят в движение в противофазе грузы 1, создавая инерционную силу, в определенном диапазоне частот частично компенсирующую силу инерции и силу вибровозбуждения виброизолируемого объекта. Это в итоге уменьшает силовое воздействие на основание объекта и улучшает его виброзоляцию.

Кроме того, такая конструкция ИПД позволяет получать большие значения приведенной массы, легко их изменять за счёт изменения числа пластин груза 1, меняя размер  $h$ . Еще ИПД дает возможность в статике частично разгрузить пневмопружину от веса, приходящегося на неё от виброизолируемого объекта (грузы 1 выполняют функцию противовеса). Последнее позволяет уменьшить статическое давление в пружинах, а значит снизить собственную частоту подвески, что улучшает виброзоляцию объекта.

Для количественной оценки эффекта виброзоляции такой подвески необходимо с учётом размеров и кинематики ИПД определить выражение для приведённой массы данной колебательной системы и с учётом её динамики найти усилие, передаваемое на основание, сопоставив его с усилием вибровозбуждения, действующим на объект.

Для определения приведённой массы введём допущения о вертикальном поступательном движении объекта и верхнего основания пружины 3. Примем угол между рычагами 2 и 4 в положении равновесия равным  $90^\circ$ , при этом начальный угол между осями рычагов 2 и горизонтальной прямой будет  $\phi_0$  (в частном случае этот угол может быть

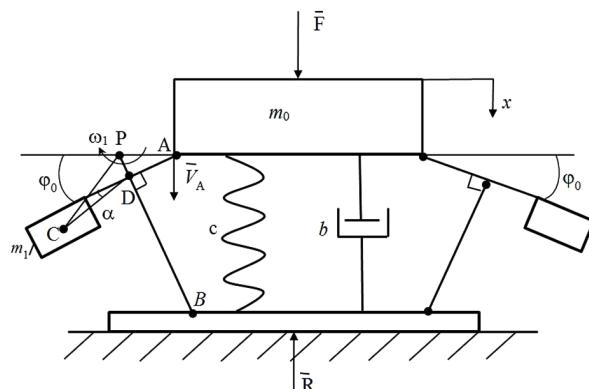


Рис. 2. Расчёчная схема подвески с ИПД

равен 0). Угол между этими осями и линией, соединяющей центр масс грузов 1 с осью рычагов 2 и 4, обозначим  $\alpha$  (этот угол в основном зависит от числа установленных пластин грузов 1). Кинетической энергией рычагов 2 и 4 будем пренебречь, т. к. их масса мала в сравнении с массой объекта  $m_0$  и массой грузов  $1 - m_1$ .

Расчёчная схема подвески с ИПД приведена на рис. 2.

Кинетическая энергия системы будет равна:

$$T = \frac{m_{\text{пр}} \dot{x}^2}{2} = \frac{m_0 \dot{x}^2}{2} + 2 \left( \frac{m_1 V_c^2}{2} + \frac{J_c \omega_1^2}{2} \right). \quad (1)$$

Для определения скорости центра масс груза 1 и его угловой скорости учтём, что точка  $P$  для рычага 2 и груза 1 является мгновенным центром скоростей.

Тогда

$$\omega_1 = \frac{V_A}{PA} = \frac{\dot{x} \cos \phi_0}{\ell_1}, \quad (2)$$

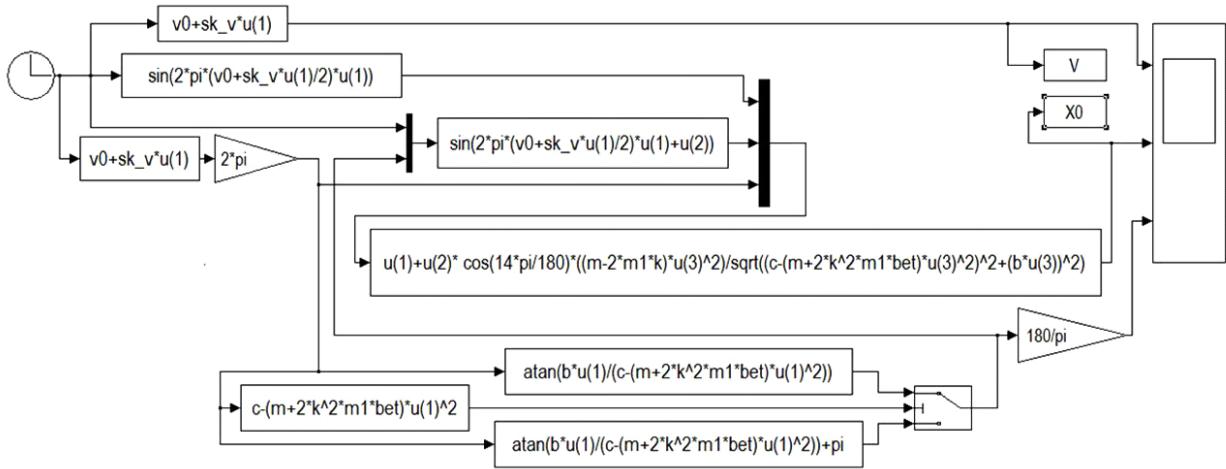


Рис. 3. Модель в программе Simulink (Matlab) для определения коэффициента передачи силы  $K_p$  на различных частотах колебаний  $v$

$$V_c = \omega_l PC = \omega_l \sqrt{\ell_2^2 + \ell_1^2 t g^2 \varphi_0 - 2\ell_1 \ell_2 t g \varphi_0 \cos(90 + \alpha)}. \quad (3)$$

Подставляя выражение (2) в (3) и учитывая, что

$$\frac{\ell_2}{\ell_1} = k, \text{ получим}$$

$$V_c = k \dot{x} \sqrt{\cos^2 \varphi_0 + k^{-1} \sin^2 \varphi_0 \cos \alpha + k^{-2} \sin^2 \varphi_0}. \quad (4)$$

Учтём, что момент инерции грузов 1 относительно центра масс

$$J_c = \frac{m_1}{12} (b^2 + h^2) \quad (5)$$

Подставив выражения (2 – 5) в (1), окончательно получим:

$$m_{np} = m_0 + 2k^2 m_1 \beta, \quad (6)$$

где  $\beta = \cos^2 \varphi_0 + k^{-1} \sin 2\varphi_0 \cos \alpha + k^{-2} \left( \sin^2 \varphi_0 + \frac{(b^2 + h^2) \cos^2 \varphi_0}{12\ell_1^2} \right)$  — коэффициент, учитывающий размеры грузов 1, угол наклона рычагов 2 в положении равновесия подвески  $\varphi_0$ , а также соотношение плеч  $\ell_1$  и  $\ell_2$ .

Дифференциальное уравнение движения системы при небольших амплитудах колебаний  $x_0$  и  $\varphi_A$  (относительно угла  $\varphi_0$ ) можно записать так:

$$m_{np} \ddot{x} + b_{eq} \dot{x} + cx = F_0 \sin \omega t, \quad (7)$$

где  $b_{eq}$  — эквивалентный коэффициент сопротивления, определяемый обычно экспериментально;  $c$  — жёсткость пружины подвески вблизи положения равновесия системы;  $F_0$ ,  $\omega$  — амплитуда и частота вибровозбуждающей силы, действующей на объект виброзащиты.

Для уравнения (7) амплитуда и фаза гармонических установившихся колебаний с частотой  $\omega$  определяется так:

$$x_0 = \frac{F_0}{\sqrt{(c - m_{np}\omega^2)^2 + b^2\omega^2}}, \quad (8)$$

$$\psi = \arctg \frac{b\omega}{c - m_{np}\omega^2}. \quad (9)$$

Для определения динамической составляющей реакции основания  $R(t)$  применим к рассматриваемой системе теорему о движении центра масс системы в проекциях на ось  $x$

$$m_0 \ddot{x} + 2m_1 a_{cx} = F_0 \sin \omega t - R(t), \quad (10)$$

где  $a_{cx}$  — проекция ускорения центра масс грузов 1 на ось  $x$ .

При небольших значениях  $\varphi$  относительно  $\varphi_0$  точку  $D$  на рис. 2 можно считать неподвижной, тогда касательное  $a_c^\tau$  и нормальное  $a_c^n$  ускорение точки  $C$  по величине можно определить так:

$$a_c^\tau = \dot{\varphi} \ell_2 = \frac{\ddot{x}}{\ell_1} \ell_2 = k \ddot{x}, \quad (11)$$

$$a_c^n = \frac{V_c^2}{\ell_2} = \left( \frac{\dot{x} \ell_1}{\ell_2} \right)^2 \cdot \frac{1}{\ell_2} = \frac{k^2 \dot{x}^2}{\ell_2}. \quad (12)$$

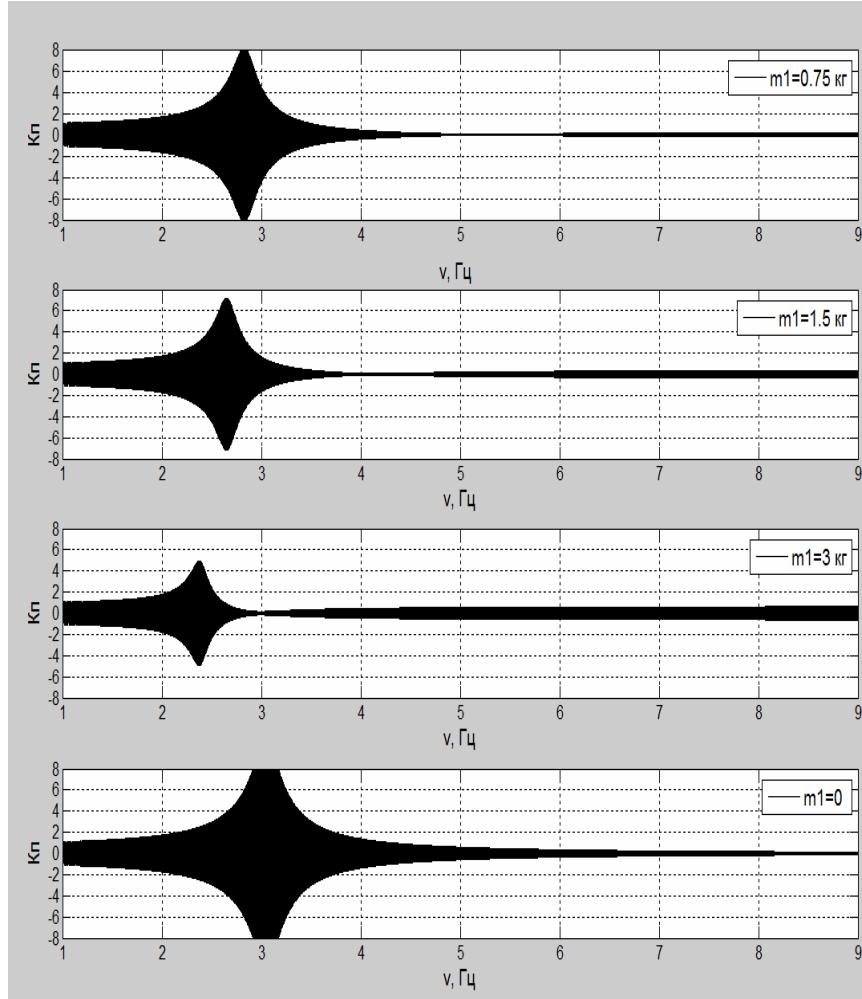
Учитывая направление этих векторов перпендикулярно и вдоль радиуса  $\ell_2$ , получим

$$a_{cx} = k \ddot{x} \cos(\varphi_0 + \alpha - \varphi) - \frac{k^2 \dot{x}^2}{\ell_2} \sin(\varphi_0 + \alpha - \varphi). \quad (13)$$

