



ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 519.2:004.421.5:004.7

**В. Н. ЗАДОРОВЫЙ
М. Н. ЮДИНА**

Омский государственный
технический университет

МЕТОДЫ УСКОРЕННОГО РАСЧЕТА И ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ВЫСОКОНАДЕЖНЫХ СТРУКТУРНО СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

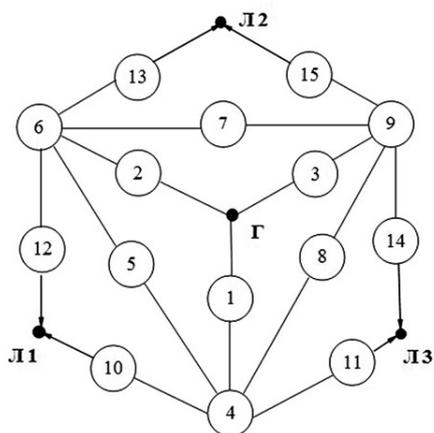
Разрабатывается подход, позволяющий кардинально ускорить расчет и оптимизацию надежности больших сетей, содержащих десятки тысяч элементов. Подход сочетает ускоренные методы расчета надежности структурно сложных систем и использование топологических показателей для выявления групп критических элементов.

Ключевые слова: сложные системы, надежность больших сетей, расчет надежности, оптимизация, ускоренные методы Монте-Карло.

Введение. Высоконадежными структурно сложными системами называют системы, состоящие из большого числа высоконадежных элементов, функциональные связи между которыми образуют неприводимый (не параллельно-последовательный) граф надежности [1]. Актуальным примером таких систем являются технические и социотехнические сети, содержащие большое число узлов и связей (например, информационные, транспортные, электрические и другие сети). Как правило, такие сети

содержат большое число терминалов, представляемых полюсами графа надежности. При наличии более чем двух полюсов граф надежности становится неприводимым, и вычисление разнообразных показателей надежности, применяемых в инженерной практике, превращается в NP-сложную задачу. Пример графа надежности с четырьмя полюсами приведен на рис. 1.

С позиций сложности анализа надежности все сети можно условно разделить на малые, средние



$$p_1 = p_2 = p_3 = 10^{-5} = \beta_1 \quad p_5 = p_7 = p_8 = 3 \cdot 10^{-5} = \beta_3$$

$$p_4 = p_6 = p_9 = 2 \cdot 10^{-5} = \beta_2 \quad p_{10} = \dots = p_{15} = 5 \cdot 10^{-5} = \beta_4$$

Рис. 1. Граф системы электрообеспечения [2]:
Г — генератор; Л1, Л2, Л3 — потребители электроэнергии

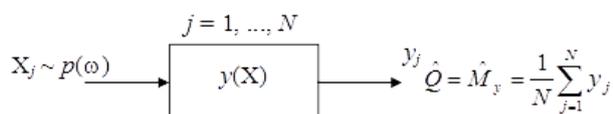


Рис. 2. Схема метода Монте-Карло

и большие. Малые сети содержат десятки/сотни элементов, и расчет их надежности может выполняться точными или приближенными аналитическими методами [3]. Средние сети содержат тысячи элементов и рассчитываются, как правило, приближенными аналитическими методами или методами Монте-Карло (МК). Большие сети содержат от нескольких десятков тысяч до нескольких миллионов элементов, и для исследования их надежности разрабатывается и используется множество специальных методов, основанных на применении топологических показателей и методов имитационного моделирования [4, 5]. Отметим, что здесь мы рассматриваем такие сети, элементы которых могут иметь разную надежность и структура которых не является регулярной (ячейкой).

Целью исследования, выполняемого в данной статье, является разработка подхода, позволяющего распространить метод МК на задачи расчета и оптимизации надежности средних и больших сетей. В основе разрабатываемого подхода лежат два ключевых положения. Первое состоит в наблюдении (излагаемом в статье), что применение топологических показателей позволяет выявить критические группы элементов, определяющие надежность сети как единого целого, и тем самым сократить трудоемкость расчета надежности. Второе положение заключается в том, что критические группы содержат малую часть элементов средних и больших сетей.

Классическая задача надежности. Система состоит из n элементов с номерами $i = 1, \dots, n$. Каждый элемент i случайно и независимо может находиться либо в исправном состоянии ($x_i = 0$), либо в состоянии отказа ($x_i = 1$), где x_i — инди-

катор отказа элемента i . Таким образом, вектор $X = (x_1, \dots, x_n)$ состояний элементов принимает значения на множестве $\Omega = \{\omega = (\omega_1, \dots, \omega_n) : \omega_i \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, n\}$ всех двоичных наборов (нулей и единиц) длины n , и $|\Omega| = 2^n$.

Состояние системы описывается индикатором $y \in \{0, 1\}$ отказа системы, являющимся функцией $y = y(X)$ вектора состояний элементов. Для структурно сложной системы функция $y(X)$ обычно определяется посредством графа надежности (например, для представленной на рис. 1 системы $y(X) = 1$ тогда и только тогда, когда из полюса Г во все полюса Л1, Л2, Л3 существуют пути, проходящие через исправные элементы). Классическая задача надежности состоит в определении вероятности $Q = M(y)$ отказа системы при заданных вероятностях $p_i = P(x_i = 1) = M(x_i)$ отказа элементов.

Заданный вектор $P = (p_1, \dots, p_n)$ вероятностей отказа полностью определяет закон распределения $p(\omega)$ многомерной случайной величины (с.в.) X :

$$p(\omega) = P(X = \omega) = \prod_{i=1}^n p_i^{\omega_i} q_i^{1-\omega_i}, \quad \text{где } q_i = 1 - p_i. \quad (1)$$

Точное решение классической задачи надежности для любого неприводимого графа дается следующим очевидным соотношением:

$$Q = M(y(X)) = \sum_{\omega} y(\omega) p(\omega) =$$

$$= \sum_{\omega} y(\omega) \prod_{i=1}^n p_i^{\omega_i} q_i^{1-\omega_i}. \quad (2)$$

Проблема заключается в том, что при использовании формулы (2) нужно вычислять сумму 2^n слагаемых, а для средних сетей это число операций выше предела Бремермана — Эшби, т.е. технически нереализуемо [6].

Сложность вычисления суммы (2) составляет обычно $O(n) \cdot 2^n$ (сложность вычисления $y(\omega)$ по графу составляет $O(n)$, когда плотность ребер в нем ограничена сверху).

При относительно невысокой надежности систем расчет Q можно выполнять методом Монте-Карло, разыгрывая случайным образом состояния X элементов в соответствии с распределением $p(\omega)$, вычисляя значения $y(X)$ и усредняя их (рис. 2). Если в N таких опытах получено $N_{\text{отк}}$ единичных значений y (отказов), то оценка $\hat{Q} = \sum_{j=1}^N y_j / N = N_{\text{отк}} / N$ вероятности Q имеет относительную погрешность в смысле коэффициента вариации, равную $1/\sqrt{N_{\text{отк}}}$. В этом случае для расчета Q с приемлемой для практики относительной погрешностью 10 % достаточно выполнить такое число опытов, при котором будет получено 100 отказов. Сложность такого расчета при ограниченных Q составляет $O(n)$.

Однако при малых Q применение метода МК становится проблематичным, поскольку для получения 100 отказов может потребоваться выполнить слишком много опытов. Так, вероятность отказа системы, изображенной на рис. 1, составляет величину порядка 10^{-8} , поэтому для ее расчета непосредственно методом МК потребовалось бы около 10^{10} опытов (на персональном компьютере такой расчет выполнялся бы в течение приблизительно 10 тысяч минут). Поэтому для расчета высоконадежных структурно сложных систем используют ускоренные методы МК [1, 7].

Метод взвешивания. Метод взвешивания позволяет изменять распределение вероятностей входной с.в. X (рис. 2) и при этом сохранять неизменными как искомое математическое ожидание (м.о.) выходной с.в., так и программную модель системы, реализующую преобразование $y(X)$. Такой комплекс изменений основан на эквивалентности следующих двух представлений м.о. произвольной функции y от произвольной непрерывной с.в. $x \sim f(t)$:

$$M(y) = \int y(t)f(t)dt = \int y(t)\frac{f(t)}{f'(t)}f'(t)dt = M\left[y(x) \cdot \frac{f(x)}{f'(x)}\right] = M(y'), \quad (3)$$

где $f(t)$ — заданная плотность вероятностей с.в. x ; $f'(t)$ — новая произвольно выбранная плотность вероятностей, не равная нулю там, где не равна нулю $f(t)$; $y' = y(x)f(x)/f'(x)$. Аналогичное (3) соотношение можно записать и для дискретных величин, включая многомерные величины. Схема расчета надежности при использовании метода взвешивания представлена на рис. 3.

В соответствии с методом взвешивания расчет надежности системы, изображенной на рис. 1, можно выполнить следующим образом. Состояния X элементов будем разыгрывать не с теми их вероятностями отказа, которые указаны на рис. 1, а с вероятностями, в 4000 раз большими. Тогда, согласно (1), распределение вероятностей $p'(\omega)$ на рис. 3 имеет вид

$$p'(\omega) = \prod_{i=1}^n (4000p_i)^{\omega_i} (1 - 4000p_i)^{1-\omega_i}, \quad (4)$$

где $n = 15$, а вероятности p_i указаны на рис. 1. Во многих опытах j вектор X_j на входе (рис. 3) будет содержать достаточно много единиц (будет отказывать достаточно много элементов), и, следовательно, на выходе достаточно часто будет наблюдаться значение $y_j = 1$ (достаточно часто будет наблюдаться отказ системы). Но при этом каждое значение y_j «взвешивается», т.е. умножается на весовой коэффициент $p(X) / p'(X) = p(X_j) / p'(X_j)$, и в результате м.о. усредняемой с.в. y' остается равным искомому точному значению Q (сравни рис. 3 и формулу (3)). Здесь выражения для преобразований $p(X)$ и $p'(X)$ получаются подстановкой в выражения (1) и, соответственно, (4), случайных переменных x_i на место переменных ω_i .

Расчет изображенной на рис. 1 системы, выполненный описанным в этом примере способом, при числе опытов $N = 10^7$ дал для $Q = M(y)$ оценку $\hat{M} = 1,4687 \cdot 10^{-8}$. Соответствующий доверительный интервал, построенный по правилу трех сигм, имеет вид $Q = (1,4687 \pm 0,0067) \cdot 10^{-8}$ (его вероятность составляет $1 - 0,0027$). На весь расчет персональный компьютер потратил 8 минут. Для сравнения приведем точное значение искомой вероятности: $Q = 1,469\ 933\ 697\ 432\ 19 \cdot 10^{-8}$ (выполнить точный расчет по формуле (2) здесь не составило труда, поскольку потребовалось просуммировать лишь $215 = 32\ 768$ слагаемых). Количество значащих цифр в приведенном точном решении ограничено лишь точностью вычислений в Excel.

Метод расслоения. Метод расслоения заключается в применении прямого метода МК

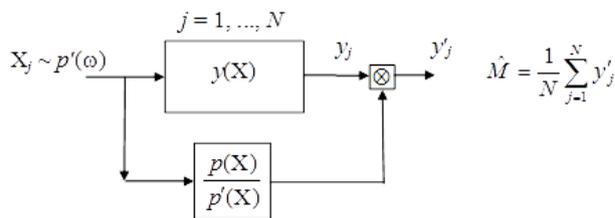


Рис. 3. Расчет надежности методом взвешивания

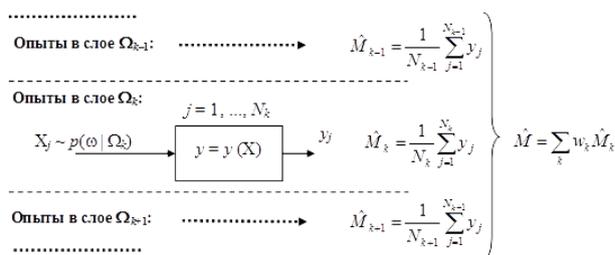


Рис. 4. Схема метода расслоения

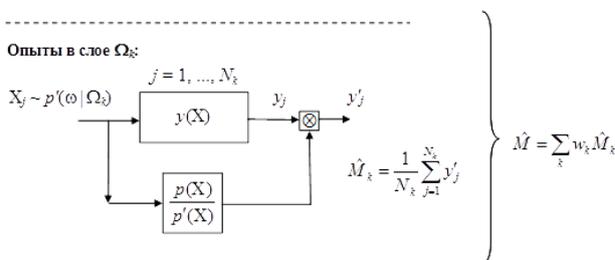


Рис. 5. Схема комбинированного метода взвешивания / расслоения

не во всем пространстве Ω значений X , а (почередно) в заранее выбранных подмножествах (слоях) $\Omega_k \subset \Omega$, где $\cup_k \Omega_k = \Omega$ и $\Omega_k \cap \Omega_l = \emptyset$ при $k \neq l$. Разбиение множества Ω на слои Ω_k в принципе может быть произвольным, лишь бы были точно известны вероятности слоев $w_k = P(X \in \Omega_k)$. Для проведения экспериментов в слое Ω_k значения X разыгрываются в соответствии с условным распределением вероятностей $p(\omega | \Omega_k) = P(X = \omega | X \in \Omega_k)$:

$$p(\omega | \Omega_k) = \begin{cases} \frac{1}{w_k} p(\omega), & \omega \in \Omega_k, \\ 0, & \omega \notin \Omega_k. \end{cases} \quad (5)$$

В ходе экспериментов в слоях Ω_k (рис. 4) вычисляются оценки \hat{M}_k соответствующих условных м.о. $M_k = M(y | X \in \Omega_k)$, которые затем пересчитываются в оценку \hat{M} искомого безусловного м.о. $M(y)$ по формуле

$$\hat{M} = \sum_k w_k \hat{M}_k, \quad (6)$$

в основе которой лежит соответствующая точная формула

$$M(y) = \sum_k w_k M_k. \quad (7)$$

Можно легко доказать, что произвольное расслоение не ухудшает точность получаемой оценки \hat{M} по сравнению с прямым методом МК, если общее число опытов N распределяется по слоям Ω_k по правилу $N_k = w_k N$ [1]. Традиционно при расчете высоконадежных структурно сложных систем слои Ω_k определяют как наборы таких ω , для которых $[\omega] = k$, где $[\omega]$ — число единиц в векторе ω ; $k = 0, \dots, n$. Иными словами, в каждом слое Ω_k разыгрываются только такие X , которые соответствуют отказу ровно k элементов. Тогда, очевидно, в слое Ω_0 опыты проводить не нужно, поскольку точно известно, что при отказе 0 элементов система не отказывает ($M_0 = 0$), и в (7) слагаемое $w_0 M_0$ заведомо равно нулю, как и соответствующее слагаемое в (6). Заметим, что в прямом методе МК почти все время в случае высоконадежных элементов тратится на реализацию именно исходов $X \in \Omega_0$, а точнее, на повторения исхода $X = (0, 0, \dots, 0)$.

При расчете системы, представленной на рис. 1, опыты не нужны и в слое Ω_1 , ведь при числе отказавших элементов $k = 1$ система тоже не отказывает ($M_1 = 0$). И кроме того, типичной для случая высоконадежных элементов здесь является ситуация, когда нет необходимости проводить опыты в слоях Ω_k с большими k , в данном случае — в слоях с $k > 3$. Действительно, мы можем в (7) пренебречь слагаемыми $w_4 M_4, \dots, w_{15} M_{15}$, так как их сумма даже в предположении, что M_4, \dots, M_{15} все равны единице, ничтожно мала:

$$\begin{aligned} \sum_{k=4}^{15} w_k M_k &\leq \sum_{k=4}^{15} w_k = 1 - \sum_{k=0}^3 w_k = \\ &= 1 - p(X \in \Omega_0) - \dots - p(X \in \Omega_3) = \\ &= 1 - \prod q_i - \sum_{i_1} p_{i_1} \prod_{i \neq i_1} q_i - \dots - \\ &\quad - \sum_{\substack{i_1 < i_2 < i_3 \\ i_1 \neq i_2 \\ i_1 \neq i_3 \\ i_2 \neq i_3}} p_{i_1} p_{i_2} p_{i_3} \prod q_i = \\ &= 1 - \prod q_i - \sum_{i_1} \frac{p_{i_1}}{q_{i_1}} \prod q_i - \dots - \\ &\quad - \sum_{i_1 < i_2 < i_3} \frac{p_{i_1} p_{i_2} p_{i_3}}{q_{i_1} q_{i_2} q_{i_3}} \prod q_i = 1,11923 \cdot 10^{-15}. \end{aligned} \quad (8)$$

Поскольку в (7) вся сумма $M(y) = Q$ является величиной порядка 10^{-8} , то рассчитанная в (8) отбрасываемая часть суммы составляет лишь около десятимиллионной доли Q . Таким образом, для расчета данной конкретной системы (рис. 1) достаточно выполнить опыты лишь в слоях Ω_2 и Ω_3 . Число N опытов распределяется между слоями по правилу $N_k \propto N$, т.е. $N_2 = w_2 N / (w_2 + w_3)$, $N_3 = w_3 N / (w_2 + w_3)$.

Комбинированный метод взвешивания / расслоения. Применение метода расслоения при неравнонадежных элементах усложняется тем, что реализация случайного вектора $X \in \Omega_k$ в соответствии с распределением вероятностей (5) требует значительных затрат памяти и времени.

Если, например, система состоит из 500 элементов, то слой Ω_3 содержит $C_{500}^3 = 20\,708\,500$ векторов, которые нужно хранить вместе с их вероятностями. При этом для генерации только одного $X \in \Omega_3$ придется либо выполнять в среднем около 10 млн раз простой цикл операций преобразования в X стандартного случайного числа $u \sim R[0, 1]$, либо, используя более сложный цикл

такого преобразования, для каждого X выполнять его $\log_2(C_{500}^3) \approx 24$ раза.

Проблема реализации $X \in \Omega_k$ успешно решается комбинированием методов расслоения и взвешивания. Метод взвешивания используется при этом для перехода от заданного $p(\omega)$ к такому $p'(\omega)$, которое сделает вероятности всех X в одном и том же слое Ω_k одинаковыми (и равными, соответственно, $1/C_n^k$). Можно, например, перейти сначала от прямого метода МК к методу взвешивания (рис. 3), а затем распределить эксперименты по слоям [7]. Схема такой версии рассматриваемого метода приведена на рис. 5.

Можно вначале выполнить расслоение экспериментов, затем в каждом слое применить метод взвешивания. Первый вариант (рис. 5) приводит к более простым расчетным формулам, но требует определиться с выбором вероятности p отказа, одной и той же для всех элементов. В [7] рекомендуется использовать значение p , близкое к среднему геометрическому вероятностей p_i .

Используя этот вариант комбинированного метода для расчета системы, представленной на рис. 1, примем $p'_1 = \dots = p'_{15} = p = 2 \cdot 10^{-5}$. Тогда из заданного распределения (1) получаем

$$p'(\omega) = \prod_{i=1}^n p^{\omega_i} q^{1-\omega_i} = p^k (1-p)^{n-k}, \quad (9)$$

где $k = [\omega]$. После перехода к этому новому распределению (9) метод взвешивания определен полностью, поскольку формулы вычисления веса $p(X)/p'(X)$ теперь тоже определены: $p(X)$ по-прежнему выражается формулой (1) (с x_i на месте ω_i), $p'(X)$ — формулой (9), где k — число единиц в разыгранном векторе X . Далее раскладываем взвешенный эксперимент на два слоя Ω_2 и Ω_3 (отсутствие необходимости экспериментов в других слоях обосновывается здесь так же, как и при обычном расслоении).