Если принять в (13)  $\varphi = 0$  и учесть, что  $\ddot{x} = -x_0 \omega^2 x \sin(\omega t + \psi)$ , а  $\dot{x} = x_0 \omega \cos(\omega t + \psi)$ , то с учётом (11) и (12) выражение (13) примет вид

$$a_{cx} = k x_0 \omega^2 \left[ \cos(\varphi_0 + \alpha) \sin(\omega t + \psi) - \frac{k x_0}{\ell_2} \sin(\varphi_0 + \alpha) \cos(\omega t + \psi) \right]. \quad (14)$$

При этом  $\cos(\varphi_0 + \alpha) \gg \frac{k x_0}{\ell_2} \sin(\varphi_0 + \alpha)$ , т. к.  $\frac{x_0}{\ell_2} \ll 1$ , поэтому вторым слагаемым в выражении (13) можно



**Рис. 4. Графики изменения коэффициента передачи силы на основание от частоты вибровозбуждающей силы, построенный по огибающей амплитуды колебаний безразмерной реакции основания, полученной на основе выражения (15), при медленном изменении частоты со скоростью 0,01 Гц/сек**

пренебречь. Подставив тогда (13) в (10) и с учётом выражения (8), получим

$$R(t) = F_0 \sin \omega t + \\ + \frac{[m_0 - 2m_1 k \cos(\phi_0 + \alpha)]\omega^2 F_0}{\sqrt{(c - m_{np}\omega^2)^2 + b_{pk}^2\omega^2}} \sin(\omega t + \psi), \quad (15)$$

где  $\psi$  определяется выражением (9).

Таким образом, в результате сложения этих колебаний получаются результирующие установившиеся колебания с частотой  $\omega$ , амплитуда которых зависит от сочетания всех параметров в выражении 13 (большое значение здесь играет фазовый сдвиг  $\psi$ ). При определённом соотношении их на некоторой частоте  $\omega_n$  (частота настройки) будет наблюдаться локальный минимум амплитуды  $R_0$  — реакции основания. Это объясняется компенсацией сил инерции масс  $m_0$  и  $m_1$  силы вибровозбуждения объекта  $F_0 \sin \omega t$ .

Для количественной оценки этого эффекта, а значит, эффективности виброизоляции, можно разделить выражение (15) на  $F_0$  и тем самым получить выражение для изменения во времени безразмерной реакции основания. Амплитуда этой безразмерной

реакции эквивалентна значению коэффициента передачи  $K_n = \frac{R_0}{F_0}$  на данной частоте  $\omega$  с соответствующим значением  $\psi$ .

В качестве расчётного примера возьмём подвеску с основной резинокордной пневмопружиной марки И-09 [6]. Для неё примем  $m_0 = 50$  кг, тогда её статическая жёсткость  $c = 18400$  Н/м,  $b_{pk} = 90$  Нс/м, что соответствует добротности исходной системы без ИПД, равной 10,7. Для ИПД в качестве грузов 1 можно использовать металлические пластины размерами  $b \times h \times \ell$ , равными  $6 \times 1 \times 16$  (см), тогда масса одной пластины  $m'_1 = 0,75$  кг. Рассмотрим три случая, когда  $m_1 = m_{11} = m'_1$ ,  $m_1 = m_{12} = 2m'_1$  и  $m_1 = m_{13} = 4m'_1$  сравним их с вариантом подвески, когда ИПД отсутствует  $m_1 = 0$ .

Примем  $k = 2$ ,  $\phi_0 = 14^\circ$ , для угла  $\alpha$  определим три значения в зависимости от числа пластин:  $\alpha_{11} = 11^\circ$ ,  $\alpha_{12} = 16^\circ$ ,  $\alpha_{13} = 27^\circ$ .

Расчёты приведены на ЭВМ в программе Simulink (Matlab). На основе выражения (15), делённого на  $F_0$ , определялся коэффициент  $K_n$  по огибающей амплитуды колебаний безразмерной реакции в функции от частоты вибровозбуждения  $v = \frac{\omega}{2\pi}$ , которая менялась в диапазоне от 1 до 9 Гц с очень маленькой

скоростью 0,01 Гц/с. Модель в программе Simulink (Matlab) приведена на рис. 3.

Результаты расчётов показаны на графиках (рис. 4). Из графиков следует, что применение ИПД с различными значениями грузов  $m_1$  позволяет получить существенное уменьшение коэффициента передачи силы на основание в определённом диапазоне частот по сравнению с вариантом, когда в подвеске не используется ИПД ( $m_1 = 0$ ). Для случая, когда  $m_1 = 0,75$  кг, значение  $K_n < 0,1$  обеспечивается в диапазоне частот  $\Delta\nu = 4,8 \div 5,8$  Гц при  $K_n^{\min} = 0,06$ . Если  $m_1 = 1,5$  кг, то  $K_n < 0,2$  получается при  $\Delta\nu = 3,8 \div 5$  Гц, а  $K_n^{\min} = 0,09$ . Если  $m_1 = 3$  кг,  $K_n < 0,3$  при  $\Delta\nu = 2,85 \div 3,4$  Гц при  $K_n^{\min} = 0,18$ . Уменьшение коэффициента передачи на частотах локального минимума в сравнении с системой без ИПД соответственно составило: при  $m_1 = 0,75$  кг, на  $\nu_{\min} = 5,3$  Гц в 9 раз; при  $m_1 = 1,5$  кг, на  $\nu_{\min} = 4,3$  Гц в 11 раз; при  $m_1 = 3$  кг, на  $\nu_{\min} = 3$  Гц в 56 раз.

Таким образом, использование рассмотренной конструкции подвески с ИПД даёт существенные преимущества для улучшения виброизоляции, особенно на низких частотах. Кроме того, уменьшается на 20–50 % значение  $K_n$  при прохождении системой резонанса при запуске. Полученные математические зависимости для определения  $m_{np}$  и  $K_n$  позволяют выбрать параметры ИПД в сочетании с другими параметрами подвески для обеспечения локального минимума  $K_n$  в нужном диапазоне частот работы системы.

#### Библиографический список

- Системы виброзащиты с использованием инерционности и диссиляции реологических сред / Б. А. Гордеев [и др.]. – М. : Физматлит, 2004. – 176 с.
- Бурьян, Ю. А. Резинокордная пневмогидравлическая опора с инерционным преобразователем движения /

Ю. А. Бурьян, С. Н. Поляков, Ю. П. Комаров // Омский научный вестник. Сер. Приборы, машины и технологии. – 2013. – № 3 (123). – С. 68–72.

3. Бурьян, Ю. А. Виброизоляционная опора с гидравлическим инерционным преобразователем движения на базе резинокордной оболочки / Ю. А. Бурьян, Ю. Ф. Галузя, С. Н. Поляков // Судостроение. – 2014. – № 1. – С. 40–42.

4. Бурьян, Ю. А. Пневмоизолятор с инерционным преобразователем движения / Ю. А. Бурьян, С. Н. Поляков, М. В. Силков, Д. О. Бабичев // Омский научный вестник. Сер. Приборы, машины и технологии. – 2015. – № 3 (143). – С. 16–19.

5. Бурьян, Ю. А. Оценка эффективности виброизоляции объектов при использовании в их опорах пневмопружин на базе резинокордных оболочек параллельно с гидравлическим инерционным преобразователем / Ю. А. Бурьян, М. В. Силков, Д. О. Бабичев // Омский научный вестник. Сер. Приборы, машины и технологии. – 2016. – № 3 (147). – С. 14–17.

6. Пневмоэлементы с резинокордной оболочкой. – Режим доступа : <http://www.progress-omsk.ru/constrctor.php?act=group5> (дата обращения: 12.08.2016).

**БУРЬЯН Юрий Андреевич**, доктор технических наук, профессор (Россия), заведующий кафедрой основ теории механики и автоматического управления Омского государственного технического университета (ОмГТУ).

Адрес для переписки: burian@omgtu.ru

**БАБИЧЕВ Денис Олегович**, инженер-конструктор 1-й категории ФНПЦ «Прогресс», г. Омск.

**СИЛКОВ Михаил Владимирович**, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры основ теории механики и автоматического управления ОмГТУ.

Адрес для переписки: silkovmv@mail.ru

Статья поступила в редакцию 19.09.2016 г.

© Ю. А. Бурьян, Д. О. Бабичев, М. В. Силков

## КНИЖНАЯ ПОЛКА

**Зубарев, Ю. Расчет и проектирование приспособлений в машиностроении : учеб. / Ю. Зубарев. – СПб. : Лань, 2015. – 320 с. – ISBN 978-5-8114-1803-9.**

В книге рассмотрены теоретические основы расчета и проектирования приспособлений, приведена их классификация, примеры расчета точности, основные типы зажимных устройств и расчеты усилий закрепления. Даны основные понятия о метрологическом обеспечении технологического процесса, применяемых контрольно-измерительных приспособлениях, расчет их точности и разработка КИП. Учебник предназначен для студентов технических вузов, обучающихся по направлениям подготовки инженеров для машиностроения. Он может быть полезен слушателям повышения квалификации и переподготовки специалистов, инженерам-технологам и конструкторам по проектированию оснастки машиностроительных предприятий, проектных институтов и НИИ.

**Испытание и расчет деталей машин : учеб. пособие / В. Н. Бельков [и др.] ; под ред. Н. В. Захаренкова. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2016. – 159 с.**

Учебное пособие охватывает ряд общих вопросов по изучению расчетно-экспериментальным методом элементов машин (передач зацеплением и трением, подшипников, тормозных устройств, разъемных резьбовых соединений, муфт) на автоматизированных лабораторных комплексах. Даётся ряд практических рекомендаций и порядок работы по испытанию узлов и деталей машин на учебных лабораторных комплексах при подготовке бакалавров и магистров. В каждом разделе приводятся теоретические сведения достаточные для изучения решаемой задачи, описание оборудования, методика проведения работы, примеры оформления отчетов по проделанной работе и контрольные вопросы. Предназначено для студентов механико-машиностроительных специальностей.

**Ю. А. БУРЬЯН  
А. А. ИВАНОВ  
М. В. СИЛКОВ  
Д. О. БАБИЧЕВ**

Омский государственный  
технический университет

Федеральный научно-  
производственный центр  
«Прогресс», г. Омск

## ГИДРОПНЕВМОИЗОЛЯТОР С ПЕРЕМЕННОЙ ПРИВЕДЁННОЙ МАССОЙ В ИНЕРЦИОННОМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕ ДВИЖЕНИЯ

В работе рассмотрена виброизоляционная опора, состоящая из резинокордной оболочки, заполненной жидкостью и содержащей гидравлический инерционный преобразователь движения, которая через гибкую резиновую мембранны соединена с гидропневматическим аккумулятором. Рассмотрено влияние дискретного изменения приведённой массы в ГИТ на виброизоляционные характеристики опоры, что позволяет производить настройку системы на минимальное значение коэффициента передачи усилия на основание в зависимости от частоты возмущающего воздействия.

**Ключевые слова:** виброизоляция, резинокордная оболочка, пневмопружина, инерционный преобразователь движения.

Пневматические упругие элементы на базе резинокордных оболочек давно и с успехом применяются в качестве виброизоляционных опор в различных отраслях промышленности. Их широкое применение обусловлено тем, что они обладают рядом уникальных положительных качеств:

- низкие частоты собственных колебаний;
- возможность регулирования характеристик (жёсткость, нагрузочная способность);
- надёжность и длительность эксплуатации и т. д.

Характеристики пневмоамортизатора могут быть значительно улучшены при использовании вместе с пневмоэлементом гидравлического инерционного преобразователя движения на базе РКО, заполненной жидкостью. Методы расчёта и результаты экспериментальных работ по гидроопорам с гидравлическими инерционными преобразователями движения, или по терминологии [1] гидравлическими инерционными трансформаторами (ГИТ) достаточно полно изложены в работах Института машиноведения им. А. А. Благонравова Российской академии наук [1–2].

Анализ резинокордных виброопор с ГИТ, в которых в одном конструктиве параллельно установлены гидравлический инерционный преобразователь движения на базе РКО с жидкостью и резинометаллический или пневматический амортизатор, приведён в работах [3–4].

Принципиальные схемы пневмовиброизолятора с ГИТ на базе РКО модели И-09 и гидропневмоаккумулятором приведены на рис. 1.

Принцип действия рассматриваемой опоры с ГИТ заключается в том, что при действии на опору периодического усилия от виброактивного силового агрегата жидкость в ГИТ и, следовательно, в инерци-

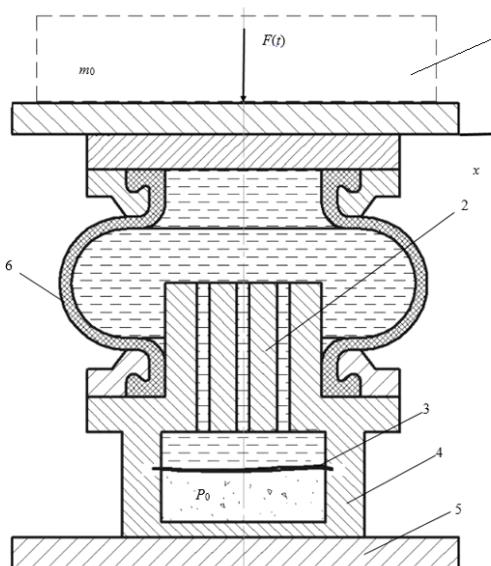


Рис. 1. Принципиальная схема пневмовиброизолятора:  
1 — вывешиваемая масса  $m_0$ ;  
2 — блок инерционных трубок; 3 — диафрагма;  
4 — гидропневматический аккумулятор;  
5 — основание; 6 — РКО И-09;  
 $P_0$  — давление в гидропневматическом аккумуляторе;  
 $F(t)$  — сила, действующая со стороны виброактивного агрегата

онных трубках будет совершать возвратно-поступательное движение. Диафрагма 3 и ёмкость гидропневматического аккумулятора с давлением  $P_0$  служит для компенсации объёма вытесняемой жидкости при перемещении опорной поверхности по отноше-

нию к основанию, и для создания силы упругости и силы, компенсирующей вес вывешиваемого тела. Масса жидкости в инерционных трубках будет иметь скорость большую, чем скорость опорной поверхности, на величину, равную отношению площади условного поршня, перемещающего жидкость (в первом приближении площадь эквивалентного сечения РКО) к площади сечения инерционной трубы. Вследствие этого на силовой агрегат и основание будет действовать дополнительная инерционная нагрузка с приведённой массой, на 2–3 порядка превышающей массу жидкости в инерционных трубках. Динамический эффект от этой инерционной нагрузки будет заключаться, как это показано в [1–3], в значительном снижении передачи вибрационного усилия на основание в области частот настройки вибровибратора с ГИТ.

Необходимо отметить, что инерционные трубы при малом диаметре могут обеспечивать демпфирование в опоре, хотя известно, что для целей виброподавления, т. е. для уменьшения передачи усилия на основание, демпфирование должно быть малым.

Для кинетической энергии жидкости в ГИТ можно записать [1]

$$T = m \frac{\dot{x}^2}{2} + m_k \frac{V_{tp}^2}{2}, \quad (1)$$

где  $\dot{x}$  — скорость перемещения массы  $m_0$ ;  
 $m$  — масса жидкости в полостях опоры;  
 $m_k$  — масса жидкости в инерционной трубке;  
 $V_{tp}$  — скорость жидкости в трубке.

Учитывая, что  $V_{tp} = \dot{x} \frac{A}{S_{tp}}$ , где  $A$  — площадь пор-

шня,  $S_{tp}$  — суммарная площадь сечения инерционных трубок, инерционная составляющая будет иметь вид:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) = m_{np} \cdot \ddot{x}, \quad (2)$$

где  $m_{np} = m_k \frac{A^2}{S_{tp}^2} + m$ .

При колебаниях массы  $m_0$  около положения статического равновесия можно записать:

$$m_0 \ddot{x} = F(t) - A(x) \cdot P_1, \quad (3)$$

где  $A(x)$  — эффективная площадь РКО;  
 $P_1$  — давление жидкости в РКО.

Полагая, что давление жидкости в РКО в основном определяется давлением в газовой полости, инерционным воздействием от  $m_{np}$  и сопротивлением в дросселе для  $P_1$  можно записать [5]

$$P_1 = (P_{ro} + P_a) \left[ \frac{V_{ro}}{V_{ro} - \int_0^x A(x) dx} \right]^n - P_a + \frac{m_{np} \cdot \ddot{x}}{A(x)} + \frac{b_{np}}{A(x)} \cdot \dot{x}, \quad (4)$$

где  $P_{ro}$  — начальное избыточное давление в газовой полости;  
 $P_a$  — атмосферное давление;  
 $V_{ro}$  — начальный объём газовой полости;  
 $n$  — показатель политропы.

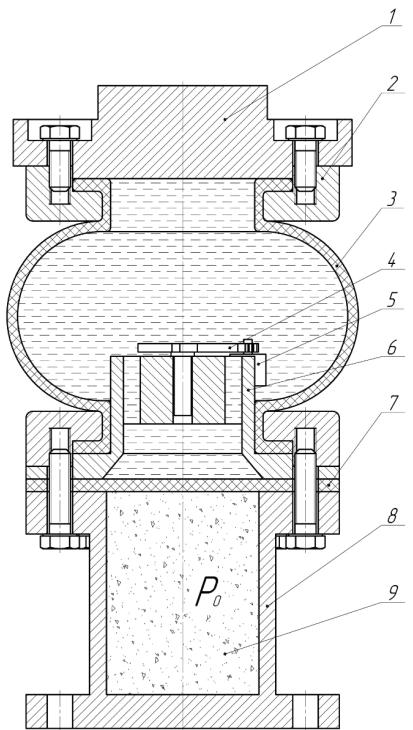


Рис. 2. Принципиальная схема гидропневмовиброзолятора:

- 1 — крышка;
- 2 — прижимное кольцо;
- 3 — резинокордная оболочка;
- 4 — подвижный сектор;
- 5 — электродвигатель;
- 6 — корпус ГИТ;
- 7 — резиновая мембрана;
- 8 — корпус гидропневмоаккумулятора;
- 9 — полость с газом и давлением  $P_0$

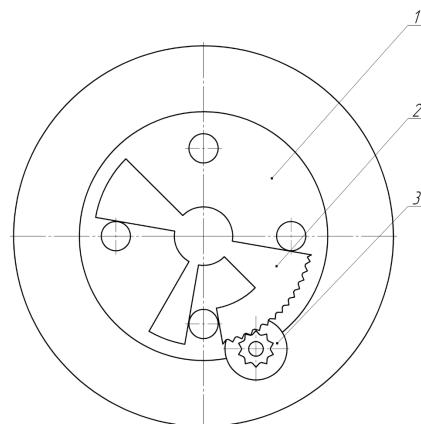


Рис. 3. Принципиальная схема дискретного перекрытия инерционных трубок:

- 1 — корпус ГИТ;
- 2 — подвижный сектор;
- 3 — электродвигатель

Учёт демпфирования в опоре из-за движения жидкости в ГИТ в первом приближении при условии ламинарного движения можно оценить по коэффициенту проводимости инерционной трубы [6]

$$K_{np} = \frac{\pi d_{tp}^4}{128 \mu \ell} = \frac{S_{tp}^2}{8 \mu \ell}, \quad (5)$$

где  $\mu$  — динамическая вязкость жидкости (Па·с);  
 $d_{tp}$ ,  $\ell$  — диаметр и длина трубы.