В каждом слое Ω_k ($k = 2, 3$) на входе генерируются равновероятные векторы X с k единицами (это делается путем случайного выбора номеров k отказавших элементов). Коэффициенты w_k (рис. 5) составляют

$$w_k = p(X \in \Omega_k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \quad k \in \{2, 3\}. \quad (10)$$

Выполнение $N = 10^7$ опытов, распределенных между слоями Ω_2 и Ω_3 по правилу $N_k \propto N$, дало для $Q = M(y)$ оценку $\hat{M} = 1,4681 \cdot 10^{-8}$. Соответствующий доверительный интервал, построенный по правилу трех сигм, имеет вид $Q = (1,4681 \pm 0,0047) \cdot 10^{-8}$. На весь расчет персональный компьютер потратил менее чем 2,5 минуты.

Анализ чувствительности. Богатую информацию о свойствах исследуемых систем в окрестностях заданных значений параметров дают коэффициенты чувствительности (КЧ) рассчитываемых показателей к изменениям этих параметров [8]. Расчет КЧ затрудняется известной проблемой численного дифференцирования, которая при использовании метода МК усугубляется стохастическими составляющими погрешностей вычисления целевого показателя.

Тем не менее для рассматриваемого примера системы ряд КЧ удастся вычислить с приемлемой точностью.

Коэффициенты чувствительности показателя Q к изменениям параметров $\beta_1 - \beta_4$

Показатель	Параметры системы			
	β_1	β_2	β_3	β_4
Оценки логарифмических КЧ $L_{Q\beta_i}$ методом взвешивания	-0,001	0,65	-0,001	1,93
Вычисленные по ним оценки абсолютных КЧ	-10^{-6}	0,0005	$-4 \cdot 10^{-7}$	0,00057
Оценки логарифмических КЧ $L_{Q\beta_i}$ комбинированным методом	0	0,579	0	1,48
Вычисленные по ним оценки абсолютных КЧ	0	0,000425	0	0,00043
Оценки логарифмических КЧ $L_{Q\beta_i}$ при точном расчете Q	$3,48 \cdot 10^{-6}$	0,572	$2,45 \cdot 10^{-6}$	1,43
Вычисленные по ним оценки абсолютных КЧ	$5,1 \cdot 10^{-9}$	0,000420	$1,2 \cdot 10^{-9}$	0,00042

Таблица 2

Расчет вероятности Q по подслоям слоя Ω_2

Отказов в группе В	Отказов в группе D	Опытов (разных X) в подслое	M	$p'(X)/p(X) \cdot w \cdot M$
0	2	15	$3/15 = 1/5$	$7,4991 \cdot 10^{-9}$
1	1	18	$6/18 = 1/3$	$5,9991 \cdot 10^{-9}$
2	0	3	$3/3 = 1$	$1,1998 \cdot 10^{-9}$
Итого Q:				$1,4698 \cdot 10^{-8}$

Полагая, что $p_1 = p_2 = p_3 = \beta_1$, $p_4 = p_6 = p_9 = \beta_2$, $p_5 = p_7 = p_8 = \beta_3$, $p_{10} = \dots = p_{15} = \beta_4$ (рис. 1), рассчитаем четыре абсолютных КЧ $K_{Q\beta_i} = \frac{\partial Q}{\partial \beta_i}$ и соответствующие им логарифмические КЧ $L_{Q\beta_i} = \frac{\partial \ln Q}{\partial \ln \beta_i} = \frac{\partial Q}{\partial \beta_i} \frac{\beta_i}{Q}$ при заданных β_i , $i = 1, \dots, 4$.

Анализ свойств полинома надежности (2) при малых p_i и хорошем структурном резерве системы показывает, что расчет производных методом малых приращений позволяет точнее оценивать логарифмические КЧ, нежели абсолютные КЧ. В табл. 1 приведены оценки КЧ $L_{Q\beta_i}$, найденные методом малых приращений при использовании 100 %-х приращений параметров β_i и расчете соответствующих значений Q методом взвешивания и комбинированным методом взвешивания / расслоения (при $N = 107$). Эти же КЧ для сравнения оценены при 1 %-х приращениях параметров β_i и точном расчете Q . Вместе с найденными оценками логарифмических КЧ $L_{Q\beta_i}$ приведены вычисленные по ним оценки абсолютных КЧ $K_{Q\beta_i} = L_{Q\beta_i} Q / \beta_i$.

Из таблицы видно, что расчет КЧ комбинированным методом взвешивания / расслоения оказывается весьма точным.

Параметрическая оптимизация системы. Пусть $m_i = \beta_i / \beta(s_i)$ — коэффициент повышения надежности элементов i -го типа в системе ($i = 1, \dots, 4$; рис. 1), достигаемого за счет вложения некоторого ресурса $s_i > 0$ (например, за счет финансирования соответствующих исследований). На современном этапе развития технологий действуют показательные законы эффективности вложений, т.е. $m_i \propto 10^{s_i}$. Положим для простоты, что $m_i = 10^{s_i}$ для всех типов i элементов, т.е. при вложении ресурса $s_i = 1$

в элементы любого типа i их вероятность отказа уменьшится на порядок. В таком случае имеем $\beta(s_i) = \beta_i / m_i = \beta_i 10^{-s_i}$.

Пусть также на повышение надежности рассматриваемой системы выделен ресурс $S = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = 1$. Возникает задача оптимального распределения ресурса S по четырем типам элементов системы

$$Q = Q(s_1, s_2, s_3, s_4) \rightarrow \min \quad (11)$$

при ограничениях

$$s_1, s_2, s_3, s_4 \geq 0, \quad s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = S = 1. \quad (12)$$

Зная КЧ и учитывая небольшую величину распределяемого ресурса $S = 1$, задачу (11), (12) можно решать приближенно, выбирая значения варьируемых переменных s_i пропорциональными компонентам антиградиента $-\nabla Q(s_1, \dots, s_4) = (-\partial Q / \partial s_1, \dots, -\partial Q / \partial s_4)$ целевой функции при $S = 0$, где

$$\begin{aligned} -\frac{\partial Q}{\partial s_i} \Big|_{s_i=0} &= -\frac{\partial Q}{\partial \beta(s_i)} \frac{\partial \beta(s_i)}{\partial s_i} \Big|_{s_i=0} = \\ &= -K_{Q\beta_i} \frac{\partial(\beta_i 10^{-s_i})}{\partial s_i} \Big|_{s_i=0} = K_{Q\beta_i} \beta_i \cdot \ln 10 = Q L_{Q\beta_i} \ln(10), \end{aligned}$$

или, что то же самое, выбирая значения s_i пропорциональными $L_{Q\beta_i}$ так, чтобы выполнялось ограничение (12), т.е. полагая $s_i = h L_{Q\beta_i}$, $\sum h L_{Q\beta_i} = 1$. Из последнего равенства, подставляя в него оценки для $L_{Q\beta_i}$, полученные в табл. 1 комбинированным методом, находим $h = 0,4995$. Тогда $s_1 = s_3 = 0$,

$s_2 = 0,286$, $s_4 = 0,714$. Новые значения β_i в соответствии с формулой $\beta(s_i) = \beta_i 10^{-s_i}$ таковы: $\beta_2 = 1,036 \cdot 10^{-5} \approx 10^{-5}$, $\beta_4 = 9,653 \cdot 10^{-6} \approx 10^{-5}$. Параметры $\beta_1 = 10^{-5}$ и $\beta_3 = 3 \cdot 10^{-5}$ не изменяются.

Расчет системы комбинированным методом (при $N = 10^7$) с новым набором параметров β_i дает для вероятности ее отказа оценку $Q = (1,198 \pm 0,003) \cdot 10^{-9}$. Точным численным решением задачи (11), (12), найденным методом сопряженных градиентов с применением полинома (2), является решение $s_1 = s_3 = 0$, $s_2 = 0,3$, $s_4 = 0,7$ ($\beta_1 = 10^{-5}$, $\beta_2 = 1,002 \cdot 10^{-5}$, $\beta_3 = 3 \cdot 10^{-5}$, $\beta_4 = 9,976 \cdot 10^{-6}$), $Q = 1,2 \cdot 10^{-9}$.

Таким образом, комбинированные методы взвешивания и расслоения позволяют не только рассчитывать надежность высоконадежных структурно сложных систем, но и выполнять анализ чувствительности, а также решать задачи параметрической оптимизации таких систем.

Критические группы, конденсаторы меры и топологические показатели. Как видно из вышеизложенного, с помощью анализа чувствительности можно определять группы критических элементов — такие группы, элементы которых оказывают решающее влияние на надежность сложной системы в целом. В рассмотренном примере это группа **B** элементов 4, 6, 9, которые имеют вероятности отказа β_2 , и группа **D** элементов 10, ..., 15, вероятности отказа которых равны β_4 . Чувствительность вероятности Q к изменению надежности остальных элементов практически равна нулю. И выделяемые на повышение надежности системы ограниченные ресурсы имеет смысл направлять только на повышение надежности элементов критических групп.

Решая задачу повышения эффективности разрабатываемых в статье методов, важно обратить внимание на то, что если бы мы имели возможность выявлять критические группы до выполнения анализа чувствительности, то это позволило бы кардинально снизить трудоемкость расчетов. Действительно, можно, например, ограничиться экспериментами с той частью исходов Ω_2 , в которой оба отказавших элемента выбираются из групп **B** и **D**. По сути это означает, что достаточно выполнить $N = 15 + 18 + 3 = 36$ опытов, представленных в табл. 2. Вероятности M отказа системы при указанных в таблице трех вариантах распределения двух отказов определены здесь точно «вручную» (их легко определить непосредственно по рис. 1). Поэтому весь расчет надежности сводится к элементарному вычислению вероятностей w трех рассматриваемых подслоев слоя Ω_2 и весов $p'(X)/p(X)$, определенных в соответствии с методом взвешивания (рис. 5). Веса в табл. 2 вынесены за пределы экспериментов в подслоях, поскольку в пределах подслоев не изменяются (не зависят от X), и учитываются при расчете безусловного $M_y = Q$.

Относительная погрешность полученного значения Q составляет менее 0,01 % (такая точность удовлетворяет практически всем приемлемым допускам).

Подмножество Ω_c множества Ω элементарных исходов будем называть $(1 - \alpha)$ -значимым конденсатором меры Q , если частичный полином надежности

$$\sum_{\omega \in \Omega_c} y(\omega) \prod_{i=1}^n p_i^{\omega_i} q_i^{1-\omega_i} \text{ составляет не менее } (1 - \alpha)Q.$$

Например, 36 элементарных исходов подслоев, рассмотренные в табл. 2, представляют собой 0,9999-значимый конденсатор меры Q для системы, заданной на рис. 1. Число 36 исходов в этом кон-

денсаторе есть число C_9^2 способов расположить 2 единицы в 3 + 6 позициях двоичного вектора ω .

В общем случае, если сложная высоконадежная система содержит несколько критических групп элементов с общим их числом m , то конденсатор меры Q будет состоять, как правило, из C_m^2 или $C_m^2 + C_m^3$ исходов (в зависимости от надежности элементов и требуемого уровня значимости).

Теперь для изложения основной идеи статьи остается ответить на два ключевых вопроса: 1) как найти критические группы элементов средней или большой сети, не выполняя предварительно трудоемкого анализа чувствительности? 2) как будут расти размеры конденсаторов меры Q , определяющие трудоемкость расчетов, с ростом размера n сетей?

Ответ на первый вопрос подсказывает анализ особенностей элементов, составляющих критические группы **B** и **D** на рис. 1. Элементы 4, 6, 9 группы **B** — это самые высокосвязные узлы графа надежности. Степень связности каждого из этих узлов равна пяти, в то время как у остальных узлов она равна только двум. Что касается элементов 10, ..., 15 группы **D**, то можно предположить, что решающая их особенность — это их самая высокая вероятность отказа β_2 (где тонко, там и рвется), и именно это определяет высокую чувствительность Q к изменениям β_2 . Однако это предположение опровергается опытом: после шага оптимизации β_2 становится такой же, как β_1 и β_4 , и значительно меньшей, чем β_3 . Однако КЧ Q к изменениям параметров β_2 и β_4 вновь (практически выравниваясь) на пять порядков превышают другие КЧ, т.е. группа **D**, как и группа **B**, вновь остается критической. Очевидно, особая роль элементов обеих критических групп определяется их местом в системе. Для сетей среднего и большого размера разработаны эффективные алгоритмы расчета разнообразных топологических показателей «важности» узлов [9, 10]. Узлы группы **B** резко выделяются показателем «степень связности» (degree centrality): 5 против 2. Узлы группы **D** имеют максимальную «степень посредничества» (betweenness centrality): через каждый такой узел проходит половина путей к контролируемому им потребителю (от генератора). Такую же степень посредничества имеют только элементы группы **B**. Таким образом, для выявления критических групп элементов можно использовать (и разрабатывать) топологические показатели.

Для точного ответа на второй вопрос (о размерах конденсаторов) требуются дополнительные исследования. Однако в первом приближении ответ уже угадывается достаточно уверенно в известном факте, что огромная часть средних и больших сетей (в том числе телекоммуникационных) имеет степенной закон распределения степени связности узлов и хорошо описывается графами Барабаши — Альберт (графами БА). А их характерной особенностью является то, что важнейшие их топологические характеристики определяются ничтожно малой долей их узлов. Так, эксперимент, проведенный нами с графами БА, в которых минимальная степень связности узлов равна двум, показал, что критические группы целостности таких графов содержат в среднем не более 4 узлов (для графов, имеющих до 1 млн вершин), т.е. граф распадается на несвязные компоненты, когда отказывают 4 самых высокосвязных его узла.

Ряд доводов, подтверждающих небольшие размеры критических групп элементов, может быть легко продолжен.

Заключение. Выполненный анализ позволяет поставить задачу распространения ускоренных методов МК на задачи анализа и оптимизации надежности сетей среднего и большого размера за счет применения топологических показателей для выявления критических групп элементов. Если при выполнении исследований в этом направлении будут найдены эффективные алгоритмы определения критических групп и соответствующих им высокозначимых конденсаторов меры Q , то высока вероятность обеспечить трудоемкость расчета надежности и оптимизации больших сетей с n элементами, растущую как $\log(n)$. Тем самым появится возможность оптимального управления надежностью таких сетей: большие сети представляют собой динамические структуры, и продемонстрированная в статье методика позволит регулярно выделять и оптимально использовать определенный ресурс, на порядок повышая надежность больших сетей или поддерживая ее на должном уровне.

Библиографический список

1. Коваленко, И. Н. Методы расчета высоконадежных систем / И. Н. Коваленко, Н. Ю. Кузнецов. — М.: Радио и связь, 1988. — 176 с.
2. Рябинин, И. Д. Логико-вероятностные методы исследования надежности структурно-сложных систем / И. Д. Рябинин, Г. Н. Черкесов. — М.: Радио и связь, 1981. — 264 с.
3. Райншке, Н. Оценка надежности систем с использованием графов / Н. Райншке, И. А. Ушаков; под ред. И. А. Ушакова. — М.: Радио и связь, 1988. — 208 с.
4. Задорожный, В. Н. Система агентного моделирования «Simbigraph» / В. Н. Задорожный, Е. Б. Юдин // Навигатор в мире науки и образования. — 2012. — № 4–7 (20–23). — С. 536.
5. Юдин, Е. Б. Расчет числа сетевых мотивов методом случайной выборки каркасов / Е. Б. Юдин, В. Н. Задорожный // Омский научный вестник. Сер. Приборы, машины и технологии. — 2015. — № 2 (140). — С. 208–213.
6. Ashby, W. Ross. «Some Consequences of Bremermann's Limit for Information-processing Systems [1968]» Reprinted in R.C. Conant (ed.). Mechanisms of Intelligence: Ross Ashby's Writings on Cybernetics. Intersystems Publishers, 1981.
7. Плакс, Б. И. Расчет надежности систем со сложной структурой ускоренным методом Монте-Карло / Б. И. Плакс // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1983. — № 6. — С. 158–162.
8. Задорожный, В. Н. Анализ чувствительности в имитационном моделировании сетей массового обслуживания / В. Н. Задорожный, А. М. Пуртов // Омский научный вестник. — 2006. — № 3 (36). — С. 117–124.
9. Jackson, Matthew O. Social and Economic Networks. Princeton University Press, 2010. — p. 520.
10. De Groot, M. H. Reaching a Consensus. Journal of the American Statistical Association, 1974, Vol. 69, № 345.

ЗАДОРЖНЫЙ Владимир Николаевич, доктор технических наук, доцент (Россия), профессор кафедры автоматизированных систем обработки информации и управления.

Адрес для переписки: zwn2015@yandex.ru

ЮДИНА Мария Николаевна, аспирантка кафедры автоматизированных систем обработки информации и управления.

Адрес для переписки: mg-and-all@mail.ru

Статья поступила в редакцию 25.04.2016 г.

© В. Н. Задорожный, М. Н. Юдина

Книжная полка

Информатика. Базовый курс / Под ред. С. Симонович. — 3-е изд. — СПб.: Питер, 2016 с. — 640 с. — ISBN 978-5-496-00217-2.

В учебнике рассмотрены основные категории аппаратных и программных средств вычислительной техники. Указаны базовые принципы построения архитектур вычислительных систем. Обеспечено методическое обоснование процессов взаимодействия информации, данных и методов. Приведены эффективные приемы работы с распространенными программными продуктами. Рассмотрены основные средства, приемы и методы программирования. Книга предназначена для студентов технических вузов, изучающих информационные технологии в рамках дисциплины «Информатика», для преподавательского состава, для слушателей военных учебных заведений, учреждений системы повышения квалификации и для лиц, изучающих средства вычислительной техники самостоятельно. Третье издание учебника полностью обновлено в соответствии с современной ситуацией в области аппаратных и программных средств, в частности в книге рассмотрена работа в Microsoft Windows 7 и Office 2010. Рекомендовано Министерством образования и науки Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов высших технических учебных заведений.

004.3/О-42

Одинец, А. И. Цифровые устройства : учеб. текстовое электрон. изд. локального распространения : учеб. пособие / А. И. Одинец. — Омск: Изд-во ОмГТУ, 2016. — 1 о=эл. опт. диск (CD-ROM).

Изложены сведения, относящиеся к использованию цифровых устройств при помехоустойчивом кодировании информации, аналого-цифровому и цифроаналоговому преобразованию сигналов, цифровой фильтрации. Рассмотрены основы многопозиционной модуляции, внутреннего и внешнего кодирования в цифровом телевидении, а также кодирования Рида — Соломона. Учебное пособие предназначено для студентов радиотехнических специальностей.

ИССЛЕДОВАНИЕ И РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ФОРМИРОВАНИЯ МАЛЫХ ГРУПП НА ОСНОВЕ ДИСКРЕТНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

В статье рассматриваются задачи формирования малых групп с учетом логических, ресурсных и других ограничений, имеющие приложения в экономике и управлении; строятся и исследуются модели дискретной оптимизации, предлагаются алгоритмы их решения, основанные на процедурах отсечения, методе ветвей и границ; приводятся результаты вычислительных экспериментов для разработанных алгоритмов и пакетов прикладных программ.