Из условия равенства расходов имеем:

$$K_{np} \Delta p = S_{tp} \dot{x}_{ap},$$

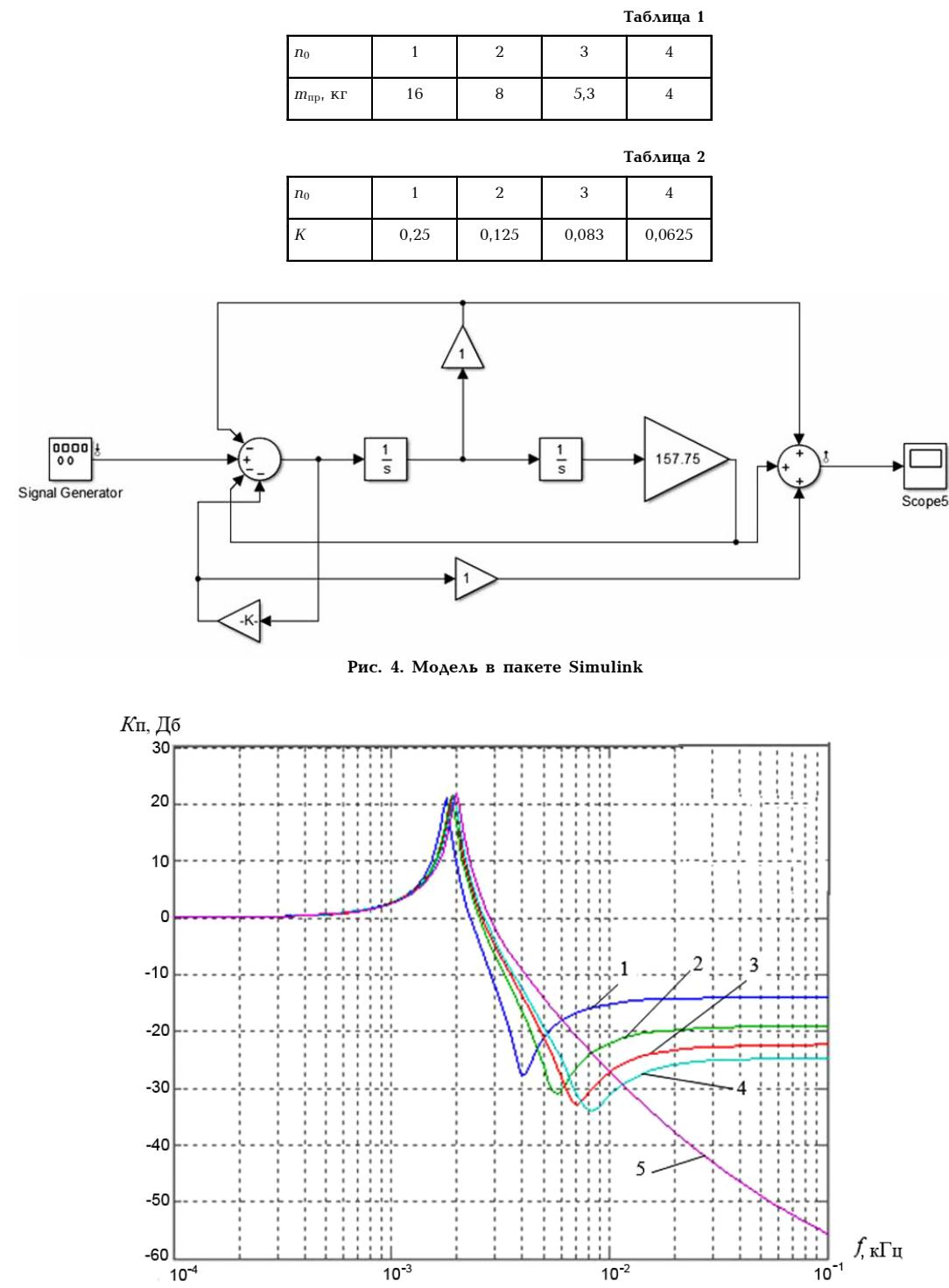


Рис. 5. Зависимость  $K_{\text{пп}}$  от  $f$ : 1 —  $K=0,25$ ; 2 —  $K=0,125$ ; 3 —  $K=0,083$ ;  
4 —  $K=0,0625$ ; 5 — без ГИТ

где  $\Delta p$  — перепад давления из-за сопротивления  $F_{\text{сопр}}$  в дросселе;  $\dot{x}_{\text{ап}} = \frac{A}{S_{\text{tp}}} \dot{x}$ , а если учесть, что  $\Delta p = \frac{F_{\text{сопр}}}{A}$ , то получим:

$$F_{\text{сопр}} = b_{\text{пп}} \dot{x}, \quad (6)$$

$$\text{где } b_{\text{пп}} = \frac{A^2}{S_{\text{tp}}^2} \pi \cdot 8\mu \cdot \ell.$$

Если в первом приближении принять, что  $A(x) = \text{const}$ , то дифференциальное уравнение, описывающее

поведение опоры при одностороннем движении, будет иметь вид [3]

$$(m_0 + m_{\text{пп}}) \ddot{x} + b_{\text{пп}} \dot{x} + C_1 x = F(t), \quad (7)$$

$C_{\text{пко}}$  — коэффициент жесткости резинокордной составляющей.

При данном допущении  $A(x) = \text{const}$  выражение для коэффициента передачи

$$K_n(\omega) = \frac{|R(i\omega)|}{|F(i\omega)|},$$

где  $|R(i\omega)|$  — амплитуда усилия, передаваемого через опору на основание, будет соответствовать результатам работы [4]

$$K_n = \sqrt{\frac{(Z^2 - n)^2 + 4v_1^2 Z^2}{\left(Z^2 - \frac{n}{n+1}\right)^2 + 4v_{01}^2 Z^2}} \cdot \frac{1}{n+1}, \quad (8)$$

$$\text{где } Z = \frac{\omega}{\omega_0}; \quad n = \frac{m_0}{m_{np}}; \quad v = \frac{b_{np}}{2m_0 \cdot \omega_0}.$$

Рассмотрен один из вариантов дискретного изменения приведённой массы в ГИТ за счёт перекрытия фигурным сектором инерционных трубок. Сектор разворачивается микротриводвигателем шагового типа, обеспечивая перекрытие одного, двух или трёх инерционных трубок.

Принципиальная схема такого устройства показана на рис. 2 и 3.

В качестве примера будем полагать, что блок инерционных трубок с двигателем и сектором установлен в РКО И-09. В этом случае для площади условного поршня  $A$  можно принять  $A = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$  и, принимая диаметр  $d$  и длину  $\ell$  инерционных трубок одинаковыми и равными  $d = 10 \text{ мм}$ ,  $\ell = 50 \text{ мм}$  для величин приведённых масс для различного количества  $n$  одновременно включённых трубок, получим результаты, представленные в табл. 1.

Для оценки влияния дискретного перекрытия инерционных трубок на диапазон частот с минимальным значением коэффициента передачи  $K_n$  усилия на корпус примем, что колебательная система с односторонним движением по координате  $x$  с ГИТ описывается, как и ранее, следующей системой уравнений (7).

$$\text{Полагая, что } m_0 = 64 \text{ кг, } \omega_0 = \sqrt{\frac{C}{m_0 + m_{np}}} =$$

собственная частота колебаний, равная при  $m_{np} = 0$ ,  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ,  $f_0 = 2 \text{ Гц}$ .

Оценка влияния дискретного переключения инерционных трубок на коэффициент  $K_n = \frac{|R(i\omega)|}{|F(i\omega)|}$  проведена в пакете Matlab/Simulink.

Модель уравнений в пакете Simulink (1) приведена на рис. 4. Значения коэффициента обратной связи  $K$  по ускорению  $K = 1/n$ , где  $n = \frac{m_0}{m_{np}}$  в зависимости от количества трубок  $n_0$  приведены в табл. 2.

Результаты расчётов в пакете Simulink представлены на рис. 5. Анализ графиков  $K_n(\omega)$  показывает, что частоты настройки на  $\min K_n$  в лежат в диапазоне 4–10 Гц, что позволяет производить настройку колебательной системы на  $\min K_n$  в зависимости от частоты возмущающего воздействия.

### Библиографический список

- Системы виброзащиты с использованием инерционности и диссипации реологических сред / Б. А. Гордеев [и др.]. — М. : Физматлит, 2004. — 176 с.
- Мугин, О. О. Экспериментальные исследования виброизолятора с преобразованием движения инерционных элементов / О. О. Мугин, А. А. Синёв // Вестник научно-технического развития. — 2012. — № 4 (56). — С. 24–31.
- Бурьян, Ю. А. Резинокордная пневмогидравлическая опора с инерционным преобразователем движения / Ю. А. Бурьян, С. Н. Поляков, Ю. П. Комаров // Омский научный вестник. Сер. Приборы, машины и технологии. — 2013. — № 3 (123). — С. 68–72.
- Бурьян, Ю. А. Виброизоляционная опора с гидравлическим инерционным преобразователем движения на базе резинокордной оболочки / Ю. А. Бурьян, Ю. Ф. Галузя, С. Н. Поляков // Судостроение. — 2014. — № 1. — С. 40–42.
- Трибельский, И. А. Расчёто-экспериментальные методы проектирования сложных резинокордных конструкций / И. А. Трибельский, В. В. Шалай, А. В. Зубарев, М. И. Трибельский. — Омск : Изд-во ОмГТУ, 2011. — 238 с.
- Попов, Д. Н. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем / Д. Н. Попов. — М. : Машиностроение, 1987. — 464 с.

---

**БУРЬЯН Юрий Андреевич**, доктор технических наук, профессор (Россия), заведующий кафедрой основ теории механики и автоматического управления Омского государственного технического университета (ОмГТУ).

Адрес для переписки: burian@omgtu.ru

**ИВАНОВ Андрей Анатольевич**, студент гр. ПМ-151 факультета транспорта, нефти и газа ОмГТУ.

**СИЛКОВ Михаил Владимирович**, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры основ теории механики и автоматического управления ОмГТУ.

**БАБИЧЕВ Денис Олегович**, инженер-конструктор 1-й категории ФНПЦ «Прогресс», г. Омск.

Адрес для переписки: silkovmv@mail.ru

Статья поступила в редакцию 19.09.2016 г.

© Ю. А. Бурьян, А. А. Иванов, М. В. Силков, Д. О. Бабичев

## КНИЖНАЯ ПОЛКА

**Балакин, П. Д. Динамика машин : учеб. пособие / П. Д. Балакин. — Омск : Изд-во ОмГТУ, 2016. — 350 с.**

Показана логика составления основного набора математических моделей движения механических систем и сопутствующих инженерных приложений на основе фундаментальных положений аналитической механики. Предназначено студентам и магистрантам механико-машиностроительных факультетов, а также аспирантам, чьи научные интересы связаны с изучением динамического поведения и конструированием механических систем.

# АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ РАЗГОНА И ТОРМОЖЕНИЯ РАБОЧЕГО ОБОРУДОВАНИЯ СТРЕЛОВОЙ МАШИНЫ ПРИ ЛИНЕЙНОМ ЗАКОНЕ УПРАВЛЕНИЯ ЗОЛОТНИКОМ ГИДРОРАСПРЕДЕЛИТЕЛЯ

Выполнено исследование динамики разгона и торможения рабочего оборудования стреловой машины для линейного закона регулирования проходных окон золотника гидрораспределителя. Рассматриваются два вида колебаний рабочего оборудования: управляемые движения, описываемые дифференциальным уравнением с правой частью, и свободные затухающие колебания, использующие дифференциальное уравнение без правой части.

**Ключевые слова:** силовой гидроцилиндр, гидрораспределитель, разгон, торможение рабочего оборудования, линейный закон включения золотника.

Манипуляторы, экскаваторы, погрузчики имеют сложное многофункциональное рабочее оборудование, динамику которого удобно исследовать и рассчитывать с помощью дифференциального уравнения силового гидроцилиндра, управляющего рабочим оборудованием (рис. 1).

Силовые гидроцилиндры рабочего оборудования в сочетании с гидрораспределителем и гидронасосом воспринимают громадные приведенные к поршню массы, обладают упругими характеристиками и демпфирующими свойствами. Достоинство современного силового гидропривода заключается в быстром разгоне рабочего оборудования при включении золотника гидрораспределителя и жесткой фиксации позиций исполнительного рабочего органа в технологическом процессе.

Дифференциальное уравнение рабочего оборудования стреловой машины получено в работе В. Н. Тарасова [1].