Ключевые слова: дискретная оптимизация, целочисленное программирование, задачи формирования малых групп, управление персоналом, алгоритмы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013–2020 годы, п. 1.5.1.5 «Исследование и решение задач комбинаторной оптимизации с использованием целочисленного программирования».

Важным фактором успешной деятельности современного предприятия является его эффективная кадровая политика, включающая в себя подбор персонала и формирование производственных групп. При создании таких групп часто требуется назначить претендентов на должности таким образом, чтобы не только обеспечить качество и своевременность выполнения работ, но и учесть условия труда, межличностные и иерархические отношения в коллективе и другие требования. При решении задач подобного рода применимы модели и методы дискретной оптимизации, в частности аппарат целочисленного линейного программирования (ЦЛП).

В настоящее время изучение задач управления персоналом идет по нескольким направлениям, среди них разработка и использование моделей ЦЛП, построенных на основе известных задач о назначениях и их обобщениях, применение задач о покрытии, задач оптимального разбиения и размещения, оптимизация на графах, построение теоретико-игровых моделей для анализа процессов формирования и функционирования коллектива.

Указанные постановки и смежные с ними вопросы исследовались в работах многих авторов [1–11]. Проблематика рассматриваемых задач включает изучение их структуры и сложности, разработку алгоритмов точного и приближенного решения, анализ этих алгоритмов.

Данная работа посвящена задачам формирования малых производственных групп с учетом логических, ресурсных и других ограничений. Предлагаются алгоритмы их решения, основанные на процедуре последовательного расширения системы отсечений и методе ветвей и границ, приводятся результаты вычислительного эксперимента.

Во многих случаях задача управления персоналом сводится к задаче о назначениях (ЗН), которая может быть сформулирована следующим образом. Пусть некоторое предприятие создает производственную группу при условии наличия на рынке труда определенного множества претендентов, число которых не меньше количества имеющихся работ. Любому из них может быть назначена одна работа, причем каждая работа должна выполняться одним специалистом. Необходимо образовать производственную группу с учетом указанных условий так, чтобы суммарные затраты на все работы были минимальны [4].

Введем следующие обозначения: n — число специалистов, m — число работ; i — номер специалиста, $i \in I, I = \{1, \dots, n\}$, j — номер работы, $j \in J, J = \{1, \dots, m\}$. Обозначим затраты на выполнение i -м специалистом j -й работы через $c_{ij}, i \in I, j \in J$.

Введем булевы переменные $x_{ij}, i \in I, j \in J$. Будем полагать, что $x_{ij} = 1$, если i -й специалист назначается на j -ю работу, и $x_{ij} = 0$ в противном случае.

Тогда модель ЦЛП для этой задачи имеет вид

$$F(x) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (1)$$

при условиях

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1, j \in J, \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \leq 1, i \in I, \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, i \in I, j \in J. \quad (4)$$

Здесь целевая функция (1) представляет собой общие затраты предприятия при назначении специалистов на работы; равенства (2) указывают, что на каждую работу назначается только один специалист; неравенства (3) гарантируют, что каждый включенный в группу специалист выполняет не более одной работы. Известно, что ЗН является полиномиально разрешимой [8].

В сформулированной выше задаче многие факторы не принимаются во внимание, поэтому возникает необходимость использования других постановок. Например, в [1, 4, 5] рассмотрена задача P_1 управления персоналом с учетом так называемых несогласованных межличностных отношений. Множество таких отношений определяется следующим образом. Пусть специалист i_1 претендует на работу j_1 , а специалист i_2 — на работу j_2 .

Межличностные отношения $\langle (i_1, j_1), (i_2, j_2) \rangle$ считаются несогласованными, если работы J_1, J_2 требуют взаимодействия специалистов i_1, i_2 при их выполнении, отношения между которыми рассматриваются как напряженные. Множество всех несогласованных межличностных отношений обозначим W . Представим математическую модель ЦЛП данной задачи:

$$F(x) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (5)$$

при условиях

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1, j \in J, \quad (6)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \leq 1, i \in I, \quad (7)$$

$$x_{i_1 j_1} + x_{i_2 j_2} \leq 1, \langle (i_1, j_1), (i_2, j_2) \rangle \in W, \quad (8)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, i \in I, j \in J. \quad (9)$$

Здесь целевая функция (5) и ограничения (6), (7), (9) аналогичны (1)–(4) задачи о назначениях, а неравенства (8) отражают необходимость обеспечения условия согласованности межличностных отношений.

Дополнение ограничений ЗН условием (8) ведет к повышению ее сложности. В [4] доказана NP -трудность задачи P_1 сведением ее к известной NP -трудной задаче о независимом множестве минимального суммарного веса. Для задачи P_1 был разработан и реализован алгоритм, основанный на методе ветвей и границ, проведено экспериментальное исследование, показавшее эффективность его применения [4].

Рассмотрим задачу управления персоналом P_2 , отличающуюся от P_1 тем, что в ней вместо несогласованных отношений необходимо учесть напряженные отношения между некоторыми претендентами, а все выполняемые работы связаны между собой. Это означает, что в формируемую группу не должны войти специалисты с напряженными отношениями.

Пусть T — множество всех пар претендентов, находящихся друг с другом в напряженных отношениях. Тогда математическая модель задачи P_2 будет отличаться от модели P_1 тем, что вместо неравенств (8) в ней будут учитываться ограничения

$$x_{i,j} + x_{i,k} \leq 1, (i, i_2) \in T, j, k \in J. \quad (10)$$

Эта задача является NP -трудной, так как представляет собой частный случай задачи P_1 и именно условие связанности всех работ было использовано при доказательстве сводимости задачи P_1 к задаче о независимом множестве минимального суммарного веса [1].

Наряду с задачами P_1 и P_2 можно рассмотреть близкую к ним задачу P_3 , в которой при назначении специалистов на работы необходимо учесть напряженные отношения между некоторыми претендентами, но все выполняемые работы не связаны между собой. В этом случае нужно либо назначать претендентов на работы без учета их отношений (т.к. они все равно не будут контактировать при выполнении работ) и тогда задача эквивалентна ЗН, либо требовать, чтобы в группу не входили конфликтующие специалисты (в этом случае задача эквивалентна задаче P_2 , в которой все работы считаются связанными).

Для решения рассматриваемых задач применимы различные алгоритмы ЦЛП и пакеты программ, например CPLEX. Число ограничений (8) может оказаться достаточно большим, поэтому эти неравенства следует вводить постепенно, как это делается в алгоритмах отсекающего. На данной основе была разработана процедура CUT, базирующаяся на использовании отсекающих и пакета CPLEX, в которой допускается варьирование числа добавляемых к текущей задаче нарушенных ограничений типа (8) и стратегий их сортировки. Опишем алгоритм CUT по шагам.

Шаг 0. Пусть начальная задача ЦЛП представляет собой ЗН (5)–(7), (9) без учета ограничений из (8).

Шаг 1. Находим оптимальное решение текущей задачи. Если оно существует, переходим на шаг 2, иначе — на шаг 4.

Шаг 2. Если для решения, полученного на шаге 1, нарушено хотя бы одно ограничение из (8), то добавляем некоторые из таких ограничений к текущей задаче, идем на шаг 1, иначе — на шаг 3.

Шаг 3. Решение текущей задачи является оптимальным решением задачи (5)–(9).

Шаг 4. Задача P_2 не имеет допустимых решений.

Отметим, что на шагах 3, 4 алгоритм завершает работу. На шаге 2 допускается варьирование числа добавляемых к текущей задаче нарушенных ограничений и стратегий их выбора. На шаге 1 для решения указанных задач ЦЛП использовался пакет CPLEX.

Множество стратегий сортировки дополнительных ограничений (8) можно разбить на два класса: распределение неравенств из системы (8) в некотором порядке до запуска алгоритмов решения

(обозначим их BSort1, BSort2) и после каждой итерации алгоритмов (обозначим их ISort1, ISort2). Сначала опишем возможные варианты упорядочивания первого класса. Для каждого ограничения, порожаемого парой $(i_1, i_2) \in T$, подсчитываем, сколько раз индекс i_1 встречается в остальных ограничениях системы (8); то же самое находим для индекса i_2 . В случае сортировки BSort1 весом линейного неравенства, соответствующего паре $(i_1, i_2) \in T$, будем считать сумму этих двух чисел, а для BSort2 — максимальное из них. Располагаем все неравенства из (8) в порядке невозрастания весов. Вычисление весов ограничений (8) в случае сортировки ISort1 такое же, как и для BSort1, а в случае ISort2 — как для BSort2. Отличие состоит в том, что нахождение указанных весов осуществляется только для неравенств, которые не выполнены после текущей итерации, а веса остальных равны нулю.

К данным задачам также применим комбинаторный алгоритм, предложенный в работах [1–4], при использовании которого решение исходной задачи сводилось к решению последовательности ЗН (венгерским алгоритмом). В основе предложенного алгоритма лежат процедуры ветвления и построения оценок значений целевой функции для текущих задач.

Нами разработан программный комплекс и проведен вычислительный эксперимент для задачи P_2 , цель которого заключалась в исследовании предложенных алгоритмов в зависимости от значения входных параметров задачи, а также в сравнении с пакетом CPLEX. В качестве тестовых использовались задачи со случайными исходными данными. Расчеты проводились на компьютере с процессором Intel(R) Core(TM)2 i7-4770 CPU @3.40GHz.

Введем необходимые обозначения. Пусть A_1, A_2 — некоторые алгоритмы, $AT(A_1)$ — среднее время счета в секундах алгоритма A_1 . Тестовые примеры были получены с помощью процедуры генерации с входными данными: число специалистов — n , работ — m , напряженных межличностных отношений — $|T|$, а также нижние и верхние границы затрат c_{ij} на выполнение работ. Задачи при фиксированных значениях указанных параметров образовывали серии. Всего было решено 75 серий задач, каждая из которых содержала по 50 тестовых примеров. В сериях S1–S13 число специалистов и работ было по 50, напряженных отношений — 10; в S14–S17 число специалистов и работ равнялось 50, количество напряженных отношений изменялось от 50 до 200; в S18–S20 со 100 специалистами и работами количество напряженных отношений равнялось 100, в S21–S73 число специалистов и работ равнялось 500, количество напряженных отношений изменялось от 100 до 1000; в S74, S75 также рассматривалась квадратная матрица C размерности 1000. Во всех задачах предполагалось, что минимальные размеры затраты c_{ij} на выполнение работ равнялись 1, максимальные — 100.

Введем обозначения для алгоритма CUT и его модификаций с учетом этих стратегий: CUTIS1 — это алгоритм CUT с учетом ISort1; CUTIS2 — это алгоритм CUT с применением ISort2.

Отметим, что использование ISort1, ISort2 привело к тому, что время решения алгоритмом CUT уменьшилось и стало сравнимым со временем решения пакетом CPLEX (примерно 2 секунды) на сериях S1–S13 (рис. 1).

По результатам вычислений можно сделать вывод о том, что не следует использовать сортиров-

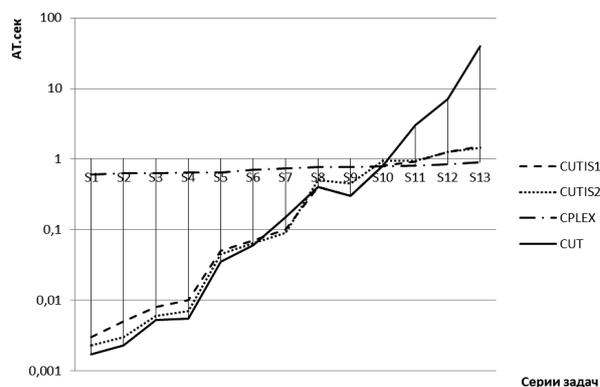


Рис. 1. Среднее время решения задач алгоритмами CUT, CUTIS1, CUTIS2 и пакетом CPLEX

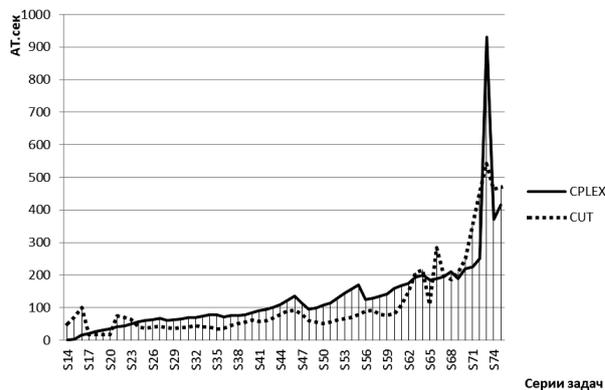


Рис. 2. Среднее время решения задач алгоритмом CUT и пакетом CPLEX

ки, когда число дополнительных ограничений невелико.

Расчеты показали, что алгоритм CUT обладал преимуществом по времени счета перед модулем CPLEX на сериях задач S14–S75 (рис. 2).

Установлено, что CUT находил оптимальное решение задачи P_2 быстрее, в случае если число напряженных отношений и пар связанных работ было достаточно велико, а разрыв оптимальных значений целевых функций задач P_2 и ЗН являлся небольшим.

Кроме того, проведено тестирование алгоритма CUT на сериях задач S14–S75. При этом в CUT варьировалось число добавляемых неравенств типа (10) и применялись некоторые стратегии выбора этих ограничений. Алгоритм CUT с использованием сортировок ISort1, ISort2 оказался в отдельных случаях быстрее пакета CPLEX на 25 %.

Результаты вычислительного эксперимента подтверждают целесообразность разработки комбинаторных и гибридных алгоритмов, а также их модификаций для задач формирования малых производственных групп.

В работе рассмотрен ряд новых постановок задач формирования малых групп и соответствующих моделей ЦАП. Предложены и реализованы точные алгоритмы решения этих задач, на их основе разработан и апробирован программный комплекс. Проведен вычислительный эксперимент, который показал перспективность применения указанных моделей и алгоритмов в системах поддержки принятия решений.

Библиографический список

1. Афанасьева, Л. Д. Исследование и решение одной задачи формирования производственных групп / Л. Д. Афанасьева, А. А. Колоколов // Вестник УГАТУ. — 2013. — № 5. — С. 20–25.
2. Колоколов, А. А. Решение некоторых задач формирования производственных групп с использованием дискретной оптимизации / А. А. Колоколов, Н. А. Рубанова, И. М. Истомина // Проблемы оптимизации сложных систем : материалы X Междунар. азиатской шк.-семинара. — Алматы, 2014. — Вып. 2. — 433–436.
3. A. A. Kolokolov, L. D. Afanasyeva. Research of Production Groups Formation Problem Subject to Logical Restrictions. Journal of Siberian Federal University: Mathematics & Physics, 2013; 6: 145–149.
4. Истомина, И. М. О некоторых алгоритмах решения задач формирования производственных групп с учетом логических ограничений / И. М. Истомина, И. А. Циглер // Проблемы оптимизации и экономические приложения : материалы VI Междунар. конф. — Омск, 2015. — С. 95.
5. Колоколов, А. А. Разработка моделей и алгоритмов для задачи управления персоналом с учетом логических ограничений / А. А. Колоколов, Н. А. Рубанова, И. А. Циглер // Проблемы оптимизации сложных систем : тр. XI Междунар. азиатской шк.-семинара. — Кыргызстан : Чолпон-Ата, 2015. — С. 746–749.
6. Кисельгоф, С. Г. Обобщенные паросочетания при предпочтениях, являющихся простейшими полупорядками: стабильность и оптимальность по Парето / С. Г. Кисельгоф // Автоматика и телемеханика. — 2014. — Т. 6. — С. 103–114.
7. Колоколов, А. А. О решении одной задачи проектирования малых групп с использованием дискретной оптимизации / А. А. Колоколов, И. А. Циглер, А. И. Хоменко // Россия молодая: передовые технологии в промышленность. — Омск, 2015. — № 3. — С. 56–60.

8. Гэри, М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон. — М. : Мир, 1982. — 426 с.

9. Burkard R. E., Dell'Amico M., Martello S. «Assignment problems», Philadelphia: SIAM, 2009.

10. Новиков, Д. А. Математические модели формирования и функционирования команд / Д. А. Новиков. — М. : Физматлит, 2008. — 188 с.

11. Колоколов, А. А. Анализ и решение некоторых задач формирования производственных групп / А. А. Колоколов, Л. Д. Афанасьева // Материалы Междунар. конф. «Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений» и Российско-немецкого семинара «Модели и алгоритмы прикладной оптимизации». — Уфа : Изд-во УГАТУ, 2013. — С. 190–192.

КОЛОКОЛОВ Александр Александрович, доктор физико-математических наук, профессор (Россия), заведующий лабораторией дискретной оптимизации Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Омский филиал; заведующий кафедрой прикладной и вычислительной математики Омского государственного университета им. Ф. М. Достоевского.

Адрес для переписки: kolo@ofim.oscsbras.ru

РУБАНОВА Наталья Алексеевна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики Омского государственного университета путей сообщения.

Адрес для переписки: n_rub@rambler.ru

ЦИГЛЕР Игорь Александрович, аспирант лаборатории дискретной оптимизации Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Омский филиал.

Адрес для переписки: icygler@hwdtech.ru

Статья поступила в редакцию 20.04.2016 г.

© А. А. Колоколов, Н. А. Рубанова, И. А. Циглер

Книжная полка

Олифер, В. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы : учеб. / В. Олифер, Н. Олифер. — 5-е изд. — СПб. : Питер, 2016 с. — 992 с. — ISBN 978-5-496-01967-5.

Пятое издание одного из лучших российских учебников по сетевым технологиям, переведенного на английский, испанский, португальский и китайский языки, отражает те изменения, которые произошли в области компьютерных сетей за 6 лет, прошедших со времени подготовки предыдущего издания: преодоление локальными и глобальными сетями рубежа скорости в 100 Гбит/с и освоение терабитных скоростей; повышение эффективности и гибкости первичных оптических сетей за счет появления реконфигурируемых мультиплексоров ввода-вывода (ROADM) и применения суперканалов DWDM, работающих на основе гибкого частотного плана; развитие техники виртуализации сетевых функций и услуг, приведшей к распространению облачных сервисов; выход на первый план проблем безопасности. Рекомендовано Министерством образования и науки Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению «Информатика и вычислительная техника» и по специальностям «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети», «Автоматизированные машины, комплексы, системы и сети», «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем».

Издание предназначено для студентов, аспирантов и технических специалистов, которые хотели бы получить базовые знания о принципах построения компьютерных сетей, понять особенности традиционных и перспективных технологий локальных и глобальных сетей, изучить способы создания крупных составных сетей и управления такими сетями.

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ КОМПЬЮТЕРНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК НАДЕЖНОСТИ АППАРАТНО-ИЗБЫТОЧНОЙ ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, УЧАСТВУЮЩЕЙ В КОНФЛИКТНОЙ СИТУАЦИИ

В статье предложены алгоритмы для разработки новой математической модели аппаратно-избыточной технической системы, участвующей в конфликтной ситуации, которая, в отличие от известных моделей, более адекватно отражает реальные процессы замены отказавших основных блоков резервными и учитывает конечную надежность системы контроля и диагностики отказавших в процессе конфликта блоков технической системы. Это дает возможность с большей точностью вычислять характеристики надежности технической системы, исследовать ее поведение в процессе конфликта и решать задачу оптимального распределения резервных блоков между основными для максимизации надежности системы в процессе конфликта.

Ключевые слова: математическая модель, техническая система, алгоритм, надежность, аппаратная избыточность, конфликтная ситуация.

Введение. Известно, что конфликтные ситуации возникают тогда, когда сталкиваются интересы двух или нескольких враждующих сторон, преследующих различные, а иногда прямо противоположные цели, и между ними возникает противоборство за достижение собственных целей в создавшемся конфликте с использованием имеющихся у каждой из сторон средств нападения и защиты. Такие ситуации чаще всего возникают в военном деле, технике, экономике, бизнес-процессах и других областях деятельности.

Вопросам поведения технических систем в конфликтных ситуациях и проблемам оптимизации их надежности в процессе конфликта за счет целенаправленного использования для защиты от атак противника аппаратной избыточности посвящено большое количество научных работ отечественных и зарубежных авторов [1 – 10], из которых наиболее близкой к рассматриваемым в данной статье вопросам является работа [10]. Поэтому при дальнейшем рассмотрении проблем разработки математической модели аппаратно-избыточной технической системы, участвующей в конфликтной ситуации, будем использовать основные положения, понятия, определения, аппаратно-структурные решения технической системы и по мере возможности обозначения из [10].

В указанных выше работах — для упрощения моделей конфликтующих технических систем — считалось, что система контроля и диагностики работы технической системы для подключения резерв-

ных блоков вместо функциональных, отказавших в процессе конфликта у атакуемой системы, крайне мала, и ее реальная надежность, влияющая на работоспособность технической системы, не учитывалась. В этих работах также полагалось, что любой резервный блок, относящийся к соответствующей группе взаимосвязанных основных и резервных блоков, может подключаться для замены любого подряд стоящего отказавшего функционального блока из этой группы. В реальных технических системах это не всегда возможно в силу конструкторско-технических или технологических причин, а также в силу ряда причин, вызванных особенностями подключения основных и резервных блоков и их взаимодействия друг с другом.

В данной статье сделана попытка устранить указанные выше пробелы в известных трудах и разработать новую математическую модель аппаратно-избыточной технической системы, участвующей в конфликтной ситуации, более адекватно отражающую реальные процессы замены отказавших основных блоков резервными и конечную надежность системы контроля и диагностики отказавших в процессе конфликта блоков. Это позволит с большей точностью вычислить характеристики надежности технической системы, исследовать ее поведение и оптимизировать надежность в процессе конфликта за счет рационального распределения резервных блоков между основными.

Разработка математической модели. Будем считать по аналогии с [10], что в конфликтной

ситуации участвует аппаратно-избыточная техническая система, состоящая из n ($n = n_1 + n_2 + \dots + n_g$) основных функциональных и m ($m = m_1 + m_2 + \dots + m_g$) резервных блоков, разбитых на g групп, в каждой из которых находится n_i ($1 \leq i \leq g$) основных и m_i ($1 \leq i \leq g$) резервных блоков, представляющих целочисленный вектор резервирования $\bar{s} = (s_1, s_2, \dots, s_g)$, используемых для замещения отказавших основных блоков только в соответствующей группе. С целью устранения указанных выше недостатков известных моделей, участвующих в конфликтных ситуациях аппаратно-избыточных систем, введем в разрабатываемую математическую модель дополнительное ограничение на замену отказавших основных блоков резервными, сводящееся к тому, что, в силу имеющихся в реальных технических системах конструкторских и иных, в частности технологических, особенностей и причин, обеспечивается возможность подключения резервных блоков в i -й группе вместо не более чем r_i ($1 \leq r_i \leq n_i$) расположенных подряд отказавших в течение конфликта основных блоков в этой группе. Очевидно, что при $g=1$ $r_1 = r$ ($1 \leq r \leq m$), а n основных и m резервных функциональных блоков рассматриваемой технической системы объединены в одну группу. В работах по теории надежности [11] рассматриваемые в данной статье аппаратно-избыточные системы при $g > 1$ иногда называют системами с распределенным скользящим резервом, при $g = 1$ — системами с сосредоточенным скользящим резервом.

Для большей адекватности разрабатываемой математической модели реальным техническим системам будем учитывать конечную надежность системы контроля и диагностики работы технической системы для подключения резервных блоков вместо отказавших функциональных в процессе конфликта у атакуемой системы и обозначим ее C_{kn} . Система контроля и диагностики, так же как и техническая система в целом, подвержена атакам противника, стремящегося дестабилизировать ее работу, то есть увеличить интенсивность отказов $\lambda_c(t)$ этой системы в процессе конфликта. Система C_{kn} в работоспособном состоянии обнаруживает и диагностирует отказы работающих функциональных блоков сразу же после их возникновения и выдает команду на замену отказавшего блока резервным. Временем контроля и диагностики в данной модели будем пренебрегать, полагая, что контроль и диагностика проводятся параллельно с работой технической системы по прямому назначению, то есть считая, что временная избыточность в данной технической системе отсутствует.

Отказ системы C_{kn} не вызывает немедленно отказ участвующей в конфликтной ситуации рассматриваемой аппаратно-избыточной технической системы, которую обозначим $S(n, m, \bar{s}, C_{kn})$, но после его возникновения последующий отказ любого рабочего блока приводит к отказу всей технической системы.

Будем считать, что в качестве средства атаки противник имеет возможность влиять на увеличение в процессе конфликта интенсивностей отказов $\lambda_i(t)$ ($1 \leq i \leq n$) основных функциональных блоков и интенсивностей отказов, не включенных в работу резервных блоков $\lambda_o(t)$ технической системы, а также на увеличение интенсивности отказов $\lambda_c(t)$ системы C_{kn} контроля работы и диагностики технической системы $S(n, m, \bar{s}, C_{kn})$ и подключения резервных блоков вместо отказавших. При этом, в зависимости от стратегии атакующего противни-

ка, закон возрастания интенсивности отказов может изменяться, например от линейного до экспоненциального.

Учитывая вероятностный характер поведения участвующей в конфликтной ситуации $S(n, m, \bar{s}, C_{kn})$ -системы, обозначим через $p_i(t)$ вероятность нахождения системы в состоянии с i ($0 \leq i \leq m$) отказами в работающих функциональных блоках, а через $p_{kn}(t)$ — вероятность нахождения рассматриваемой системы в состоянии отказа системы C_{kn} контроля ее работы и подключения резервных блоков вместо отказавших основных функциональных блоков.

Обозначим через A_k ($1 \leq k \leq m$) интенсивность перехода $S(n, m, \bar{s}, C_{kn})$ -системы из состояния с $(k-1)$ отказами в основных работающих функциональных блоках в состояние с k подобными отказами; D_k ($0 \leq k \leq m+1$) — суммарная интенсивность перехода $S(n, m, \bar{s}, C_{kn})$ -системы из состояния с k отказами в основных работающих функциональных блоках в состояние с $(k+1)$ аналогичными отказами в состоянии отказа системы контроля и диагностики kC_{kn} и в состояние «гибели», то есть полного отказа системы; B_{kn} — интенсивность перехода $S(n, m, \bar{s}, C_{kn})$ -системы из состояния отказа системы C_{kn} контроля ее работы и подключения резервных блоков вместо отказавших в состоянии «гибели» системы.

Аппроксимируя поведение участвующей в конфликте технической системы $S(n, m, \bar{s}, C_{kn})$ марковским процессом в предположении простейшего потока отказов, нетрудно получить по известной методике [12, 13] систему дифференциальных уравнений Колмогорова, описывающих функционирование рассматриваемой технической системы в условиях конфликта:

$$\begin{aligned} p'_0(t) &= -D_0 p_0(t), \\ p'_k(t) &= A_{k-1} p_{k-1}(t) - D_k p_k(t), \\ & \quad k = 1, 2, \dots, m \\ p'_{kn}(t) &= \lambda_c(t) [p_0(t) + \\ & + p_1(t) + \dots + p_m(t)] - B_{kn} p_{kn}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

с начальными условиями

$$\begin{aligned} p_0(0) &= 1, p_1(0) = p_2(0) = \dots = \\ & = p_m(0) = p_{kn}(0) = 0, \end{aligned}$$

где

$$B_{kn} = n \cdot \lambda_c(t).$$

Теперь необходимо разработать алгоритмы для определения коэффициентов A_k и D_k из системы уравнений (1).

Обозначим через z_{jr} коэффициент, учитывающий часть из общего числа всех возможных j -кратных отказов рабочих блоков в i -й ($1 \leq i \leq g$) группе ($n_i + m_i$) блоков рассматриваемой технической системы. Тогда интенсивность переходов A_k ($1 \leq k \leq m$) технической системы $S(n, m, \bar{s}, C_{kn})$ из состояния с $(k-1)$ отказами в основных работающих функциональных блоках в состояние с k подобными отказами можно записать в виде

$$A_k = z_{jr} (n_i - j) \lambda_i(t).$$

Определение коэффициентов z_{jr} сводится к решению следующей комбинаторной задачи: найти

число расстановок j единиц на n_i местах таких, что в каждой расстановке нет $r + 1$ подряд стоящих единиц. Искомое число расстановок обозначим $f_r(n_i, j)$. Тогда

$$z_{jr} = f_r(n_i, j) / C_{n_i}^j \quad (1 \leq r \leq m), \quad (2)$$

где $C_{n_i}^j$ — число сочетаний с n_i по j .

Для нахождения вида функции $f_r(n_i, j)$ при любых n_i, j, r воспользуемся методом производящей функции, подробно изложенным в [14, 15].

Для произвольного r нетрудно получить следующую рекуррентную формулу

$$f_r(n_i, j) = f_r(n_i - 1, j) + f_r(n_i - 2, j - 1) + \dots + f_r(n_i - r, j - r)$$

и составить производящую функцию в виде

$$F_r(x, y) = \sum_{n_i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} f_r(n_i, j) x^{n_i} y^j, \quad i \leq h \quad (3)$$

где

$$h = \begin{cases} rv, & \text{если } n_i = (r+1)v, \quad v \geq 1, \\ rv+1, & \text{если } n_i = (r+1)v+1, \quad v \geq 0, \\ rv+2, & \text{если } n_i = (r+1)v+2, \quad v \geq 0, \\ \dots & \dots \quad \dots \quad \dots \\ rv+r, & \text{если } n_i = (r+1)v+r, \quad v \geq 0. \end{cases}$$

После суммирования выражение (3) принимает вид

$$F_r(x, y) = -\frac{1}{1-x} + \frac{1+xy+x^2y^2+\dots+x^r y^r}{1-x(1+xy+x^2y^2+\dots+x^r y^r)}.$$

Разложив $F_r(x, y)$ в ряд по степеням x, y , легко получить коэффициенты при $x^{n_i} y^j$, которые представляют собой искомую функцию $f_r(n_i, j)$.

Проводя указанные выше преобразования, получим

$$f_r(n_i, j) = \sum_{\substack{x_1+x_2+\dots+x_{r+1}=n_i-j+1 \\ x_1+2x_2+\dots+rx_r=j}} \frac{(n_i-j+1)!}{x_1! x_2! \dots x_{r+1}!}. \quad (4)$$

Используя выражения (2) и (4), нетрудно с помощью компьютера вычислить значение коэффициентов A_k ($1 \leq k \leq m$), если известны интенсивности отказов $\lambda_i(t)$, зависящие от степени воздействия противника на участвующую в конфликтной ситуации $S(n, m, \bar{s}, C_{kn})$ -систему.

Перейдем к разработке алгоритма для вычисления суммарной интенсивности переходов техниче-

ской системы $S(n, m, \bar{s}, C_{kn})$ под воздействием атак противника, представленных в системе уравнений (1) коэффициентом D_k ($0 \leq k \leq m$).

Из анализа рассматриваемой структуры $S(n, m, \bar{s}, C_{kn})$ -системы и описанных выше принципов ее работы имеем

$$D_k = d_g(k) \left[(n+m-k) + \frac{\lambda_i(t)}{\lambda_i(t)} \right] \lambda_i(t),$$

где $d_g(k)$ — количество всех возможных комбинаций из $k \leq m$ отказов в g группах технической системы $S(n, m, \bar{s}, C_{kn})$ при условии, что в каждой группе число отказов не превышает m_i .

Отсюда следует, что $d_g(k)$ есть число неотрицательных целочисленных решений уравнения

$$x_1 + x_2 + \dots + x_g = k \quad (0 \leq k \leq m) \quad (5)$$

при следующем ограничении:

$$0 \leq x_i \leq n_i \quad (i = \overline{1, g}), \quad (6)$$

где x_i — число отказов блоков в i -й группе системы $S(n, m, \bar{s}, C_{kn})$.

Число всех неотрицательных решений уравнения (5) известно [14] и равно C_{g+k-1}^{g-1} .

Обозначим через $d_{g,v}^{(i)}$ (i) число неотрицательных целочисленных решений уравнения (5) с ограничениями (6) при

$$i \in [vn_i + v, (v+1)n_i + v], \\ v = 0, 1, \dots, [n_i(g-1)/(n_i+1)],$$

где $[x]$ означает целую часть от x .

Поскольку в каждой группе содержится m_i резервных блоков, то целесообразно уравнение (5) привести к виду

$$x_1 + x_2 + \dots + x_g = vn_i + w, \\ 0 \leq w \leq m_i - 1, \quad 0 \leq v \leq g. \quad (7)$$

Тогда решение поставленной задачи нахождения $d_g(k)$ сводится к нахождению рекуррентной формулы для $d_{g,v}^{(i)}$ (i) из уравнения (7).

Опуская промежуточные вычисления, приведем окончательное выражение

$$d_{g,v}^{(i)} = C_{g+k-1}^{g-1} - \sum_{\ell=1}^v f(\ell) \quad \text{при} \quad d_{g,0}^{(i)} = C_{g+k-1}^{g-1},$$

где

$$v = \begin{cases} v, & \text{если } w \geq v, \\ v-1, & \text{если } w < v, \end{cases}$$

а функция $f(\ell)$ определяется следующим образом:

$$f(\ell) = \ell! C_g^\ell \sum_{\substack{\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_\ell = \ell m_i + \omega_1 \\ \varphi_1 \neq \varphi_2 \neq \dots \neq \varphi_\ell}}^{m_i + w} d_{g-\ell, u(\ell, 1)}(vn_i + w - \varphi_1 - \varphi_2 - \dots - \varphi_\ell) + \\ + \frac{\ell!}{2!} C_g^\ell \sum_{\substack{2\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_{\ell-1} = \ell m_i + \omega_2 \\ \varphi_1 \neq \varphi_2 \neq \dots \neq \varphi_{\ell-1}}}^{m_i + w} d_{g-\ell, u(\ell, 2)}(vn_i + w - 2\varphi_1 - \varphi_2 - \dots - \varphi_{\ell-1}) + \dots + \\ + \frac{\ell!}{j!} C_g^\ell \sum_{\substack{\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_{\ell-j+1} = \ell m_i + \omega_j}}^{m_i + w} d_{g-\ell, u(\ell, j)}(vn_i + w - j\varphi_1 - \varphi_2 - \dots - \varphi_{\ell-j+1}) + \dots +$$

$$+ C_g^\ell \sum_{\varphi_1=m_i+1}^{[(v n_i + w) / \ell]} d_{g-\ell, u(\ell, \ell)}(v n_i + w - \ell_{\varphi_1}),$$

где

$$\omega_j = (j-1) + (\ell-j)(\ell-j+1)/2,$$

$$u(\ell, j) = (v n_i + w - j \varphi_1 - \varphi_2 - \dots - \varphi_{\ell-j+1}) / n_i.$$

Заключение. Зная, как вычислить коэффициенты $A_{k'}$, D_k и $B_{kn'}$ системы уравнений (1), представляющие собой соответствующие интенсивности переходов аппаратно-избыточной технической системы $S(n, m, \bar{s}, C_{kn})$ из одного состояния в другое (указанные выше), а также законы изменения интенсивностей отказов $\lambda_i(t)$, $\lambda_o(t)$ и $\lambda_c(t)$ соответствующих компонентов подверженной атакам противника системы, участвующей в конфликтной ситуации, и используя метод дискретизации [1, 10] для решения дифференциальных уравнений (1) с переменными во времени коэффициентами, можно с помощью компьютерного моделирования исследовать поведение рассматриваемой аппаратно-избыточной технической системы в процессе конфликта, определить любые характеристики надежности этой системы и решить задачу оптимального распределения резервных блоков между основными как средство защиты от атак противника, для максимизации вероятности безотказной работы системы или среднего времени ее работы до отказа в процессе конфликта в зависимости от действий атакующей стороны и поставленной задачи перед защищаемой стороной.

Библиографический список

1. Потапов, В. И. Новые задачи оптимизации резервированных систем / В. И. Потапов, С. Г. Братцев. — Иркутск : Изд-во Иркут. ун-та, 1986. — 112 с.
2. Nartov, B. K. Conflict of Moving Systems. — AMSE Press, France, 1994. — 87 p.
3. Конфликт сложных систем. Модели и управление / Б. К. Нартов [и др.]. — М. : Изд-во МАИ, 1995. — 120 с.
4. Нартов, Б. К. Управление подвижными объектами. Формализация и модели / Б. К. Нартов. — Омск : Изд-во ОмГУ, 2002. — 83 с.
5. Лефевр, В. А. Конфликтующие структуры / В. А. Лефевр. — М. : Советское радио, 1973. — 159 с.

6. Потапов, В. И. Модель и алгоритм численного решения задачи противоборства двух избыточных, восстанавливаемых после отказов технических систем / В. И. Потапов // Проблемы управления и информатики : междунар. науч.-техн. журн. — 2015. — № 4. — С. 70–78.

7. Потапов, В. И. Математическая модель и алгоритм оптимального управления подвижным объектом в конфликтной ситуации / В. И. Потапов // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2014. — № 7. — С. 16–22.

8. Потапов, В. И. Задачи и численные алгоритмы оптимизации надежности аппаратно-избыточной технической системы в конфликтной ситуации при различных стратегиях защиты от атак противника / В. И. Потапов // Мехатроника, автоматизация, управление. — 2015. — Т. 16, № 9. — С. 617–624.

9. Potapov, V. I. Model and Numerical Solving Algorithm of Counteraction Problem for Two Restored after Failure Redundant Engineering Systems // Journal of Automation and Information Sciences. 2015, v. 47, p. 41–51.

10. Потапов, В. И. Противоборство технических систем в конфликтных ситуациях: модели и алгоритмы / В. И. Потапов. — Омск : Изд-во ОмГТУ, 2015. — 168 с.

11. Гнеденко, Б. В. Математические методы в теории надежности. Основные характеристики надежности и их статистический анализ / Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. — Изд. 2-е, испр. и доп. — М. : Кн. дом «ЛИБРОКОМ», 2013. — 584 с.

12. Вентцель, Е. С. Исследование операций / Е. С. Вентцель. — М. : Советское радио, 1972. — 550 с.

13. Козлов, Б. А. Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики / Б. А. Козлов, И. А. Ушаков. — М. : Советское радио, 1975. — 472 с.

14. Риордан, Дж. Введение в комбинаторный анализ / Дж. Риордан. — М. : Изд-во иностр. лит., 1963. — 287 с.