Линейное дифференциальное уравнение третьего порядка содержит правую часть в виде координаты, характеризующей величину открытия проходных окон золотника гидрораспределителя [1 – 3]

$$m_P \ddot{s} + \vartheta_T \dot{s} + C_T s = K_T x, \quad (1)$$

где  $m_P$  — приведенная к поршню масса рабочего оборудования;  
 $\vartheta_T$  — коэффициент вязкого сопротивления, Нс/м;  
 $C_T$  — коэффициент жесткости;  
 $s$  — перемещение поршня гидромеханизма рабочего оборудования;  
 $x$  — величина открытия проходных окон золотника гидрораспределителя.

Решение дифференциальных уравнений в настоящее время выполняют численными методами [2]. Однако предлагаемое аналитическое решение является более простым и эффективным.

Динамические переходные процессы изменения параметров: перемещения поршня  $s$ , скорости поршня  $\dot{s}$ , ускорения поршня  $\ddot{s}$  зависят от режимов включения золотника гидрораспределителя  $x = f(t)$ .

На рис. 2 представлены наиболее распространенные законы управления техническими системами: ступенчатый (скачкообразный) и линейный.

В данной статье решена задача управления рабочим оборудованием при линейном законе управления золотником гидрораспределителя.

Линейная диаграмма управления золотником гидрораспределителя имеет вид:

режим включение золотника

$$x = x_{max} \frac{t}{t_{зол}} \text{ при } 0 \leq t \leq t_{зол}; \quad (2)$$

режим полного включения золотника

$$x = x_{max} \text{ при } t_{зол} \leq t \leq t_1; \quad (3)$$

режим выключение золотника

$$x = x_{max} \left( 1 - \frac{t}{t_{зол}} \right) \text{ при } t_1 \leq t \leq (t_1 + t_{зол}); \quad (4)$$

режим полного выключение (перекрытия проходных окон) золотника гидрораспределителя, при котором совершается затухающий колебательный процесс

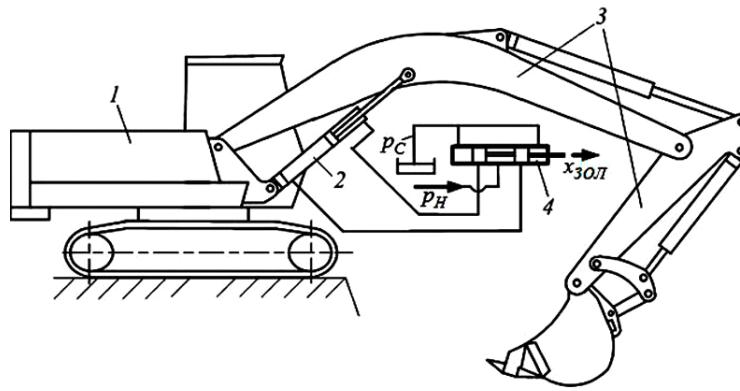


Рис. 1. Одноковшовый экскаватор.

1 — поворотная платформа; 2 — силовые гидроцилиндры управления стрелой;  
3 — рабочее оборудование; 4 — гидрораспределитель управления рабочим оборудованием

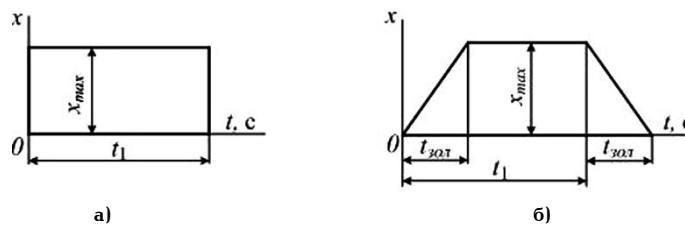


Рис. 2. Законы управления золотником гидрораспределителя:  
а) ступенчатый; б) линейный

$$x=0 \text{ при } t > (t_1 + t_{\text{зол}}). \quad (5)$$

Рассмотренные четыре состояния золотника гидрораспределителя характеризуют последовательные случаи возникновения динамических переходных процессов и их затухание.

Путем выполнения замены  $\ddot{s} = \dot{V}$ ,  $\ddot{s} = \dot{V}$ ,  $\dot{s} = V$  дифференциальное уравнение (1) третьего порядка приводится к дифференциальному уравнению второго порядка с правой частью [4, 5]

$$\ddot{V} + 2n\dot{V} + \omega^2 V = \frac{K_r}{m_\Pi} x, \quad (6)$$

где  $2n = 9_r/m_\Pi$ ;

$n$  — коэффициент сопротивления;

$\omega$  — частота собственных колебаний,  $\omega = \sqrt{C_r/m_\Pi}$ .

Исследование динамики рабочего оборудования стреловых технологических машин при линейном законе включения золотника выполнено с использованием дифференциального уравнения [1–3]

$$\ddot{V} + 2n \cdot \dot{V} + \omega^2 V = \frac{K_r}{m_\Pi} x_{\text{max}} \frac{t}{t_{\text{зол}}}, \quad (7)$$

где  $K_r = \frac{C_r V_{\text{уст}} t_{\text{зол}}}{x_{\text{max}}}$ ;  $n = \beta_g \Omega$ .

Решение дифференциального уравнения (7) рассматривается как сумма двух решений  $V = V_1 + V_2$ , где  $V_2$  — частное решение общего уравнения (7),  $V_2 = C_3 + C_4 t$ .

Аналитическое решение дифференциального уравнения (7) при линейном включении золотника имеет вид

$$V = e^{-nt} (C_1 \cos \omega_t + C_2 \sin \omega_t) + C_3 + C_4 t; \quad (8)$$

$$\dot{V} = e^{-nt} [(C_2 \omega_t - C_1 n) \cos \omega_t - (C_2 n + C_1 \omega_t) \sin \omega_t] + C_4, \quad (9)$$

где  $\omega_t$  — круговая частота затухающих колебаний,  $\omega_t = \sqrt{\omega^2 - n^2}$ .

Начальные условия дифференциального уравнения (7) имеют вид: при  $t=0$   $V_0=0$ ;  $\dot{V}_0=0$ . Постоянные интегрирования в полученных выражениях (8), (9) определяются из начальных условий по выражениям:

$$C_1 = 2 \frac{\beta_g V_{\text{уст}}}{\omega t_{\text{зол}}} ; \quad C_2 = \frac{V_{\text{уст}}}{\omega_t t_{\text{зол}}} (2\beta_g^2 - 1);$$

$$C_3 = - \frac{2\beta_g V_{\text{уст}}}{\omega t_{\text{зол}}} ; \quad C_4 = \frac{V_{\text{уст}}}{t_{\text{зол}}}. \quad (10)$$

Операция включения золотника выполняется в течение времени  $t=t_{\text{зол}}$ . В этот период скорость и ускорение изменяются по формулам (8), (9) в течение времени открытия окон золотника.

После включения золотника правая часть дифференциального уравнения становится постоянной и имеет вид

$$\ddot{V} + 2n\dot{V} + \omega^2 V = \frac{K_r}{m_\Pi} x_{\text{max}}. \quad (11)$$

Начальные условия в дифференциальном уравнении (11) после линейного включения золотника будут отличаться от ранее рассмотренных: при  $t=0$   $V=V_0$ ;  $\dot{V}=\dot{V}_0$ . Процесс движения рабочего оборудования совершается как затухающий колебательный процесс при полностью открытых окнах золотника в течение времени  $t=t_1 - t_{\text{зол}}$  перемещения рабочего оборудования.

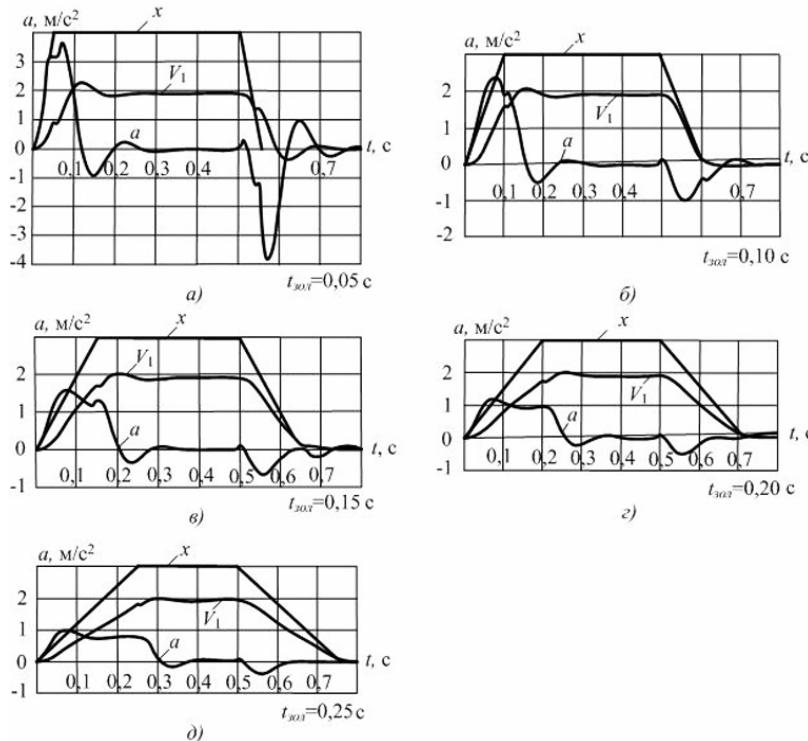


Рис. 3. Переходные процессы гидроцилиндра при разном времени включения золотника

После получения требуемого перемещения рабочего оборудования выполняется операция линейного выключения золотника с использованием дифференциального уравнения с правой частью

$$\ddot{V} + 2n\dot{V} + \omega^2 V = \frac{K_F x_{max}}{m_P} \left( 1 - \frac{t}{t_{sol}} \right). \quad (12)$$

Постоянные величины дифференциального уравнения имеют вид

$$\omega^2 = \frac{C_F}{m_P}; \quad K_F = \frac{C_F V_{YCT}}{x_{max}}; \quad n = \beta_F \omega.$$

Начальные условия уравнения (12) имеют вид: при  $t=0$ ;  $V=V_0$ ;  $\dot{V}=\dot{V}_0$ . Время выключения золотника принимаем  $t=t_{sol}$ .

Решение дифференциального уравнения (12) имеет вид

$$V = e^{-nt} (C_1 \cos \omega_l t + C_2 \sin \omega_l t) + C_3 + C_4 t; \quad (13)$$

$$\dot{V} = e^{-nt} [(C_2 \omega_l - C_1 n) \cos \omega_l t - (C_2 n + C_1 \omega_l) \sin \omega_l t] + C_4. \quad (14)$$

Принятым начальным условиям соответствуют полученные постоянные интегрирования

$$C_1 = V_0 - V_{YCT} \left( 1 + 2 \frac{\beta_g}{t_{sol} \omega} \right); \quad C_2 = \frac{\dot{V}_0 + C_1 n - C_4}{\omega_l};$$

$$C_3 = V_{YCT} \left( 1 + 2 \frac{\beta_g}{t_{sol} \omega} \right); \quad C_4 = -\frac{V_{YCT}}{t_{sol}}. \quad (15)$$

Переходный процесс рабочего оборудования при линейном выключении золотника по уравнениям (13), (14) совершается в течение времени  $t = t_{sol}$ .