15. Холлб, М. Комбинаторика / М. Холлб. — М. : Мир, 1970. — 424 с.

ПОТАПОВ Виктор Ильич, доктор технических наук, профессор (Россия), заведующий кафедрой информатики и вычислительной техники, заслуженный деятель науки и техники РФ.

Адрес для переписки: ivt@omgtu.ru

Статья поступила в редакцию 12.04.2016 г.

© В. И. Потапов

Книжная полка

004/Н56

Нестерук, В. Ф. Информатика : учеб. текстовое электрон. изд. локального распространения : конспект лекций / В. Ф. Нестерук. — Омск : Изд-во ОмГТУ, 2016. — 1 о=эл. опт. диск (CD-ROM).

Приводятся краткие теоретические сведения по терминологии алгебры логики и минимизации логических функций с помощью карт Карно. Рассматриваются примеры графического представления алгоритмов выполнения арифметических операций над двоичными кодами чисел и примеры машинной реализации этих операций в системе инструкций гипотетического операционного устройства. Предназначен для студентов, обучающихся по направлению подготовки «Информатика и вычислительная техника».

РЕГУЛИРУЕМЫЙ МНОЖЕСТВЕННЫЙ ДОСТУП В БЕСПРОВОДНОЙ СЕТИ УМНЫХ ВЕЩЕЙ

Объект исследования статьи персональные сети Personal Area Network — наиболее специфический элемент интернета вещей. Они обеспечивают передачу данных между терминальными устройствами интернета вещей — умными вещами. Предлагается регулируемая сетью процедура приоритетного множественного доступа умных вещей к эфирной среде. Данная процедура позволяет учесть неоднородность требований к допустимому времени задержки к доставке информации от разнотипных устройств. Предложены математическая модель беспроводной сети и методы расчета вероятностно-временных характеристик передачи данных в ней.

Ключевые слова: интернет вещей, умная вещь, беспроводная сеть, множественный доступ, приоритетное обслуживание, система обслуживания, регулирование доступа, вероятностно-временные характеристики передачи информации.

Введение. По мнению большинства специалистов, прошедший 2015 г. стал переломным при переходе к новой технологической платформе информатизации. Выбор аппаратно-программных средств на этапе внедрения новых технологий является не тривиальной задачей. Принимая соответствующие решения, следует учитывать:

- диалектику взаимодействия технологий, реализующих информационные процессы [1];
- информационный объем автоматизируемых информационных процессов [2];
- возможность работы в реальном масштабе времени [3–5];
- ресурсные потребности сравниваемых платформ [6–9];
- инструментальные возможности обслуживания пользователей [10–12];
- проблемы информационной безопасности [13–15];
- надежность аппаратного и программного обеспечения [16, 17].

Интернет вещей (Internet of Things, IoT) — это один из ключевых элементов новой платформы наряду с технологиями облачных вычислений, больших данных, широкополосного мобильного доступа и наложенных сервисов.

IoT все увереннее входит в нашу жизнь и из перспективы становится реальностью [18]. Выделяют два направления применения IoT: мониторинг и управление устройствами, взаимодействующими с различными объектами инфраструктуры или физической среды, а также сбор данных с конечных узлов для последующего их анализа.

Эволюция IoT связана с тремя основными технологиями: идентификации, позволяющей отличить

конкретную вещь от любой другой вещи, создания миниатюрных источников питания и передачи данных между вещами [19, 20].

Технологии передачи данных в интернете вещей. По охватываемой территории телекоммуникационные сети, применяемые в IoT, классифицируют согласно [18] на персональные PAN (Personal Area Network), локальные LAN (Local Area Network), региональные MAN (Metropolitan Area Network) и глобальные WAN (Wide Area Network). Специфика IoT не предъявляет каких-либо особых требований к LAN, MAN и WAN, и поэтому, говоря о технологиях передачи данных в IoT, прежде всего имеют в виду PAN, которые предназначены для объединения различных персональных устройств пользователя, называемых также умными вещами (УВ): бытовых приборов, оргтехники, средств связи, датчиков и т.п., а также для их связи с сетями более высокого уровня [21]. По используемой среде передачи различают PAN беспроводные и проводные.

Беспроводные технологии всегда представляли интерес для создателей сетей передачи данных, поскольку обладают рядом преимуществ в сравнении с проводными — простотой и быстротой развертывания, невысокой стоимостью, мобильностью конечных узлов и др. Перечисленные достоинства обусловили популярность эфирной среды передачи в PAN IoT, и, как правило, взаимодействие либо сбор данных с УВ в них организуется посредством беспроводных персональных сетей WPAN (Wireless Personal Area Network). Для подобных сетей характерны невысокие (в сравнении с проводными технологиями) скорости передачи, небольшой радиус действия (от сантиметров до нескольких десятков метров), использование частот



Рис. 1. Архитектура стеков протоколов технологий Bluetooth Low Energy и ZigBee

из нелицензируемых диапазонов, низкое энергопотребление, короткие передаваемые блоки, в которых, как правило, на полезную передаваемую нагрузку приходится большой объем [18, 21].

Основой любой сети служит ее протокол. IoT — новое, развивающееся направление в отрасли инфокоммуникаций, и единого протокола, регламентирующего передачу в нем данных, на сегодняшний день не существует. На практике нашло применение множество международных и корпоративных стандартов: Bluetooth LE (Low Energy), ANT, ZigBee, RF4CE (Radio Frequency for Consumer Electronics), Wi-Fi (IEEE 802.11v), Nike+, IrDA (Infrared Data Association), NFC (Near Field Communication) и другие [4]. Архитектура стеков протоколов для двух популярных технологий Bluetooth Low Energy (BLE) и ZigBee представлена на рис. 1 [18].

ZigBee базируется на использовании протокола IEEE 802.15.4 на нижних уровнях (физическом и подуровне управления доступом к среде). Уровни выше регламентируются протоколами, созданными альянсом компаний ZigBee. Протокол ZigBee — открытый стандарт для недорогих и маломощных самоорганизующихся и самовосстанавливающихся беспроводных сетей с ячеистой топологией.

Технология BLE разработана компанией Bluetooth Special Interest Group (Bluetooth SIG). Главное ее отличие от предыдущих стандартов Bluetooth SIG (2.0, 3.0 и др.) — меньшее (в 10–20 раз [18]) потребление энергии, что позволяет применять BLE в системах сбора данных, мониторинга с автономным питанием. Стек протокола BLE разделен на две части: нижнюю — контроллер (физический и канальный уровни) и верхнюю — узел сети. Взаимодействие между верхней и нижней частями стека осуществляется посредством интерфейса HCI (Host Controller Interface).

Протоколы IoT на подуровне управления доступом к среде (MAC) канального уровня предусматривают использование того или иного способа разделения радиоканала между передающими устройствами. В общем случае в сетях IoT нашли применение множественный доступ с частотным (FDMA — Frequency Division Multiple Access), кодовым (CDMA — Code Division Multiple Access) и временным (TDMA — Time Division Multiple Access) разделениями канала, а также их различные модификации [21].

При разработке новых протоколов реализации IoT необходимо принимать к сведению, во-первых,

существующий опыт его внедрения и применения в различных областях человеческой деятельности, совершенствуя технологии в направлении, например, уменьшения размеров и стоимости УВ, повышения безопасности передаваемых данных, снижения энергопотребления устройствами [19] и т.п., а во-вторых, прогнозируемое расширение сфер использования данной технологии, что зачастую влечет за собой ужесточение требований, предъявляемых к качественным характеристикам процесса передачи данных.

Применение IoT в критических (по времени) системах, где необходимо получать информацию от УВ без существенных задержек, создает дополнительные требования к процедурам множественного доступа терминальных устройств к эфирному каналу. В таких системах обычно накладываются строгие ограничения на допустимые значения времени задержки при передаче данных от УВ. Примером подобной критической системы может служить система дистанционного мониторинга состояния человека в медицине, когда жизненно важно не допустить промедления при снятии информации с различных физиологических датчиков, контролирующих показатели состояния здоровья пациента [22].

Необходимо учитывать и гетерогенный характер передаваемой информации, а именно возможный существенный разброс в реальных системах значений допустимых времен задержек при получении данных с разнотипных УВ. Так, в системе дистанционного мониторинга пациента разнотипные датчики могут иметь различный приоритет: с каких-то необходимо снимать данные чаще, чем с других. Например, температуру тела пациента достаточно измерять раз в несколько (или десятков) минут, а вот частоту сердечных сокращений необходимо отслеживать гораздо чаще, поскольку в состоянии покоя у взрослого человека средний пульс составляет 72 удара в минуту, а за критическую частоту пульса считают 120 ударов в минуту [22].

Решением задачи поддержки гетерогенного характера требований к доставке пакетов данных от УВ является введение механизмов регулирования в алгоритмы доступа устройств к эфирной среде. Приоритетные процедуры доступа к эфирной среде передачи должны быть синтезированы таким образом, чтобы средние задержки передачи пакетов данных разнотипных УВ совместно не превосходили своих допустимых значений и были инвариантны к разнице в интенсивностях потоков различного типа.

Ниже предлагается регулируемая сетью процедура приоритетного доступа терминальных устройств IoT к беспроводной среде передачи.

Описание объекта исследования. Рассмотрим беспроводную сенсорную сеть, состоящую из двух подсетей (I и II): первого (высшего) и второго (низшего) приоритета соответственно.

В I подсеть входит N_I УВ первого приоритета, а во II подсеть — N_{II} УВ второго приоритета. УВ обеих подсетей передают информацию устройству сбора информации в виде пакетов данных длиной l (бит)

$$l = k + r,$$

где k — длина полезной информации (бит); r — длина метаданных (бит).

К передаче пакетов данных УВ предъявляются требования, при которых средние задержки от каждого из указанных типов УВ не должны превышать допустимых значений. Целесообразно для передачи данных от УВ различных типов использовать такую процедуру регулирования доступа к эфирной среде, чтобы она удовлетворяла указанным требованиям. Иными словами, для каждого типа УВ необходимо подобрать подходящий интервал доступа: для УВ высшего приоритета — меньшей длины, а для низшего — большей.

Процесс передачи пакетов данных УВ будем моделировать с использованием системы массового обслуживания в дискретном времени с одним обслуживающим прибором и накопителем неограниченной емкости.

Предположим, что на вход буферов УВ I и II подсетей поступают бернуллиевские потоки пакетов данных с интенсивностями λ_{ni} и λ_{nii} соответственно на интервалах T_{OK}

$$T_{OK} = nV_c^{-1},$$

где V_c — скорость передачи сигналов в среде (бит/с).

Для доступа УВ к беспроводной среде передачи используется синхронно-временной доступ с регулированием [23]. S — параметр регулирования: процедура приоритетного доступа заключается в том, что УВ I типа имеют право на передачу в S раз чаще, чем УВ II типа.

Математическая модель беспроводной сети УВ может быть представлена совокупностью моделей подсетей, входящих в ее состав как, например, в [4]. Каждая подсеть представляется системой массового обслуживания $M/G/1$ в дискретном времени на интервалах T_{OK} и задается следующими выражениями:

z -преобразованием ряда распределения времени задержки при передаче пакетов данных в подсетях I и II

$$\begin{aligned} f_{qi}(z) &= \frac{(1 - \Theta_i)(1 - z)g_i(z)}{1 - zp_{wi} - q_{wi}zg_i(z)}, \\ q_{wi} &= \lambda_{wi}T_{OK}, p_{wi} = 1 - q_{wi}, \\ \Theta_i &= q_{wi}\bar{n}_{si}; \bar{n}_{si} = (d/dz^{-1})g_i(z)|_{z=1}, \\ \Theta_i &< 1, i = \bar{I}, \bar{II}, \end{aligned} \quad (1)$$

где Θ_i ($i = \bar{I}, \bar{II}$) — вероятность занятости буферов УВ подсетей; $g_i(z)$ и $g_{ii}(z)$ — z -преобразования рядов распределения интервалов обслуживания в I

и II подсетях соответственно для режима прямой передачи пакетов данных будут иметь вид

$$\begin{aligned} g_I(z) &= z^{-(N_I + N_{II}/S)}, \\ g_{II}(z) &= z^{-(SN_I + N_{II})}. \end{aligned} \quad (2)$$

Вероятностно-временные характеристики передачи пакетов данных УВ можно найти, применяя выражения (1) и (2).

Для расчета вероятности своевременной доставки пакетов данных в подсетях I и II типа в случае стохастического ограничения на время обслуживания пакетов в подсетях, при котором допустимые времена обслуживания пакетов в подсетях задаются геометрическими распределениями с параметрами Q_{di} ($i = \bar{I}, \bar{II}$), необходимо воспользоваться выражением

$$\begin{aligned} \bar{\Pi}_{qi} &= f_{qi}(z)|_{z=Q_{di}^{-1}}, \\ Q_{di} &= 1 - T_{OK}/\bar{T}_{di}, i = \bar{I}, \bar{II}, \end{aligned} \quad (3)$$

где \bar{T}_{di} ($i = \bar{I}, \bar{II}$) — средние допустимые времена задержки пакетов данных, передаваемых в I и II подсетях УВ.

Среднее время задержки при передаче пакетов данных в подсетях УВ можно найти, используя формулу Хинчина — Полачека [6]:

$$\begin{aligned} \bar{t}_{qi} &= \bar{n}_{qi}T_{OK}, \bar{n}_{qi} = g_i'(1) + \frac{q_{wi}g_i''(1)}{2(1 - \Theta_i)}; \\ g_i'(1) &= (d/dz^{-1})g_i(z)|_{z=1}; \\ g_i''(1) &= (d^2/dz^{-2})g_i(z)|_{z=1}; \Theta_i < 1, i = \bar{I}, \bar{II}. \end{aligned} \quad (4)$$

Окончательное выражение для расчета средних времен задержек передачи пакетов данных УВ в подсетях I и II с учетом (1) и (2) примет вид

$$\begin{aligned} \bar{t}_{qi} &= \bar{n}_{qi}T_{OK}; \\ \bar{n}_{qi} &= \left[\frac{(N_I + N_{II}/S)(2 - q_{wi}(N_I + N_{II}/S + 1))}{2(1 - q_{wi}(N_I + N_{II}/S))} \right]; \\ \bar{t}_{qii} &= \bar{n}_{qii}T_{OK}; \\ \bar{n}_{qii} &= \left[\frac{(SN_I + N_{II})(2 - q_{wii}(SN_I + N_{II} + 1))}{2(1 - q_{wii}(SN_I + N_{II}))} \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

С помощью выражений (3)–(5) можно провести численный расчет и анализ вероятностно-временных характеристик — вероятностей своевременной доставки пакетов данных УВ подсетей I и II типа и средних времен их задержек при передаче устройству сбора информации в сети IoT, а также оценить влияние параметра регулирования доступом на качество передачи в каждой из указанных подсетей.

Рассмотрим пример влияния процедуры регулирования доступом к среде на качество передачи в сети с высшим (I) приоритетом, а именно на задержку передачи пакетов терминальных устройств IoT.

На рис. 2 представлены графики зависимости среднего времени задержки при передаче пакетов УВ высшего (I) приоритета устройству сбора информации от интенсивности поступающих от УВ пакетов данных. Расчет проводился при следующих

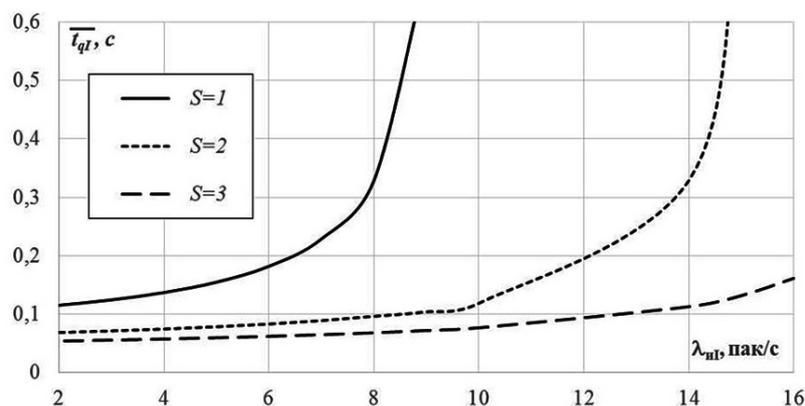


Рис. 2. Зависимости среднего времени задержки при передаче пакетов данных УВ высшего приоритета устройству сбора информации от интенсивности поступающих пакетов

исходных данных: $N_I = 10$, $N_{II} = 30$, $V_c = 250$ кбит/с, $n = 80$ байт. Графики представлены для трех значений параметра регулирования: $S = 1$; 2; 3.

Как видно из графиков зависимостей, увеличение параметра регулирования позволяет не только существенно уменьшить среднее время задержки на всем диапазоне допустимых значений интенсивностей входных потоков, но и увеличить указанный диапазон. Так, для $S = 1$ — $\lambda_{инт} = 0-9$ пак/с; $S = 2$ — $\lambda_{инт} = 0-15$ пак/с, а для $S = 3$ — $\lambda_{инт} = 0-16$ пак/с.

Однако следует отметить, что улучшение характеристик передачи данных в I подсети осуществляется за счет некоторого снижения качества передачи во II низкоприоритетной подсети. В связи с этим необходимо проводить также расчеты вероятностно-временных характеристик II подсети и анализировать влияние на них увеличения параметра регулирования и, соответственно, возрастания интервала доступа низкоприоритетных УВ к каналу передачи.

Заключение. Предложена процедура регулирования доступа УВ двух типов к эфирному каналу беспроводной сенсорной сети IoT, которая позволит учесть особенности обслуживания трафика, имеющего неоднородный характер.

Представлена математическая модель беспроводной сенсорной сети с регулируемым синхронно-временным доступом к эфирной среде и найдены формулы для расчета вероятностно-временных характеристик передачи в ней двух типов пакетов данных.

Используя выражения (3)–(5), можно проводить расчет характеристик передачи пакетов в подсетях и оценивать влияние параметра регулирования доступом на качество обслуживания в каждой из них. Это позволит наилучшим образом решать задачу выбора параметра регулирования для конкретных значений исходных параметров беспроводных сетей IoT и их терминальных устройств.

Проведенный пример расчета подтвердил эффективность внедрения регулирования доступом для уменьшения задержек в обслуживании пакетов данных подсети высшего приоритета.

Библиографический список

1. Советов, Б. Я. Дialeктика информационных процессов и технологий / Б. Я. Советов, М. О. Колбанёв, Т. М. Татарникова // Информация и космос (Information&Cosmos). — 2014. — № 3. — С. 96–104.

2. Колбанёв, М. О. Информационный объем базовых информационных процессов / М. О. Колбанёв, Т. М. Татарникова // Информационные управляющие системы. — 2014. — № 4 (71). — С. 42–47.

3. Воробьев, А. И. Оценка вероятностно-временных характеристик процесса предоставления информационно-справочных услуг / А. И. Воробьев, М. О. Колбанёв, Т. М. Татарникова // Изв. высших учебных заведений. Приборостроение. — 2014. — Т. 57, № 9. — С. 15–18.

4. Верзун, Н. А. Моделирование процесса передачи информации с разграничением прав доступа пользователей / Н. А. Верзун, А. И. Воробьев, Е. Д. Пойманова // Изв. высших учебных заведений. Приборостроение. — 2014. — Т. 57, № 9. — С. 33–37.