В момент полного закрытия окон золотника начинается процесс затухания колебаний рабочего обо-

рудования, моделируемый дифференциальным уравнением с нулевой правой частью:

$$\ddot{V} + 2n\dot{V} + \omega^2 V = 0. \quad (16)$$

Решение дифференциального уравнения (16) при выключенном золотнике имеет вид

$$V = e^{-nt} (C_1 \cos \omega_l t + C_2 \sin \omega_l t); \quad (17)$$

$$\dot{V} = e^{-nt} [(C_2 \omega_l - C_1 n) \cos \omega_l t - (C_2 n + C_1 \omega_l) \sin \omega_l t], \quad (18)$$

где  $C_1$ ,  $C_2$  — постоянные интегрирования, которые имеют вид

$$C_1 = V_0; \quad C_2 = \frac{\dot{V}_0 + nV_0}{\omega_l}. \quad (19)$$

Аналитические решения дифференциальных уравнений движения рабочего оборудования записаны впервые и позволили выполнить исследования влияния параметров гидравлического рабочего оборудования на качество переходных процессов при линейном управлении золотником гидрораспределителя.

На рис. 3 представлены результаты исследования динамики переходных процессов гидравлического рабочего оборудования стреловой машины грузоподъемностью 3 тонны при линейном законе управления золотником гидрораспределителя путем варьирования времени включения и выключения золотника  $t_{sol} = \text{var}$ .

Из рис. 3 видно, что при времени включения золотника  $t_{sol}=0.05$  с переходные процессы ускорения  $a$  и скорости  $V_1$  имеют колебательный характер с перерегулированием. Увеличение времени включения золотника  $t_{sol}$  приводит к уменьшению колебательности и перерегулирования параметров. При максимальном значении времени включения золотника  $t_{sol}=0.25$  с ускорение  $a$  снизилось до  $a=0.8 \text{ м/с}^2$ ,

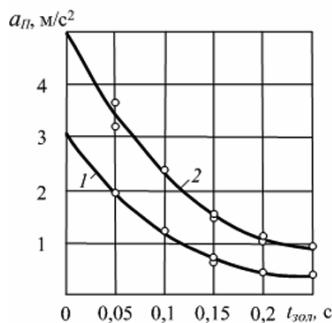


Рис. 4. Зависимость ускорения приведенной массы рабочего оборудования от времени включения золотника

при этом практически исчезло перерегулирование скорости  $V_1$  (рис. 3д). Поэтому можно сделать вывод о том, что увеличение времени включения золотника, т.е. плавное неступенчатое регулирование, является резервом увеличения плавности регулирования динамики переходных процессов стреловых машин с силовым гидроцилиндром. Другим важным выводом, вытекающим из представленных результатов исследования, является вывод о том, что при времени включения золотника  $t_{зол} > 0,2$  с время регулирования  $t_p$  практически совпадает с временем линейного включения золотника  $t_p = t_{зол}$ .

Это означает, что в случае, когда  $t_p = t_{зол}$ , после включения золотника ускорение  $a \rightarrow 0$ , а скорость  $V_1$  приобретает установившееся значение  $V_1 = V_{уст}$  практически без колебаний.

На рис. 4 показаны зависимости ускорения  $a_p$  приведенной массы от времени открытия проходных окон золотника  $t_{зол}$ , кривая 1 соответствует скорости поршня  $V_1 = 0,1 \text{ м/с}$ , кривая 2 — скорости поршня  $V_1 = 0,2 \text{ м/с}$ .

Предложено аналитическое решение дифференциального уравнения динамики гидравлических меха-

низмов рабочего оборудования стреловых технологических машин на основе линейного дифференциального уравнения второго порядка. Выполнены исследования динамики быстро протекающих динамических процессов рабочего оборудования машин при разгоне и торможении гидромеханизмов для линейного режима управления сечениями проходных окон золотника гидрораспределителя.

#### Библиографический список

1. Тарасов, В. Н. Динамика систем управления рабочими процессами землеройно-транспортных машин : моногр. / В. Н. Тарасов. — Омск : Зап.-Сиб. кн. изд-во, 1975. — 182 с.
2. Тарасов, В. Н. Теория удара в строительстве и машиностроении / В. Н. Тарасов, И. В. Бояркина [и др.]. — М. : Изд-во АСВ, 2006. — 336 с.
3. Бояркина, И. В. Технологическая механика одноваловых фронтальных погрузчиков : моногр. / И. В. Бояркина. — Омск : СибАДИ, 2011. — 336 с.
4. Никитин, Н. Н. Курс теоретической механики : учеб. / Н. Н. Никитин. — М. : Вышш. шк., 1990. — 607 с.
5. Тарасов, В. Н. Теоретическая механика : учеб. пособие / В. Н. Тарасов, И. В. Бояркина, М. В. Коваленко, Н. П. Федорченко, Н. И. Фисенко. — 3-е изд. — М. : Транслит, 2015. — 560 с.

**ТАРАСОВ Владимир Никитич**, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры механики.

Адрес для переписки: tarasov\_vladimir07@mail.ru

**БОЯРКИНА Ирина Владимировна**, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры механики.

Адрес для переписки: iriboyarkina@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 25.05.2016 г.

© В. Н. Тарасов, И. В. Бояркина

## КНИЖНАЯ ПОЛКА

**Машины низкотемпературной техники. Криогенные машины и инструменты : учеб. для вузов по специальностям «Холодильная, криогенная техника и кондиционирование» направления подгот. «Энергомашиностроение» и «Техника и физика низких температур», «Техническая физика» / А. Н. Антонов [и др.] ; под ред. А. М. Архарова, И. К. Буткевича. — 2-е изд., испр. — М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2015. — 533 с.**

Приведены методы расчета и конструирования криогенных машин, безмашинных криогенераторов и криоинструментов, наиболее широко применяемых в низкотемпературной технике. Рассмотрены поршневые и лопастные машины, предназначенные для криогенерации (детандеры, криогенные газовые машины) и для циркуляции криоагента (насосы), а также криогенные аппараты, реализующие струйный, вихревой, пульсационный, волновой и магнитокалорический эффекты при получении холода. Даны расчеты и конструкции специфических криогенераторов и криоинструментов, используемых в криохирургии. Описаны процессы, которые происходят в машинах и аппаратах, работающих в двухфазной области параметров состояния криоагентов. Содержание учебника соответствует курсу лекций, который авторы читают в МГТУ им. Н. Э. Баумана. Для студентов, инженеров, магистров, аспирантов и специалистов.

**Чернышов, Е. А. Теоретические основы литейного производства. Теория формирования отливки : учеб. для вузов по направлению подгот. 150700 «Машиностроение» и 150400 «Металлургия» / Е. А. Чернышов, А. И. Евстигнеев. — М. : Машиностроение, 2015. — 479 с.**

Изложены основы теории формирования отливок, начиная от приготовления расплава до получения готовой отливки. Приведены физические и литейные свойства металлов и сплавов, вопросы кристаллизации, затвердевания и охлаждения, теоретические и практические аспекты, оказывающие влияние на качество отливок. Для студентов машиностроительных и металлургических направлений и специальностей высших учебных заведений.

# ОБОСНОВАНИЕ ЛИНЕЙНОЙ МАКРОНЕРОВНОСТИ НА ПОВЕРХНОСТИ ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН С НАВЕСНЫМ ГИДРООБОРУДОВАНИЕМ

Выполнено обоснование линейной макронеровности на поверхности движения для формирования вертикальных воздействий со стороны дороги на остов технологической машины и навесное гидравлическое рабочее оборудование.

**Ключевые слова:** микропрофиль дороги, линейная неровность, приведенная масса, динамическое давление, силовые гидроцилиндры.

Современные гидравлические стреловые технологические машины краны, погрузчики могут выполнять транспортные операции с поднятым грузом. Представителями этой группы машин являются колесные машины и гусеничные платформы с навесным консольным гидрооборудованием.

При движении по одиночным микронеровностям опорной поверхности с грузом приходится снижать скорость движения машины до безопасной величины, при которой давление в силовых гидроцилиндрах стрелы не превышает предельный допустимый уровень, а вертикальные ускорения на сиденье водителя воспринимаются без вреда для здоровья оператора.

При оценке уровня колебаний транспортных средств используют два метода: детерминированный или стохастический. При детерминированной оценке колебаний машины микропрофиль дороги рассматривают в виде одиночных неровностей определенной длины, высоты и формы, а также способа их чередования. При этом учитывается способность шины сглаживать мелкие одиночные препятствия, размер которых соизмерим с длиной площади контакта шины с опорной поверхностью [1, 2].

В теории подпрессоривания машин принимают синусоидальный микропрофиль неровности дороги относительно средней линии неровности (рис. 1) [2–4]. Современная теория подпрессоривания и динамики

машин основана на использовании макронеровностей.

Математическая запись синусоиды имеет вид

$$q = q_0 \sin v t, \text{ где } 0 \leq vt \leq 2\pi, \quad (1)$$

где  $q_0$  — амплитуда синусоиды;  $L_B$  — длина одного периода волновой синусоидальной неровности;  $T$  — период.

На рис. 1 синусоида 1 имеет циклическую частоту

$$v = 2\pi/T.$$

В связи с тем что средняя линия синусоиды не является базой для отсчета высоты реальной неровности, в качестве базы отсчета принимают впадины опорной поверхности, в результате уравнение синусоидальной опорной поверхности (кривая 1) обретает следующий общепринятый вид [2–4]:

$$q = q_0(1 - \cos 2\pi x/L_B) = q_0(1 - \cos v t), \quad (2)$$

где  $0 \leq vt \leq 2\pi$ .

Частота неровности  $v$  определяется по формуле

$$v = 2\pi V_g/L_B, \quad (3)$$

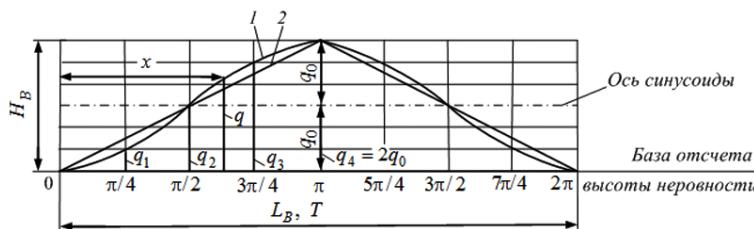


Рис. 1. Микронеровности на поверхности движения:  
1 — синусоидальная; 2 — линейная микроволна

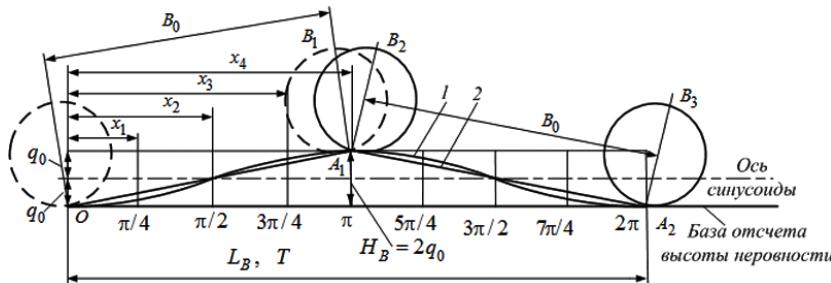


Рис. 2. Макронеровности на опорной поверхности:  
1 — синусоидальная; 2 — линейная макроволна

где  $V_g$  — скорость движения транспортного средства, м/с.

Период действия одиночной синусоидальной неровности определяется по формуле

$$T = L_B / V_g = 2\pi / v. \quad (4)$$

Формулы (1) – (4) используются в современной стохастической теории подрессоривания транспортных средств. Однако стохастические методы исследования являются более длительными и затратными по сравнению с детерминированными сравнительными испытаниями транспортных средств.

Недостатком теории подрессоривания транспортных технологических машин является отсутствие учета продольного макропрофиля дороги.

Для тяжелых технологических машин наиболее эффективными являются одиночные макронеровности в виде линейных выступов или впадин на продольном профиле поверхности движения машины. В качестве типового воздействия, моделирующего изменение продольного профиля дороги, можно принять линейную макронеровность, длина которой соизмерима с базой машины  $B_0$  (рис. 2) при этом  $L_B \geq 2B_0$ .

Недостатком современной синусоидальной микронеровности является сложность ее практической реализации, так как при реальном изготовлении модели синусоидальной неровности (см. рис. 1, кри-  
вая 1) на местности возникают трудности строительного и технологического характера. Поэтому для определения динамических нагрузок технологических машин предлагается линейная волновая макронеровность на поверхности движения, которая формирует вертикальные воздействия на остов машины и рабочее оборудование.

Кинематическими характеристиками линейной волновой неровности являются: длина волны  $L_B$ , которая равна или больше удвоенной базы машины  $L_B \geq 2B_0$ ; высота волновой неровности  $H_B = 2q_0 = 0,05–0,6$  м.

На рис. 3 показана технологическая колесная машина с консольным рабочим оборудованием, которая за время полупериода  $t = 0,5T$  прошла путь  $x = 0,5L_B \geq B_0$ , при этом передний мост погрузчика поднялся на высоту  $H_B$  относительно горизонтальной поверхности  $Oy$ .

После выхода машины на наклонную поверхность оба моста перемещаются по уклону, поэтому переходный процесс на рис. 3 изменения продольного профиля завершился, дальнейшее движение по наклонной плоскости совершается как устойчивое равномерное поступательное движение машины без макровозмущений со стороны дороги.

В теории колебаний динамические системы транспортных машин рассматривают как системы с ко-

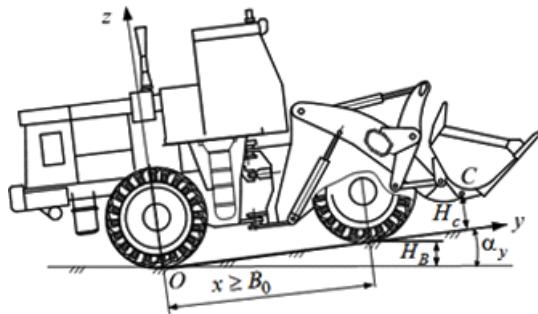


Рис. 3. Фронтальный погрузчик на наклонной опорной поверхности  $\alpha_y = \text{const}$

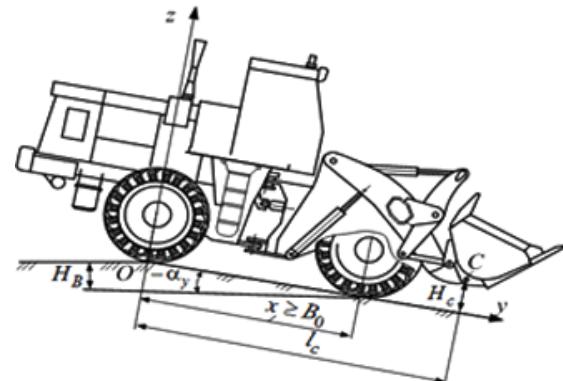


Рис. 4. Изменение макропрофиля опорной поверхности в виде уклона вниз  $\alpha_y = -\text{const}$

роткой памятью, то есть колебательные процессы возникают и завершаются на участках данного микропрофиля поверхности движения [2].

При рассмотрении динамических процессов, возникающих на участках макропрофиля при  $x > B_0$ , это положение справедливо в полной мере.

На рис. 4 показано изменение макропрофиля участка пути при спуске машины по уклону вниз с углом  $\alpha_y = -\text{const}$ .

В данном случае, как и в случае на рис. 3 при  $x \geq B_0$ , завершился переходный процесс и отсутствует возмущение со стороны макронеровности.

На рис. 5 представлен более сложный случай, когда на участке OA трассы в положении 1 машина движется с постоянной скоростью  $V_g = \text{const}$  по уклону вверх с постоянным углом  $\alpha_{y1}$ .

В положении 2 машина осуществляет переход с участка OA на участок трассы AB, расположенный под углом  $\alpha_{y2}$ . Машина совершает относительное угловое перемещение на угол  $\alpha_y = \alpha_{y1} + \alpha_{y2}$ . Переходный процесс этого перемещения завершается при  $x \geq B_0$  в тот момент, когда заднее колесо машины придет в точку A.

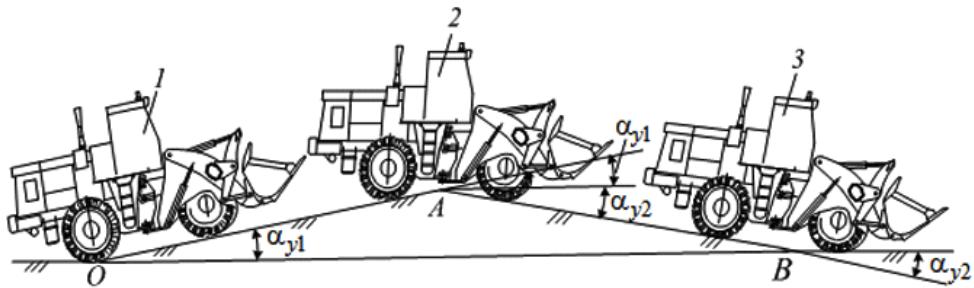


Рис. 5. Движение транспортного средства на трех участках трассы

Во всех рассмотренных случаях при входе переднего колеса на наклонный участок линейной неровности возникают динамические воздействия в гидроцилиндрах рабочего оборудования.

При входе переднего моста машины на линейную неровность происходит его вертикальное перемещение, которое за время переходного процесса  $0,5T$  равно

$$H_B = 0,5L_B \sin \alpha_y = B_0 \sin \alpha_y. \quad (5)$$

Движение машины по линейной неровности сопровождается появлением вертикального импульса скорости, который воздействует на транспортное средство.

Передний мост погрузчика и ковш приобретают разные импульсы вертикальных скоростей в связи с консольным расположением ковша относительно базы машины.

Вертикальная скорость за время полупериода  $0,5T$  на ковше погрузчика определяется по формуле

$$V_z = \pm V_g t g \alpha_y \frac{OC}{B_0}. \quad (6)$$

Из формулы (6) видно, что появление вертикальной средней скорости  $V_z$  на ковше погрузчика происходит при изменении продольного макропрофиля поверхности движения и зависит от скорости  $V_g$  движения транспортного средства, величины уклона поверхности движения  $\alpha_y$ , расстояния  $OC$  и базы  $B_0$  (см. рис. 4).

Рассмотренные динамические процессы являются источником возбуждения динамических процессов в силовых гидроцилиндрах стрелы.

В момент подхода переднего моста к уклону ось переднего колеса начинает двигаться вверх с постоянной скоростью  $V_z$ . При этом ковш с грузом и стрела в начальный момент (при  $t=0$ ) стремятся сохранять состояние покоя. Возникает относительное движение поршней в силовых гидроцилиндрах при запертых рабочих полостях гидроцилиндров. При наезде на уклон силовые гидроцилиндры стремятся двигаться относительно условно неподвижных поршней. Поскольку полости силовых гидроцилиндров заперты гидрозолотником, происходит дополнительное сжатие рабочей жидкости в полостях силовых гидроцилиндров, повышается давление в гидроцилиндрах и возникает затухающий колебательный процесс.

Для установления связи вертикальной скорости  $V_z$  ковша со скоростью поршней гидроцилиндров стрелы используем формулу высоты  $H_c$  положения вершины стрелы относительно опорной поверхности [5]

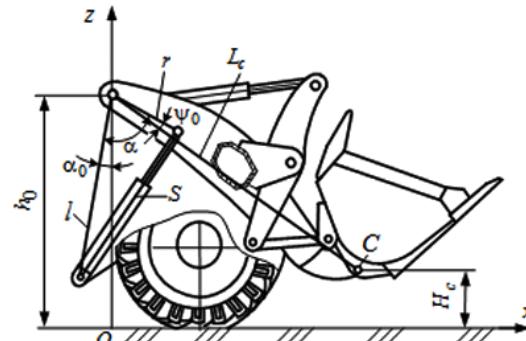


Рис. 6. Основные параметры механизма подъема стрелы погрузчика

$$H_c = h_0 - L_c \cos(\alpha - \alpha_0 - \psi_0), \quad (7)$$

где  $L_c$  — длина стрелы;  $h_0$  — высота положения шарнира стрелы на портале (рис. 6).

Угол  $\alpha$  в кинематическом треугольнике, образованном звеньями  $l$ ,  $r$ ,  $S$  определяется по формуле [1, 5]

$$\alpha = \arccos(D_1 - D_2 S^2), \quad (8)$$

где  $D_1$ ,  $D_2$  — постоянные коэффициенты, определяемые по формулам

$$D_1 = \frac{l^2 + r^2}{2lr}; \quad D_2 = \frac{1}{2lr}. \quad (9)$$

В формулах (7) – (9) использованы геометрические параметры, показанные на рис. 6.