5. Богатырев, В. А. Оптимизация резервированного распределения запросов в кластерных системах реального времени / В. А. Богатырев, А. В. Богатырев // Информационные технологии. — 2015. — Т. 21, № 7. — С. 495–502.

6. Колбанёв, М. О. Физические ресурсы информационных процессов и технологий / М. О. Колбанёв, Т. М. Татарникова // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики (Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics). — 2014. — № 6 (94). — С. 113–122.

7. Колбанёв, М. О. Физические ресурсы информационного процесса сохранения данных / М. О. Колбанёв, Е. Д. Пойманова, Т. М. Татарникова // Изв. высших учебных заведений. Приборостроение. — 2014. — Т. 57, № 9. — С. 38–42.

8. Верзун, Н. А. Об энергетической эффективности сетей пакетной передачи данных / Н. А. Верзун, М. О. Колбанёв, А. В. Омелян // Изв. высших учебных заведений. Приборостроение. — 2014. — Т. 57, № 9. — С. 42–46.

9. Воробьев, А. И. Зеленые информационные технологии / А. И. Воробьев, А. М. Колбанёв, М. О. Колбанёв // Ученые записки Междунар. банковского ин-та. — 2015. — Вып. 12. — С. 153–165.

10. Головкин, Ю. Б. Моделирование процессов инструментальной подготовки сервисного обслуживания на основе экспертных оценок / Ю. Б. Головкин, Р. А. Ярцев, С. Г. Газетдинова // Изв. высших учебных заведений. Приборостроение. — 2014. — Т. 57, № 9. — С. 27–32.

11. Головкин, Ю. Б. Применение нечетких гиперграфов в моделях генерации web-компонентов / Ю. Б. Головкин, А. С. Гусаренко // Изв. высших учебных заведений. Приборостроение. — 2014. — Т. 57, № 9. — С. 47–53.

12. Коршунов, И. Л. Состояние и концепция развития информационных технологий в сфере сервиса / И. Л. Коршунов //

Изв. высших учебных заведений. Приборостроение. — 2014. — Т. 57, № 9. — С. 7–10.

13. Головкин, Ю. Б. Информационная система кредитования юридических лиц в банке / Ю. Б. Головкин, А. С. Гусаренко // Актуальные инновационные исследования: наука и практика. — 2010. — № 3. — С. 14–29.

14. Левкин, И. М. Математическое описание динамической среды угроз информационной безопасности / И. М. Левкин, Е. А. Галкова // Национальная безопасность и стратегическое планирование. — 2014. — № 1 (5). — С. 46–53.

15. Богатырев, В. А. Перераспределение запросов между вычислительными кластерами при их деградации / В. А. Богатырев, А. В. Богатырев, С. В. Богатырев // Изв. высших учебных заведений. Приборостроение. — 2014. — Т. 57, № 9. — С. 54–58.

16. Богатырев, В. А. Оценка надежности выполнения кластерами запросов реального времени / В. А. Богатырев, А. В. Богатырев, С. В. Богатырев // Изв. высших учебных заведений. Приборостроение. — 2014. — Т. 57, № 4. — С. 46–48.

17. Богатырев, В. А. Оценка надежности и оптимальное резервирование кластерных компьютерных систем / В. А. Богатырев // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. — 2006. — № 10. — С. 18–21.

18. Росляков, А. В. Интернет вещей : учеб. пособие / А. В. Росляков, С. В. Ваняшин, А. Ю. Гребешков. — Самара : ПГУТИ. — 2015. — 200 с.

19. Воробьев, А. И. Модель оптимизации энергопотребления умными вещами / А. И. Воробьев, А. М. Колбанёв, М. О. Колбанёв // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». — 2015. — № 7. — С. 46–49.

20. Верзун, Н. А. Технологии безопасного доступа в беспроводных сетях интернета вещей / Н. А. Верзун // Информационная безопасность регионов России : материалы

IX Санкт-Петербург. межрегион. конф., 28–30 октября 2015 г. — СПб. : СПОИСУ, 2015. — С. 205.

21. Колыбельников, А. И. Обзор технологий беспроводных сетей / А. И. Колыбельников // Труды МФТИ. — 2012. — Т. 4, № 2. — С. 3–29.

22. Аль-Дхамари, Д. Х. Разработка беспроводной системы дистанционного мониторинга состояния пациентов на основе ZigBee и LabVIEW / Д. Х. Аль-Дхамари [и др.] // Современные проблемы науки и образования : электрон. науч. журн. — 2014. — № 6. — Режим доступа : <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=16189> (дата обращения: 24.03.2016).

23. Верзун, Н. А. Основы моделирования информационных систем множественного доступа : учеб. пособие / Н. А. Верзун, М. О. Колбанёв, И. Л. Коршунов, С. Ю. Микадзе. — СПб.: Изд-во СПбГЭУ. — 2015. — 138 с.

ВЕРЗУН Наталья Аркадьевна, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры информационных систем и технологий.

Адрес для переписки: verzun.n@unescop.ru

КОЛБАНЁВ Михаил Олегович, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры информационных систем и технологий.

Адрес для переписки: mokolbanev@mail.ru

ОМЕЛЬЯН Александр Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры информационных систем и технологий.

Адрес для переписки: omers27@mail.ru

Статья поступила в редакцию 01.04.2016 г.

© Н. А. Верзун, М. О. Колбанёв, А. В. Омелян

Книжная полка

Иопа, Н. Информатика (для технических направлений) / Н. Иопа. — М. : Кнорус, 2016. — 472 с. — ISBN 978-5-406-02408-9.

Излагаются основные понятия и определения, составляющие основу индустрии информатики, рассматриваются основные свойства информации, оценка ее количества и качества, задачи и методы обработки с использованием новых технологий, теоретические вопросы, связанные с передачей информации, а также технические средства передачи и их особенности. Пособие включает 16 лабораторных работ, посвященных офисным средствам обработки информации, работе в Интернете, а также представлению и обращению различных видов численных данных на компьютере. В основу пособия положен курс лекций по данной дисциплине, читаемый автором в течение нескольких лет в Рязанском государственном радиотехническом университете для студентов, обучающихся по направлению «Информатика и вычислительная техника». Для студентов дневного и заочного отделений бакалавриата и магистратуры, обучающихся по направлениям 230100 «Информатика и вычислительная техника», 090100 «Информационная безопасность». Может быть полезно студентам других направлений и специальностей, а также пользователям, занимающимся компьютерной обработкой информации.

Окулов, С. Основы программирования / С. Окулов. — 8-е изд., перераб. — М. : Бином. Лаборатория знаний, 2015. — 336 с. — ISBN 978-5-9963-1932-9.

В книге рассмотрены фундаментальные положения программирования: конечная величина и конструируемые на ее основе различные типы данных; управляющие конструкции — элементарные составляющие любого алгоритма и основа управления вычислительным процессом; структуризация задач как основополагающий механизм их реализации на компьютере; упорядочение (сортировка) как основа эффективной работы с любыми данными и, наконец, перебор вариантов как универсальная схема компьютерного решения задач. Для учащихся старших классов, студентов и учителей информатики.

АДАПТАЦИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПРИБЫЛИ К ПЛАНИРОВАНИЮ И АНАЛИЗУ МНОГОНОМЕНКЛАТУРНОГО ПРОИЗВОДСТВА С ПОМОЩЬЮ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО КОМПЬЮТЕРНОГО КОМПОНЕНТА «ЭКОНОМИКА»

Рассматриваются общие требования к интеллектуальному компьютерному компоненту тройного назначения «Экономика». Анализируются вопросы адаптации параметрической теории прибыли к планированию и анализу многономенклатурного производства, а также использования параметрической модели прибыли в интеллектуальном компьютерном компоненте «Экономика».

Ключевые слова: интеллектуальный компьютерный компонент, моделирование экономических систем, параметрическая теория прибыли, внутрифирменное планирование, многономенклатурное производство, образование, интернет, U-требования.

В работах [1–6] сформулированы общие требования к интеллектуальным компьютерным компонентам тройного назначения, а в статье [7] — общие требования к аналогичному компоненту «Экономика». Данная статья продолжает тему, начатую в работах [8–10]. В ней рассмотрена и исправлена параметрическая модель прибыли предприятия, позволяющая получить ответ на основной вопрос внутрифирменного планирования: «Сколько изделий производить и по какой цене их продавать, чтобы в результате получаемая в плановом периоде прибыль оказалась максимальной?». Этот вопрос особо актуален для ценовых лидеров.

Только после ответа на него можно строить и другие планы предприятия [9]: материально-технического снабжения, финансовый и т.д. Новый подход позволяет единообразно проводить ситуационный многофакторный анализ однономенклатурного и многономенклатурного производства.

В [11] изложена так называемая параметрическая модель прибыли предприятия и на ее основе предложена методика выбора оптимальных планово-управленческих решений. В основе параметрической

модели лежат следующие рассуждения. Пусть Π_b — прибыль базисного периода; Π_a — прибыль анализируемого периода; C_b — цена изделия в базисном периоде; C_a — цена изделия в анализируемом периоде; N_b — количество изделий, проданных в базисном периоде; N_a — количество изделий, проданных в анализируемом периоде; C_b — себестоимость изделия в базисном периоде; C_a — себестоимость изделия в анализируемом периоде.

Тогда прибыль от реализации товарной продукции базисного и анализируемого периодов определяется по формулам

$$\Pi_b = N_b \cdot (\Pi_b - C_b), \quad (1)$$

$$\Pi_a = N_a \cdot (\Pi_a - C_a). \quad (2)$$

Получим, что индекс прибыли I будет равен

$$I = \Pi_a / \Pi_b = (N_a (\Pi_a - C_a)) / (N_b (\Pi_b - C_b)). \quad (3)$$

Формулы для определения параметрических показателей, формирующих прибыль предприятия в однономенклатурном производстве

Показатель	Наименование показателя	Формула
b	Коэффициент изменения объема производства и реализации товарной продукции	$b = N_a / N_b$
p	Коэффициент рентабельности производства товарной продукции в базисном периоде	$p = U_b / C_b$
d	Коэффициент изменения цены реализации товарной продукции	$d = U_a / U_b$
$C_{пер}$	Переменные затраты на единицу товарной продукции базисного периода	—
K_n	Коэффициент изменения переменных затрат базисного периода в анализируемом периоде	$K_n = C_{пер}^a / C_{пер}$
$C_{пост}$	Условно-постоянные затраты в абсолютном выражении на выпуск товарной продукции базисного периода	—
$\Delta C_{пост}$	Прирост условно-постоянных затрат в анализируемом периоде	—
C_b	Себестоимость единицы товарной продукции в базисном периоде	$C_b = C_{пер} + C_{пост} / N_b$
r	Коэффициент изменения переменных затрат базисного периода в анализируемом периоде	$r = C_{пер}^a / C_b$
C_a	Себестоимость единицы товарной продукции в анализируемом периоде	$C_a = K_n C_{пер} + (C_{пост} + \Delta C_{пост}) / b N_b$
f	Коэффициент изменения постоянных затрат в анализируемом периоде	$f = \Delta C_{пост} / C_{пост}$
g	Коэффициент изменения себестоимости продукции базисного периода под влиянием изменения ее переменных составляющих	$g = K_n r + (1 - r)$ $K_n r = g - (1 - r)$

Используя обозначения, представленные в табл. 1, пределаем в формуле (3) приведенные ниже преобразования:

$$I = \frac{b \cdot (U_a - C_a)}{C_b \cdot \left(\frac{U_a}{C_b} - 1 \right)} = \frac{b \cdot \left(\frac{dU_b}{C_b} - \frac{C_a}{C_b} \right)}{p-1} =$$

$$= \frac{b \cdot \left(pd - \frac{K_n \cdot C_{пер} + \frac{C_{пост} + \Delta C_{пост}}{b \cdot N_b}}{C_b} \right)}{p-1} =$$

$$= \frac{b \cdot \left(pd - K_n \cdot r - \frac{C_{пост} (1+f)}{C_b \cdot b \cdot N_b} \right)}{p-1} =$$

$$= \frac{b \cdot \left(pd - K_n \cdot r - \frac{(1-r) \cdot (1+f)}{b} \right)}{p-1}.$$

В окончательном виде полученное выражение примет вид

$$I = \frac{b \cdot (pd - K_n \cdot r) - (1-r) \cdot (1+f)}{p-1}. \quad (4)$$

Если же в полученную формулу подставить вместо выражения $K_n \cdot r$ равное ему значение из табл. 1, то можно получить вторую эквивалентную формулу параметрической модели:

$$I = \frac{b \cdot (pd - g) + (1-r) \cdot (b-1-f)}{p-1}. \quad (5)$$

Обе формулы равнозначны, и выбор какой-то из них для конкретного прогнозирования прибыли определяется обстоятельствами и наличием исходной информации. С помощью (4), (5) можно найти ответы на многие важные для интеллектуального компьютерного компонента «Экономика» вопросы: например, определить, как изменится I (т.е. как изменится прибыль), если известны изменения других параметров базисной ситуации (т.е. известны b, d, p, g, r, f, K_n), каковы должны быть соотношения

между этими параметрами, чтобы изменение прибыли базисного периода оказалось приемлемым ($I > 0$ — прибыль имеем, $I > 1$ — прибыль больше, чем в базисном периоде), и т.д.

Однако информации, заложенной в эти формулы, недостаточно, чтобы ответить на вопрос «Сколько изделий производить и по какой цене их продавать, чтобы в результате получаемая в плановом периоде прибыль оказалась максимальной?». Причина в том, что в условиях рынка прибылеобразующие параметры b, d, p, g, r, f, K_n не могут меняться независимо, поскольку в рыночной экономике цена изделия Π и другие так называемые неценовые факторы (такие как, например, доходы покупателей, качество товара, цены на другие товары и проч.) стремятся к равновесному значению, при котором спрос и предложение уравниваются.

В трудах Ф. Котлера, Дж. Р. Эванса, Б. Бермана и многих других теоретиков маркетинга рассматриваются различные стратегии ценообразования, каждая из которых рекомендует свои особые подходы к решению задачи установления цен на товары, отличающиеся от равновесной цены. Это такие стратегии, как скользящее ценообразование (цены последовательно снижаются с целью охвата различных уровней спроса), проникающее ценообразование (установление цен ниже рыночного уровня с целью увеличения своей доли рынка), сегментное ценообразование (установление различных цен на одинаковые продукты на локально изолированных рынках), гибкое ценообразование (установление цен с учетом изменившихся условий на рынке) и т.д. Однако такие стратегии носят временный характер, и после решения поставленной задачи происходит переход к равновесному ценообразованию. При равновесном ценообразовании будем иметь

$$b_c = 1 + K_{эц} \cdot (1 - d) + H_\phi, \quad (6)$$

$$b_n = (1 - U_\phi) \cdot a + U_\phi \cdot b, \quad (7)$$

$$b_c = b_n. \quad (8)$$

Первое слагаемое в правой части (6) — это спрос в базовом периоде, принятый за 1 часть спроса. Второе слагаемое в правой части (6) дает увеличение этого спроса в анализируемом периоде из-за уменьшения цены базового периода, принятой за 1 часть цены, до значения d частей цены в анализируемом периоде. $K_{эц}$ — это коэффициент эластичности спроса по цене. H_ϕ — это увеличение в частях спроса из-за изменения неценовых факторов. Следовательно, b_c — это спрос в анализируемом периоде, выраженный в частях спроса.

Предположим, что изменения различных факторов влияют на спрос независимо. Тогда приведенные выше рассуждения можно обобщить на случай наличия нескольких неценовых факторов. Например, если учитывать доходы населения, цены взаимозаменяемых товаров, цены сопрягаемых (взаимодополняемых) товаров и качество товаров, то получим

$$H_\phi = K_{эг} \cdot (D - 1) + K_{эв} \cdot (d_v - 1) + K_{эс} \cdot (1 - d_c) + K_{эк} \cdot (I_k - 1),$$

где D — коэффициент изменения дохода потребителей товара по сравнению с базисным периодом; d_v — коэффициент изменения цены взаимозаменяемого товара;

d_c — коэффициент изменения цены сопрягаемого (взаимодополняемого) товара;

I_k — индекс изменения качества товара по сравнению с базисным периодом;

$K_{эг}$, $K_{эв}$, $K_{эс}$, $K_{эк}$ — коэффициенты эластичности спроса товара соответственно от дохода потребителей, цены взаимозаменяемого товара, цены взаимодополняемого товара, изменения качества товара.

U_ϕ в правой части (7) — это доля предложения фирмы в базисном периоде. Тогда $(1 - U_\phi)$ — доля предложения других фирм-конкурентов, предлагающих то же или близкое изделие в базовом периоде. Если a — коэффициент изменения предложения всех прочих конкурентных фирм в анализируемом периоде, а b — коэффициент изменения предложения фирмы в анализируемом периоде, то правая часть (7) и b_n — это предложение, в анализируемом периоде выраженное в частях предложения, где за 1 часть предложения взято предложение в базисном периоде.

Если же в базисном периоде фирма товар не предлагала, а сделала это впервые в анализируемом периоде (фирма входит в отрасль в анализируемом периоде), то получим

$$b_n = a + a_{\phi'}$$

где $a_{\phi'}$ — доля фирмы, входящей в отрасль в анализируемом периоде, по отношению к величине совокупного предложения в базисном периоде.

Из (6) следует, что

$$d = (1 + K_{эц} + H_\phi - b_c) / K_{эц}. \quad (9)$$

Эта формула показывает, как будет изменяться равновесная цена (изменение d) при изменении спроса (изменение b_c). Но, как отмечалось выше, при равновесной цене изменение спроса b_c и предложения b_n совпадают. Тогда

$$d = (1 + K_{эц} + H_\phi - (1 - U_\phi) \cdot a - U_\phi \cdot b) / K_{эц}. \quad (10)$$

Из полученной формулы следует, что

$$b = \frac{1 + K_{эц} \cdot (1 - d) + H_\phi - (1 - U_\phi) \cdot a}{U_\phi}. \quad (11)$$

Формулы (10), (11) следуют из (8) и поэтому являются искомыми соотношениями, связывающими прибылеобразующие параметры, с которыми необходимо считаться при максимизации индекса прибыли I . Чтобы сделать это, нужно подставить (11) в (4) и тем самым выразить индекс прибыли I через d , а затем продифференцировать полученную формулу и приравнять производную к нулю. Решив полученное уравнение, можно показать, что для получения максимальной прибыли в рамках этой модели нужно взять

$$d_{on} = \frac{1 + K_{эц} + H_\phi - a \cdot (1 - U_\phi)}{2K_{эц}} + \frac{K_n \cdot r}{2p}. \quad (12)$$

Подставив полученное d_{on} в (11), получим

$$b_{on} = \frac{1 + K_{эц} (1 - d_{on}) + H_\phi - (1 - U_\phi) \cdot a}{U_\phi}. \quad (13)$$

Подставив, наконец, d_{on} и b_{on} в (4) или (5), можно вывести оптимальный индекс прибыли I_{on}

$$I_{on} = \frac{b_{on} \cdot (p \cdot d_{on} - K_n \cdot r) - (1-r) \cdot (1+f)}{p-1} \rightarrow \max. \quad (14)$$

Узнав по полученным формулам d_{on} , b_{on} и I_{on} , сможем определить, как нужно изменить количество и цену выпускаемого изделия, чтобы максимально изменить получаемую базовую прибыль.