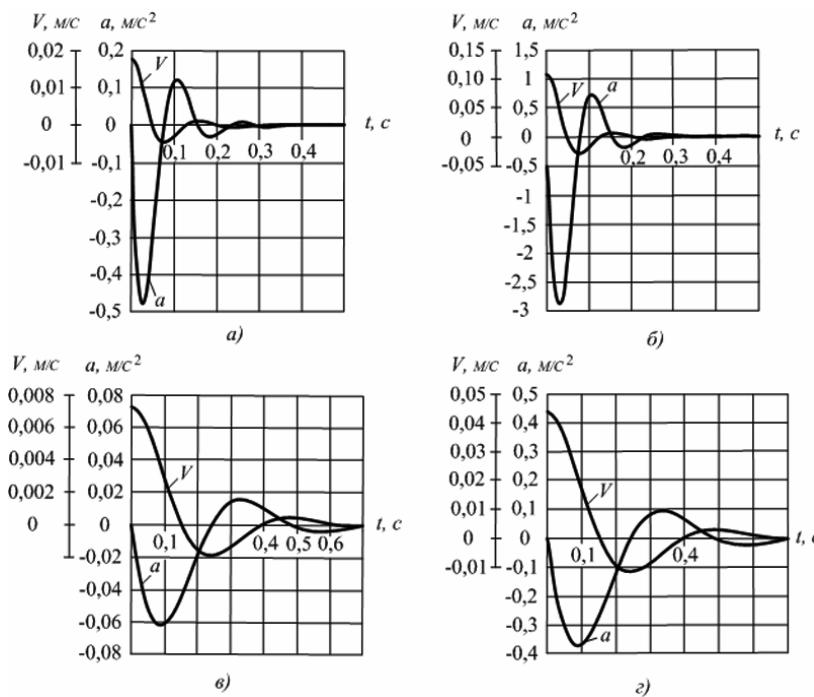
Вертикальная скорость  $V_z$  конца стрелы и ковша с грузом есть производная по времени от выражения (7)

$$V_z = dH_c/dt.$$

При определении производной по времени  $t$  от выражения (7) учитывается выражение (8), в котором звено переменной длины  $S = S_0 + S_n$  содержит переменную составляющую  $S_n = f(t)$  — перемещение поршня в силовом гидроцилиндре. Поэтому скорость поршня в гидроцилиндре равна  $V = dS/dt = dS_n/dt$ .

В результате получено аналитическое выражение, устанавливающее связь скорости  $V$  относительного движения поршня в гидроцилиндре стрелы с вертикальной скоростью ковша  $V_z$ , возбуждаемой неровностью на опорной поверхности

$$\frac{V_z}{V} = L_c \sin(\alpha - \psi_0 - \alpha_0) \frac{2D_2 S}{\sqrt{1 - (D_1 - D_2 S^2)^2}}. \quad (10)$$



**Рис. 7. Переходные процессы динамики поршня гидроцилиндра стрелы при движении погрузчика грузоподъемностью  $Q=3$  т по линейной неровности с разными скоростями:**  
 а) ковш внизу (стрела опущена),  $V=0,5$  м/с; б) ковш внизу (стрела опущена),  $V_g=3$  м/с;  
 в) ковш вверху (стрела поднята),  $V=0,5$  м/с; г) ковш вверху (стрела поднята),  $V_g=3$  м/с

Формула (10) представляет собой передаточное отношение вертикальной скорости ковша и относительной скорости поршня в гидроцилиндре стрелы при запертых полостях гидроцилиндра.

Для погрузчика грузоподъемностью  $Q=3$  т связь скоростей равна  $V/V_z = 4,08$  для стрелы в транспортном положении (см. рис. 5).

Полученное значение импульса скорости  $V$ , приведенное к поршню гидроцилиндров стрелы, возбуждаемое неровностью на поверхности движения, является возбудителем колебаний, описываемых дифференциальным уравнением динамики силовых гидроцилиндров стрелы [1, 5]

$$\ddot{V} + 2n\dot{V} + \omega^2 V = 0, \quad (11)$$

где  $V$  — скорость относительных колебаний поршня в гидроцилиндре;

$\omega$  — частота собственных колебаний поршня,  $\omega = \sqrt{C_r/m_p}$ , где  $C_r$  — коэффициент жесткости гидроцилиндра, Н/м;

$m_p$  — приведенная к поршню масса рабочего оборудования (стрелы, рычагов, полезного груза и других элементов);

$n$  — коэффициент затухания колебаний,  $n = \beta_g \omega$ ; где  $\beta_g$  — коэффициент демпфирования колебаний,  $\beta_g = 0,1 - 0,6$ .

Аналитическое решение дифференциального уравнения (11) имеет вид

$$V = e^{-nt} (C_1 \cos \omega_1 t + C_2 \sin \omega_1 t); \quad (12)$$

$$\dot{V} = e^{-nt} [(C_2 \omega_1 - C_1 n) \cos \omega_1 t - (C_1 n + C_2 \omega_1) \sin \omega_1 t], \quad (13)$$

где  $\omega_1$  — круговая частота затухающих колебаний,

$$\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - n^2}.$$

Уравнения (12) и (13) содержат постоянные интегрирования  $C_1$ ,  $C_2$ , которые определяются с ис-

пользованием начальных условий: при  $t=0$ ,  $V=V_0$ ;  $\dot{V}_0 = 0$ . Для заданных условий уравнения (11)

$$C_1 = V_0; \quad C_2 = \frac{nV_0}{\omega_1}.$$

Таким образом, установлена аналитическая зависимость вертикальных колебаний ковша рабочего оборудования, вызванных изменением макропрофиля поверхности движения, с относительными колебаниями поршней в силовых гидроцилиндрах.

Аналогичные явления относительных колебаний поршней в гидроцилиндрах стрелы возникают всегда при переезде переднего моста через одиночные препятствия и неровности. Однако, в связи с тем что одиночные препятствия и неровности машина преодолевает при соответствующем снижении скорости движения, затруднительно получить рекомендации по регулированию этих процессов.

Предложенная волновая линейная макронеровность на опорной поверхности позволяет определить конкретные предельные скорости движения, при которых возникающие динамические давления в гидроцилиндрах не превышают номинальных максимальных значений.

Номинальное давление  $p_n$  в гидроцилиндрах стрелы на транспортном режиме складываются из статической  $p_c$  и динамической  $p_g$  составляющих.

$$p_n \geq p_c + p_g. \quad (14)$$

Разработанная методика позволяет моделировать с помощью дифференциального уравнения (11) динамические процессы в силовых гидроцилиндрах.

Процесс затухания скорости  $V$  поршней гидроцилиндров сопровождается появлением ускорения поршней с приведенной массой. Максимум пика ускорения  $a_{max}$  позволяет определить максимальную

силу инерции приведенной массы и динамическое давление в силовых гидроцилиндрах по формуле

$$p_g = \frac{m_{\pi} a_{max}}{2 \left( \frac{\pi D_c^2}{4} \right)}, \quad (15)$$

где  $D_c$  — диаметр силового гидроцилиндра.

На рис. 7 для примера приведены переходные процессы, возбуждаемые в гидроцилиндрах стрелы, для погрузчика грузоподъемностью  $Q=3$  т.

При движении погрузчика с грузом в ковше приведенная к поршню масса рабочего оборудования и груза составляет  $m_{\pi}=78432$  кг для стрелы внизу, приведенная масса при горизонтальном положении стрелы  $m_{\pi}=121669$  кг и для стрелы вверху  $m_{\pi}=771725$  кг.

При движении погрузчика со скоростью  $V_g=0,5$  м/с по неровности высотой  $H_b=0,1$  м при относительной скорости поршня  $V=0,19$  м/с возникает пик ускорения  $a_{max}=0,475$  м/с<sup>2</sup> (рис. 7а). При движении погрузчика со скоростью  $V_g=3$  м/с для стрелы внизу пик ускорения  $a_{max}=2,8$  м/с<sup>2</sup> (рис. 7б). При движении с поднятой стрелой при скорости движения  $V_g=0,5$  м/с пик ускорения  $a_{max}=0,06$  м/с<sup>2</sup> (рис. 7в), а при движении со скоростью  $V_g=3$  м/с пик ускорения  $a_{max}=0,375$  м/с<sup>2</sup> (рис. 7г).

Переходные процессы получены при движении по неровности высотой  $H_b=0,1$  м. Из графиков видно, что при увеличении скорости движения погрузчика в 6 раз величина пика ускорения увеличивается в 5,8 раза, т. е. практически пропорционально увеличению скорости движения транспортного средства. Для стрелы, поднятой в верхнее положение, ускорение резко уменьшается вследствие увеличения приведенной к поршню массы  $m_{\pi}$ .

**Выводы.** Предложена волновая линейная макронеровность, моделирующая изменение продольного профиля поверхности движения транспортного сред-

ства. Впервые установлена связь вертикальных импульсов скорости, возбуждаемых линейной макронеровностью, с вертикальным импульсом скорости ковша погрузчика и выполнена передача этого импульса поршням силовых гидроцилиндров.

В процессе эксплуатации машины сумма статического и динамического давлений не должна превышать номинальное расчетное давление гидросистемы.

#### Библиографический список

1. Бояркина, И. В. Технологическая механика одноковшовых фронтальных погрузчиков : моногр. / И. В. Бояркина. — Омск : СибАДИ, 2011. — 336 с.
2. Ротенберг, Р. В. Подвеска автомобиля / Р. В. Ротенберг. — М. : Машиностроение, 1972. — 392 с.
3. Литвинов, А. С. Автомобиль: Теория эксплуатационных свойств / А. С. Литвинов, Я. Е. Фаробин. — М. : Машиностроение, 1989. — 240 с.
4. Силаев, А. А. Спектральная теория подпрессоривания транспортных машин / А. А. Силаев. — М. : Машиностроение, 1972. — 192 с.
5. Тарасов, В. Н. Динамика систем управления рабочими процессами землеройно-транспортных машин : моногр. / В. Н. Тарасов. — Омск : Зап.-Сиб. книжное изд-во, 1975. — 182 с.

---

**ТАРАСОВ Владимир Никитич**, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры механики.

Адрес для переписки: tarasov\_vladimir07@mail.ru  
**БОЯРКИНА Ирина Владимировна**, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры механики.

Адрес для переписки: iriboyarkina@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 20.09.2016 г.

© В. Н. Тарасов, И. В. Бояркина

## КНИЖНАЯ ПОЛКА

**Сироткин, О. С. Основы инновационного материаловедения : моногр. / О. С. Сироткин. — М. : ИНФРА-М, 2016. — 156 с.**

С опорой на четыре фундаментальные базисные инновации изложены современные концептуальные и теоретические положения, раскрывающие специфику предмета материаловедения как единой естественной науки о металлах и неметаллах. В результате впервые показано, что ответ на вопрос о единстве природы металлических и неметаллических материалов и специфике их отличий в структуре и свойствах наиболее точно раскрывается через универсальные системы базовых понятий и многоуровневой классификации их структур, единую модель химической связи элементов тонкой микроструктуры и Систему химических связей и соединений (СХСС). Рассматривается новая универсальная методология проектирования структуры материалов с комплексом заданных свойств. Монография предназначена для ученых и специалистов материаловедов, изучающих и практическими опирающихся при конструировании новых типов химических веществ и материалов на теоретическую оценку влияния специфики их многоуровневой структуры на свойства «различных по природе» видов металлов, неметаллов (полимеров и керамик) или смешанных их типов с учетом основных рассматриваемых базисных инноваций. Это имеет особое значения для создания как новых конструкционных, так и электротехнических материалов, отвечающих современным требованиям тепло- и электроэнергетики, а также промышленности в целом.