Однако, чтобы воспользоваться формулами (12)–(14), мы должны узнать значение всех параметров, входящих в правые части этих формул. В [11] авторы описывают порядок сбора и использования представленной выше информации и показывают это на конкретном примере. При этом они справедливо утверждают, что «в странах с рыночной ориентацией хозяйствования вся указанная информация служит объектом пристального изучения каждой фирмой. Фирмы тщательно отслеживают изменения, происходящие на рынке, собирают и анализируют всю информацию, изучают поведение своих конкурентов, постоянно уточняют значения всех информационных показателей. Для российских фирм вся эта работа еще впереди. Фирмы, которые своевременно начнут собирать необходимую информацию, будут иметь неоспоримые преимущества перед своими конкурентами». От себя добавим, что этой работой занимаются в основном ценовые лидеры.

В заключение обзора метода планирования, предложенного в [11], отметим: после вывода формул (4), (5) авторы подчеркивают, что они справедливы и для предприятий, выпускающих более одной номенклатурно-ассортиментной позиции продукции. Но при этом значения параметров, фигурирующих в правых частях этих формул, должны определяться по другим формулам, зависящим не от одного, а от всех изделий.

Следовательно, все выводы, сделанные лишь на основе формул (4), (5), справедливы и для многономенклатурных производств, но только с другой трактовкой прибыльобразующих параметров.

В то же время вывод формул (12)–(14) производится для каждого изделия в отдельности, и поэтому рассуждения об оптимизации относятся только к однономенклатурному производству, как указано в работах [9; 10, с. 150–156], а вопрос оптимизации многономенклатурного производства нуждается в дополнительном исследовании.

На наш взгляд, получится единый подход к оптимизации производства, если максимизировать не прибыль, а маржинальную прибыль. В случае однономенклатурного производства это будет одно и то же, а в случае многономенклатурного производства это будет единственно правильным, т.к. освободит нас от проблемы распределения по изделиям постоянных затрат. Как известно, себестоимость, а следовательно, и все рассуждения будут существенно зависеть от способа распределения.

Тогда для I_j^{mn} , коэффициента изменения маржинальной прибыли M_j^σ базового периода некоторого j -го изделия (возможно, одно-единственное), мы получим

$$I_j^{mn} = \frac{N_a \cdot (C_a - C_a^{nep})}{N_\sigma (C_\sigma - C_\sigma^{nep})} = \frac{b \cdot (C_a - C_a^{nep})}{C_\sigma - C_\sigma^{nep}} = \frac{b \cdot \left(\frac{C_a}{C_\sigma^{nep}} - \frac{C_a^{nep}}{C_\sigma^{nep}} \right)}{\frac{C_\sigma}{C_\sigma^{nep}} - 1} =$$

$$= \frac{b \cdot \left(\frac{C_a \cdot C_\sigma}{C_\sigma \cdot C_\sigma^{nep}} - \frac{C_a^{nep}}{C_\sigma^{nep}} \right)}{\frac{C_\sigma}{C_\sigma^{nep}} - 1} = \frac{b \cdot (d \cdot p - K_n)}{p-1}. \quad (15)$$

Коэффициент изменения маржинальной прибыли от всех изделий (если их несколько) будет равен

$$I^{mn} = \sum_j \frac{M_j^\sigma \cdot I_j^{mn}}{M^\sigma}. \quad (16)$$

Пусть k — коэффициент, показывающий, во сколько раз увеличиваются постоянные затраты анализируемого периода по сравнению с базовым периодом. Тогда коэффициент изменения прибыли будет

$$I = \frac{I^{mn} - t \cdot k}{1-t} = \frac{b \cdot (dp - K_n) - t \cdot k}{p-1 - t}, \quad (17)$$

где t — доля, которую постоянные затраты базового периода P^σ составляют в маржинальной прибыли M^σ базового периода, т.е.

$$t = \frac{P^\sigma}{M^\sigma}. \quad (18)$$

Действительно, если M^σ взять за 1 часть, то $P^\sigma = t$, а прибыль в базовом периоде будет $1 - t$. Зато в анализируемом периоде маржинальная прибыль будет I^{mn} , постоянные затраты — $t \cdot k$, а прибыль составит $I^{mn} - t \cdot k$. Отсюда следует формула (17).

С помощью формул (15)–(18) можно отвечать на вопросы, не связанные с оптимизацией прибыли. К оптимизации же прибыли подойдем, учитывая возможную конкуренцию изделий за ограниченные ресурсы. Иными словами, необходимо искать в общем случае количество и цену (N_j^a и C_j^a) каждого изделия в анализируемом периоде как решение следующей задачи:

$$\sum_j I_j^{mn} M_j^\sigma \rightarrow \max, \quad (19)$$

$$\sum_j a_{ij} \cdot N_j^a \leq r_i, \quad (20)$$

$$\sum_j b_{kj} \cdot C_j^a \leq c_k. \quad (21)$$

Про каждое изделие можно добавить соотношения (10) или (11), связывающие b_j и d_j . Конечно, если предприятие не является ценовым лидером, то неизвестными будут лишь N_j^a .

Для случая максимизации маржинальной прибыли от каждого изделия в отдельности можно вывести формулы, аналогичные (12)–(14). Из формул (15) и (10) следует, что

$$I^{mn} = \frac{b \cdot (d \cdot p - K_n)}{p-1} = \frac{b \cdot \left(\frac{(1 + K_{эц} + H_\phi - (1 - U_\phi) a - U_\phi b) p - K_n}{K_{эц}} \right)}{p-1} = \frac{b \cdot p \cdot (1 + K_{эц} + H_\phi - (1 - U_\phi) \cdot a) - U_\phi p \cdot b^2 - K_n \cdot K_{эц} \cdot b}{K_{эц} (p-1)}$$

$$= \frac{-U_{\phi} \cdot p \cdot b^2 + (p \cdot (1 + K_{эц} + H_{\phi} - (1 - U_{\phi}) \cdot a) - K_n K_{эц}) \cdot b}{K_{эц} (p - 1)}. \quad (22)$$

Тогда

$$\frac{dI^{mn}}{db} = \frac{-2 \cdot U_{\phi} \cdot p \cdot b + (p \cdot (1 + K_{эц} + H_{\phi} - (1 - U_{\phi}) \cdot a) - K_n K_{эц})}{K_{эц} (p - 1)}. \quad (23)$$

Отсюда

$$b_{j_{онм}} = \frac{p \cdot (1 + K_{эц} + H_{\phi} - (1 - U_{\phi}) \cdot a) - K_n \cdot K_{эц}}{2 \cdot U_{\phi} \cdot p}. \quad (24)$$

Подставив (24) в (10), получим

$$d_{j_{онм}} = \frac{1 + K_{эц} + H_{\phi} - (1 - U_{\phi}) \cdot a - U_{\phi} \cdot b_{онм}}{K_{эц}}. \quad (25)$$

И наконец, подставив (24) и (25) в (15), получим

$$I_{j_{онм}} = \frac{b_{онм} (d_{онм} \cdot p - K_n)}{p - 1}. \quad (26)$$

С помощью формул (24) и (25) можно найти начальное, опорное решение поставленной задачи. Если оно будет удовлетворять всем линейным ограничениям задачи, то она решена. Если же нет, то сначала необходимо это опорное решение сделать допустимым, а затем оптимизировать.

Представленный нами подход позволяет единообразно производить ситуационный многофакторный анализ одноименного и многоименного производства ценовыми лидерами, улучшающими имеющееся производство и способными проводить исследования по сбору необходимой информации. Для неценовых лидеров или ценовых лидеров, только создающих производство, должен быть другой подход.

Библиографический список

1. Ультан, А. Е. Что такое «Интеллектуальные компьютерные компоненты тройного назначения» и основные факторы, влияющие на их устройство / А. Е. Ультан // Омский научный вестник. Сер. Приборы, машины и технологии. — 2015. — № 3 (143). — С. 287–289.
2. Ультан, А. Е. Проектирование процедур, удовлетворяющих U-требованиям, для алгоритмов, отделимых от знаний / А. Е. Ультан // Омский научный вестник. Сер. Приборы, машины и технологии. — 2016. — № 1 (145). — С. 104–107.
3. Ультан, А. Е. Проектирование процедур, удовлетворяющих U-требованиям, для алгоритмов, неотделимых от знаний / А. Е. Ультан // Омский научный вестник. Сер. Приборы, машины и технологии. — 2016. — № 1 (145). — С. 107–109.

4. Ультан, А. Е. Разработка обучающей информационной системы «Алгебра» / А. Е. Ультан, Д. А. Кравцов // Омский научный вестник. Сер. Приборы, машины и технологии. — 2011. — № 3 (98). — С. 169–173.

5. Ультан, А. Е. Разработка обучающей программы «Решение текстовых задач по алгебре» / А. Е. Ультан, В. А. Закандырин // Омский научный вестник. Сер. Приборы, машины и технологии. — 2009. — № 6 (82). — С. 200–201.

6. Ультан, А. Е. Разработка архитектуры комплекса обучающих программ / А. Е. Ультан, Е. С. Петров // Омский научный вестник. Сер. Приборы, машины и технологии. — 2010. — № 6 (92). — С. 190–193.

7. Ультан, С. И. Разработка интеллектуального компьютерного компонента тройного назначения для моделирования экономических систем: общие требования / С. И. Ультан // Экономика и предпринимательство. — 2016. — № 3, ч. 2. — С. 773–775.

8. Ультан, С. И. Расчет оптимальной производственной программы с помощью математического моделирования, учитывающего эластичность спроса по цене / С. И. Ультан // Вестник Омского университета. Сер. Экономика. — 2004. — № 4. — С. 175.

9. Ультан, С. И. Формирование производственной программы обувного предприятия в конкурентной среде : дис. ... канд. экон. наук: 08.00.05 / Ультан Светлана Ивановна. — М., 2004. — 145 с.

10. Ультан, С. И. Адаптация параметрической теории прибыли к планированию многоименного производства / С. И. Ультан, Б. С. Романашин // Вестник Омского университета. Сер. Экономика. — 2011. — № 2. — С. 150–156.

11. Богатин, Ю. В. Производство прибыли : учеб. пособие для вузов / Ю. В. Богатин, В. А. Швандар. — М. : Финансы, ЮНИТИ, 1998. — 256 с.

УЛЬТАН Светлана Ивановна, кандидат экономических наук, доцент кафедры международных экономических отношений Омского государственного университета им. Ф. М. Достоевского.

Адрес для переписки: ultan_si@mail.ru

АБРАМЧЕНКО Нина Владимировна, кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики и информатики Финансового университета при Правительстве РФ, Омский филиал; доцент кафедры компьютерной безопасности Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии, г. Омск.

Адрес для переписки: abram4enko44@gmail.com

МЕЩЕРЯКОВ Евгений Александрович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики и информатики Финансового университета при Правительстве РФ, Омский филиал.

Адрес для переписки: mailto:mechtch@mail.ru

Статья поступила в редакцию 11.04.2016 г.

© С. И. Ультан, Н. В. Абрамченко, Е. А. Мещеряков

ОПТИМАЛЬНАЯ ИНТЕРПОЛЯЦИЯ УЗКОПОЛОСНОГО СИГНАЛА В СМЫСЛЕ МИНИМУМА СРЕДНЕКВАДРАТИЧНОЙ ОШИБКИ

В статье рассмотрена оптимальная интерполяция сигнала, полоса которого значительно уже половины частоты дискретизации. Критерием оптимальности является минимум среднеквадратичного отклонения интерполированного сигнала от идеального. Оптимизация ведется для различных соотношений полосы сигнала и частоты дискретизации. Приведены результаты моделирования для интерполирующих фильтров разных порядков и полос пропускания фильтров.

Ключевые слова: интерполяция, узкополосный сигнал, фильтр, среднеквадратичная погрешность.

Важнейшей проблемой информатизации железнодорожного транспорта в настоящее время является автоматизация сбора первичной информации и сокращение времени, требуемого на ее обработку. Для решения задач по совершенствованию систем информатизации и связи на железнодорожном транспорте, предоставления новых видов услуг по передаче речи, увеличению общего числа пользователей во всех подразделениях железнодорожного транспорта Министерством путей сообщения РФ было принято решение о создании систем цифровой технологической радиосвязи. Также одной из особенностей современного железнодорожного сообщения является увеличение скорости движения, что влечет за собой возникновение эффекта Доплера, который выражается как в смещении центральной частоты сигнала, так и в деформации его спектра. Восстановление деформированного спектра в данном случае равносильно интерполяции сигнала. В статье рассматривается оптимальная интерполяция сигнала, полоса которого значительно уже половины частоты дискретизации. Критерием оптимальности является минимум среднеквадратичного отклонения интерполированного сигнала от идеального. Оптимизация ведется для различных соотношений полосы сигнала и частоты дискретизации [1–3].

Рассмотрим следующие начальные условия. Пусть $s(t)$ — сигнал, дискретизируемый равномерно с частотой ω_d . При этом ширина полосы данного сигнала $\Delta\omega \ll \omega_d$. Результатом дискретизации является последовательность $s(nT)$, где $T = \frac{2\pi}{\omega_d}$. Далее для упрощения выкладок будем считать, что $T = 1$, тогда $\omega_d = 2\pi$, а, следовательно, $\Delta\omega \ll 2\pi$.

Задача состоит в получении такой последовательности $\tilde{s}(nT + \Delta t)$, где $\Delta t \in [0, 1]$, из последовательности $s(nT)$, чтобы выражение

$$\sum_{n=0}^N (\tilde{s}(nT + \Delta t) - s(nT + \Delta t))^2 =$$

$$= \sum_{n=0}^N (\tilde{s}(n + \Delta t) - s(n + \Delta t))^2 \quad (1)$$

имело минимальное значение при фиксированном N .

Начнем с известной интерполяционной формулы Котельникова [4]

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k) \frac{\sin \pi(t-k)}{\pi(t-k)}. \quad (2)$$

Таким образом, если нас интересует значение сигнала $s(t)$ в некоторой точке $t = n + \Delta t$, то величину $s(n + \Delta t)$ можно вычислить при помощи операции скалярного произведения по формуле

$$\begin{aligned} s(n + \Delta t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k) \frac{\sin \pi(n + \Delta t - k)}{\pi(n + \Delta t - k)} = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k) \cdot b_k. \end{aligned} \quad (3)$$

В (3) количество отсчетов $s(k)$ и коэффициентов b_k бесконечно, что делает невозможным реализацию этого алгоритма в реальном устройстве. Поэтому ограничим их число до $N + 1$. Однако возникает вопрос, какие именно из отсчетов $s(k)$ следует использовать для интерполяции, так как вклад отсчета в точность интерполяции зависит от его расстояния до точки, в которой сигнал интерполируют.

Действительно, если интерполяция производится в точке $t = n + \Delta t$, то

$$b_k = \frac{\sin \pi(n + \Delta t - k)}{\pi(n + \Delta t - k)} = \pm \frac{\sin \pi \Delta t}{\pi(n + \Delta t - k)}, \quad (4)$$

откуда однозначно вытекает, что максимальный вклад дают те отсчеты, номера k которых максимально близки к $n + \Delta t$. Для случая четного количества коэффициентов $N + 1$ это означает, что слева

и справа от точки интерполяции должно находиться по $\frac{N+1}{2}$ отсчетов, и формула (3) получает вид

$$\begin{aligned} s(n+\Delta t) &= \sum_{k=0}^N s\left(n+k-\frac{N+1}{2}\right) \times \\ &\times \frac{\sin\pi\left(\Delta t+k-\frac{N+1}{2}\right)}{\pi\left(\Delta t+k-\frac{N+1}{2}\right)} + \eta(n+\Delta t) = \\ &= \sum_{k=0}^N s\left(n+k-\frac{N+1}{2}\right) b_k + \eta(n+\Delta t), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\eta(n+\Delta t)$ — ошибка, вносимая усечением ряда.

Для случая нечетного количества коэффициентов это означает, что точка интерполяции должна находиться ближе всего к центральному отсчету с номером $\frac{N+1}{2}$, или, что то же самое, на расстоянии не более чем $\frac{1}{2}$ от отсчета $s\left(\frac{N+1}{2}\right)$:

$$\begin{aligned} s(n+\Delta t) &= \sum_{k=0}^N s\left(n+k-\frac{N}{2}-1\right) \times \\ &\times \frac{\sin\pi\left(\Delta t+k-\frac{N}{2}-1\right)}{\pi\left(\Delta t+k-\frac{N}{2}-1\right)} + \eta(n+\Delta t) = \\ &= \sum_{k=0}^N s\left(n+k-\frac{N}{2}-1\right) b_k + \eta(n+\Delta t). \end{aligned} \quad (6)$$

Необходимо учитывать, что, согласно начальному условию $\Delta\omega \ll \omega_d$, спектр сигнала $s(n+\Delta t)$ занимает сравнительно узкую по отношению к частоте дискретизации полосу. В зависимости от набора коэффициентов $\{b_k\}$ в эту полосу попадает больше или меньше энергии ошибки интерполяции $\eta(n+\Delta t)$. Выполним оптимизацию данных коэффициентов для минимизации ошибки интерполяции в полосе сигнала $s(t)$.

Рассмотрим критерий оптимизации. Пусть интерполированный сигнал подается на решающее устройство, в основу работы которого положен критерий максимального правдоподобия. Это означает, что данное устройство сравнивает все входящие сигналы с неким набором эталонов. Сравнение заключается в нахождении среднеквадратичного отклонения входного сигнала от эталонов. Тот эталон, который имеет наименьшее среднеквадратичное отклонение от сигнала на входе решающего устройства, считается переданным сигналом. Следовательно, минимизация ошибки интерполяции для описанного случая должна заключаться в том, чтобы среднеквадратичное отклонение интерполированного сигнала $\tilde{s}(n+\Delta t)$ от идеального сигнала $s(n+\Delta t)$ было минимальным:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum_{n=0}^N (s(n+\Delta t) - \tilde{s}(n+\Delta t))^2}{N}} \rightarrow \min. \quad (7)$$

Среднеквадратичное отклонение двух сигналов возможно вычислять как во временной области, так и в частотной, поэтому рассмотрим спектр сигнала $s(n+\Delta t)$. Согласно свойствам преобразования

Фурье, если сигналу $s(n)$ соответствует спектр $S(\omega)$, то смещенному на Δt сигналу $s(n+\Delta t)$ соответствует спектр $S(\omega)e^{-j\omega\Delta t}$.

Тогда рассматриваемая задача оптимизации сводится к нахождению $N+1$ коэффициентов КИХ фильтра b_k (согласно формуле (3) или (4)) с частотной характеристикой, максимально приближенной к форме $e^{-j\omega\Delta t}$ в полосе частот $[\omega_1, \omega_2]$, где ω_1 и ω_2 — начальная и конечная частоты в спектре интерполируемого сигнала.

Запишем разложение функции $e^{-j\omega\Delta t}$ в ряд

$$e^{-j\omega\Delta t} = b_0 + b_1 e^{j\omega} + b_2 e^{j2\omega} + \dots + b_N e^{jN\omega}. \quad (8)$$

Правая часть выражения (8) представляет собой интерполирующий многочлен вида

$$P_N(x) = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \dots + b_N x^N, \quad (9)$$

где $x = e^{j\omega}$.

Таким образом, задача сводится к поиску массива коэффициентов $b_0, b_1, b_2, \dots, b_N$ при помощи метода наименьших квадратов, чтобы обеспечить выполнение условия (7).

Принцип нахождения коэффициентов основывается на поиске минимума функции

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{n=1}^N (P_N(e^{j\omega_n}) - e^{j\omega_n t})^2 = \\ &= \sum_{n=1}^N \left(\sum_{m=0}^N b_m e^{jm\omega_n} - e^{j\omega_n t} \right)^2, \end{aligned} \quad (10)$$

где t — момент времени, для которого выполняется интерполяция; $\{\omega_n\}$ — набор точек на оси частот, лежащих на интервале $[\omega_1, \omega_2]$.

Известно, что функция имеет минимумы в точках, в которых все частные производные равны нулю: $\frac{dZ}{db_k} = 0, k = 0, 1, \dots, N$.

Запишем это в виде системы уравнений с учетом (10):

$$\begin{cases} \frac{dZ}{db_0} = 2 \sum_{n=1}^N \left(b_0 + b_1 e^{j\omega_n} + b_2 e^{j2\omega_n} + \dots + b_N e^{jN\omega_n} - e^{j\omega_n t} \right), \\ \frac{dZ}{db_1} = 2 \sum_{n=1}^N \left(b_0 + b_1 e^{j\omega_n} + b_2 e^{j2\omega_n} + \dots + b_N e^{jN\omega_n} - e^{j\omega_n t} \right) \cdot e^{j\omega_n}, \\ \dots \\ \frac{dZ}{db_N} = 2 \sum_{n=1}^N \left(b_0 + b_1 e^{j\omega_n} + b_2 e^{j2\omega_n} + \dots + b_N e^{jN\omega_n} - e^{j\omega_n t} \right) \cdot e^{jN\omega_n}. \end{cases} \quad (11)$$

В конечном виде выражение для нахождения коэффициентов имеет вид

$$\begin{cases} Nb_0 + b_1 \sum_{n=1}^N e^{j\omega_n} + b_2 \sum_{n=1}^N e^{j2\omega_n} + \dots + b_N \sum_{n=1}^N e^{jN\omega_n} = \sum_{n=1}^N e^{j\omega_n t}, \\ b_0 \sum_{n=1}^N e^{j\omega_n} + b_1 \sum_{n=1}^N e^{j2\omega_n} + \dots + b_N \sum_{n=1}^N e^{j(N+1)\omega_n} = \sum_{n=1}^N e^{j\omega_n} e^{j\omega_n t}, \\ \dots \\ b_0 \sum_{n=1}^N e^{jN\omega_n} + b_1 \sum_{n=1}^N e^{j(N+1)\omega_n} + \dots + b_N \sum_{n=1}^N e^{j2N\omega_n} = \sum_{n=1}^N e^{jN\omega_n} e^{j\omega_n t}. \end{cases} \quad (12)$$

Решение данной системы существует, и оно единственно. Рассчитанный таким способом фильтр с коэффициентами b_k наилучшим образом интерполирует исходную функцию в среднеквадратичном смысле.

Так как мы оперируем с узкополосными сигналами, то можно оптимизировать распределение величины ошибки не для всей полосы частот, а только для некоторого частотного интервала [5]. А именно, при организации связи на железнодорожном транспорте используются радиостанции, работающие на фиксированных частотах. Кроме того, для каждого вида связи между абонентами предусмотрен свой диапазон частот. Поэтому при передаче сообщений известен используемый диапазон частот. Покажем, что количество вычислений, которые необходимо выполнить при интерполяции, не зависят от центральной частоты этого интервала.

Действительно, если допустить, что при смещении центральной частоты частотного интервала количество необходимых для интерполяции арифметических операций меняется, то возможно при помощи элементарных действий сместить спектр интерполируемого сигнала в ту область, где требуется минимум таких операций, и после интерполяции вернуть спектр уже интерполированного сигнала обратно. Поэтому дальше будем рассматривать интерполяцию только в частотном интервале $[-\omega_f; \omega_f]$, где ω_f — верхняя частота полосы пропускания интерполирующего фильтра, то есть считать, что центральная частота частотного интервала находится в нуле.

Проведем моделирование предлагаемого алгоритма. Сформируем тестовый сигнал, состоящий из K -отсчетов. Спектр сигнала перенесем в область нижних частот так, чтобы его центральная частота находилась в нуле. После переноса сигнала на нулевую частоту произведем его интерполяцию согласно описанному алгоритму. Подразумевается, что в результате интерполяции мы получим набор значений этого сигнала между его отсчетами. Другими словами, получим сдвинутый сигнал относительно исходного. При этом величина сдвига интерполированного сигнала относительно исходного зависит и от порядка интерполирующего фильтра. Для интерполирующего фильтра порядка N величина сдвига равна

$$t = \Delta t + \frac{N-1}{2}, \quad (13)$$

где $\Delta t \in [0, 1]$.

Вычислив значения сигнала, в нужные моменты времени при необходимости сигнал возвращают на несущую частоту. Полученные результаты моделирования демонстрируют распределение погрешности интерполяции в зависимости от заданных параметров алгоритма интерполяции.

На рис. 1 представлены кривые распределения среднеквадратичной ошибки интерполяции для фильтров разных порядков при полосе пропускания фильтра, равной 10 % от частоты дискретизации, в зависимости от величины сдвига t . Верхняя кривая соответствует фильтру первого порядка, следующие кривые соответствуют фильтрам второго — девятого порядков, нижняя — фильтру десятого порядка. При этом наглядно продемонстрировано, как величина среднеквадратичной ошибки интерполяции зависит от количества коэффици-

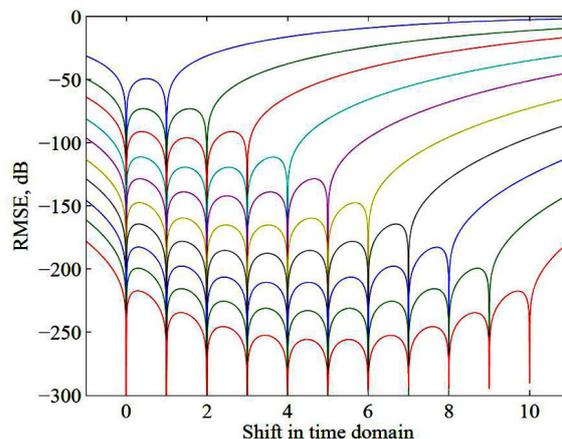


Рис. 1. Распределение среднеквадратичной ошибки интерполяции для фильтров разных порядков от 1 до 10 в зависимости от величины временного сдвига t

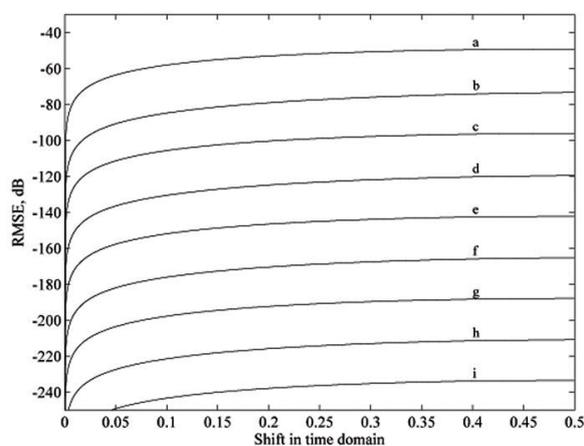


Рис. 2. Среднеквадратичная ошибка интерполяции для полосы пропускания фильтра, равной 10 % от частоты дискретизации, где порядок фильтра для каждой кривой составляет: а — 1; б — 2; в — 3; д — 4; е — 5; ф — 6; г — 7; г — 8; и — 9; j — 10

ентов N . Так, например, величина среднеквадратичной ошибки для фильтра первого порядка при $t = 0,5$ составляет порядка -50 дБ, а для фильтра пятого порядка при $t = 2,5$ — около -95 дБ.

Чем больше порядок фильтра и, соответственно, количество коэффициентов, тем большее число отсчетов сигнала используется и улучшается качество интерполяции в целом. Однако вместе с тем увеличивается и количество операций, требуемых для вычисления значения в произвольной точке.

Так как целью данного исследования является предложение универсального быстродействующего алгоритма для наилучшего приближения исходной функции, рассматриваются фильтры с длиной импульсной характеристики не более десяти.

Верхняя кривая на графике показывает симметричное относительно середины расстояния между известными отсчетами распределение среднеквадратичной ошибки интерполяции для фильтра первого порядка (с длиной импульсной характеристики, равной двум). При этом своего локального максимума она достигает при $\Delta t = 0,5$.

Все кривые распределения среднеквадратичной ошибки для фильтров порядка N имеют подобную особенность, а именно симметричны относительно

$$t = \frac{N}{2}.$$

Кривые, характеризующие распределение среднеквадратичной ошибки для фильтров нечетного порядка N , имеют особенность. Они симметричны относительно точки $\frac{N}{2}$, находящейся посередине между известными отсчетами. Однако следует учитывать, что распределение среднеквадратичной ошибки на интервалах $[0; 0,5]$ и $[0,5; 1]$ не идентично. Поэтому, анализируя полученные зависимости, предложено при интерполяции использовать величину сдвига Δt в интервале $[-0,5; 0,5]$. Это позволяет обеспечить минимально возможное среднеквадратичное отклонение интерполированного сигнала от эталонного.

Зависимости среднеквадратичной ошибки интерполяции сигнала с шириной спектра, составляющей 10 % от частоты дискретизации для фильтров разных порядков, показаны на рис. 2.

Теперь рассмотрим влияние выбора ширины полосы пропускания фильтра на величину ошибки интерполяции. Изображенные на рис. 3 кривые показывают соответственно распределение среднеквадратичной ошибки интерполяции для фильтра третьего порядка в зависимости от ширины полосы пропускания фильтра.

Рассмотрим фильтр с полосой пропускания, равной r % от частоты дискретизации сигнала. При выборе меньших значений r полоса частот, в которой необходимо обеспечить качественную интерполяцию, будет более узкой. Следовательно, при малом порядке N многочлена (9) можно обеспечить удовлетворительный уровень ошибки. Таким образом, чем уже полоса принятого сигнала, тем меньше значение ошибки интерполяции.

Это заключение подтверждают результаты моделирования, представленные на рис. 3. Так, если полоса сигнала составляет 1 % от частоты дискретизации, то среднеквадратичная ошибка интерполяции составляет -220 дБ. Для случая 20 % от частоты дискретизации среднеквадратичная ошибка составляет -90 дБ.

Таким образом, можно подобрать оптимальное соотношение порядка интерполирующего фильтра, в зависимости от ширины спектра интерполируемого сигнала, для заданной величины погрешности.

В статье рассмотрена интерполяция сигналов с шириной полосы частот значительно уже частоты дискретизации. При этом ошибка интерполяции имеет минимальное среднеквадратичное отклонение интерполированного сигнала от идеального для различных соотношений полосы сигнала и частоты дискретизации. Учитывая применяемое оборудование на предприятиях железнодорожного транспорта и специфику организации работы отрасли, рационально менять не дорогостоящие блоки и комплектующие, а алгоритмы обработки принимаемых сигналов. Так, затраты на адаптацию существующей сети не будут дорогостоящими, но выигрыш в качестве обработки будет значительным. Приведены результаты моделирования среднеквадратичной погрешности интерполяции, выполнен сравнительный анализ полученных зависимостей при различных порядках фильтров и величин сдвига. Показано, что вычислительная сложность пред-

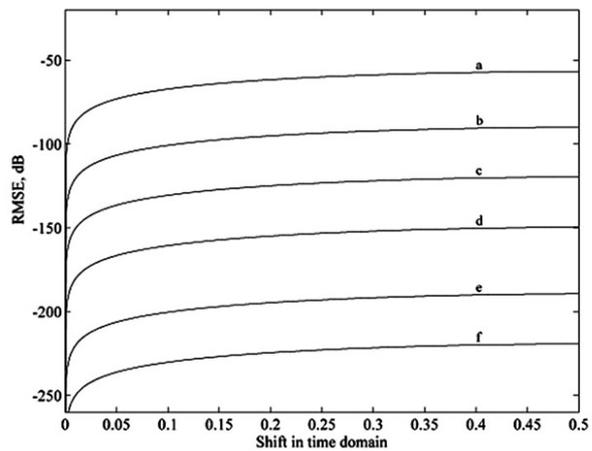


Рис. 3. Среднеквадратичная ошибка интерполяции для фильтра третьего порядка, где полоса пропускания фильтра составляет от частоты дискретизации: a — 45 %; b — 20 %; c — 10 %; d — 5 %; e — 2 %; f — 1 %

лагаемого алгоритма, в случае если длина импульсной характеристики фильтров не превышает 10, не отличается от уже применяемых алгоритмов обработки сигналов; однако при восстановлении принятого сообщения точность достигает 90 дБ в относительно широком диапазоне (20 % от частоты дискретизации).

Библиографический список

1. Грицутенко, С. С. Компенсация эффекта Доплера в OFDM-сигнале / С. С. Грицутенко, А. С. Сидоренко // Известия Транссиба. — 2012. — № 3. — С. 100–105.
2. Грицутенко, С. С. Адекватность использования аналогов в цифровой обработке сигналов / С. С. Грицутенко // Известия Транссиба. — 2010. — № 2 (2). — С. 80–86.
3. Галкин, В. А. Цифровая мобильная радиосвязь / В. А. Галкин. — М.: Горячая линия — Телеком, 2007. — 432 с.
4. Biberdorf, E. A new principle of dynamic range expansion by analog-to-digital converting / E. Biberdorf, S. Gritsutenko, K. Firсанov. — Proceedings of IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'09) / Kharkov National University of Radioelectronics / Moscow, Russia, September 18–21, 2009, pp. 193–195.
5. Ширман, Я. Д. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех / Я. Д. Ширман, В. Н. Манжос. — М.: Радио и связь, 1981. — 416 с.

КОРОЛЁВА Ксения Андреевна, аспирантка кафедры инфокоммуникационных систем и информационной безопасности Омского государственного университета путей сообщения (ОмГУПС); научный сотрудник Омского научно-исследовательского института приборостроения.

Адрес для переписки: jokie-ksu@mail.ru

ГРИЦУТЕНКО Станислав Семенович, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры инфокоммуникационных систем и информационной безопасности, руководитель отдела «Нанотехнологии» ОмГУПС.

Адрес для переписки: st256@mail.ru

Статья поступила в редакцию 26.01.2016 г.

© К. А. Королёва, С. С. Грицутенко

УЗЛЫ В СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЯХ: МЕРЫ ЦЕНТРАЛЬНОСТИ И РОЛЬ В СЕТЕВЫХ ПРОЦЕССАХ

В статье изучается гомогенная подсеть социальной сети «ВКонтакте». В качестве критерия для выделения подсети выступает условие, что узел сети (пользователь) указал в качестве места учебы ОмГТУ. Рассматриваются следующие меры важности узлов: число соседних узлов, влияние на соседние узлы, близость до других узлов, мера посредничества между другими узлами. Находятся наиболее важные узлы в исследуемой сети. Анализируется, как каждая из рассмотренных мер важности соотносится со следующими известными моделями сетевых процессов: «Простой комплемент» и «Координационная игра».

Ключевые слова: координационная игра, оптимальная стратегия, мера важности узлов, социальные сети.

Введение. Сеть «ВКонтакте» — это крупнейшая и самая популярная социальная сеть среди русскоговорящих пользователей Интернета, занимающая четвертое место по распространенности в мире. Только в России сеть «ВКонтакте» содержит порядка ста миллионов пользователей. В данной работе рассматривается гомогенная подсеть социальной сети «ВКонтакте», в качестве критерия для выделения которой выступает условие, что пользователь сети указал в качестве места учебы ОмГТУ. Это условие позволило выделить сеть, состоящую из 9975 узлов и 35 601 связи. В ее максимальном связном компоненте содержится 9927 узлов и 35 596 связей. Полученная сеть содержит не все реальные узлы, отвечающие критерию включения в нее, что связано с ограничениями доступа по открытому протоколу [1].

Целью данной работы является определение наиболее авторитетных и влиятельных участников выделенной сети, нахождение проводников информации — пользователей, играющих наиболее важную роль в распространении информации внутри сети и обеспечивающих связь между ее кластерами. Также в работе рассмотрена задача определения множества узлов, которые важны с позиций исследования социальных процессов. Подробно рассматриваются модели «Простой комплемент» и «Координационная игра». В обоих случаях проверяется гипотеза, что важность узла влияет на вероятность узла принадлежать оптимальной стратегии [2].

Оценка важности отдельных узлов. Оценим важность узлов по следующим мерам.

1. Степень связности (degree centrality) — исторически первая и концептуально простая мера C_D важности узлов в сети. Эта мера определяется как количество связей $\deg(v)$, инцидентных данному узлу v :

$$C_D(v) = \deg(v). \quad (1)$$

Степень связности узлов социальной сети можно интерпретировать как меру активности узлов в создании связей.

2. Степень близости к другим узлам (closeness centrality) $C_C(v)$ — обратная величина суммы кратчайших путей $d(v, w_i)$ от узла v до других узлов w_i :

$$C_C(v) = 1 / \sum_{i=1}^{|V|} d(v, w_i), \quad (2)$$

где $|V|$ — число всех узлов сети.

Таким образом, чем более важным является узел по данной мере, тем меньше сумма кратчайших путей от него до других узлов.

3. Степень посредничества (betweenness centrality) — характеристика узла, показывающая, насколько часто данный узел лежит на кратчайших путях между другими узлами.

Степень посредничества $C_B(v)$ вычисляется как

$$C_B(v) = \sum_{s \neq v, t \neq v} \frac{\sigma_{st}(v)}{\sigma_{st}}, \quad (3)$$

где σ_{st} — количество кратчайших путей из узла s в узел t , а $\sigma_{st}(v)$ — количество этих путей, проходящих через узел v . Узел с высокой степенью посредничества будет хорошо информирован при передаче информации, при условии что передача будет проходить по кратчайшим путям.

4. Влиятельность (eigenvector centrality) — рекурсивная мера $C_E(v)$ важности узла, основанной на важности соседних узлов. Чем более влиятельны узлы, с которыми связан узел, тем больше влиятельность самого узла:

$$C_E(v) = \frac{1}{\lambda} \sum_{t \in M(v)} C_E(t) = \frac{1}{\lambda} \sum_{t \in G} A_{v,t} \cdot C_E(t), \quad (4)$$

где $M(v)$ — множество соседних узлу v узлов; λ — константа; $A_{v,t}$ — элемент матрицы смежности (задается на основе связности узлов сети). Значения $C_E(v)$ можно получить, решив уравнение $Ax = \lambda x$, где A — матрица смежности, λ и x — соответственно собственное значение и собственный вектор матрицы A .

Важность узлов в исследуемой подсети социальной сети «ВКонтакте»

Используемая мера важности узлов	Идентификаторы наиболее важных узлов		
	1-е место	2-е место	3-е место
Степень связности	287884673	162842662	266096734
Влиятельность	287884673	17224630	5839120
Степень близости к другим узлам	287884673	5839120	17224630
Степень посредничества	287884673	162842662	5839120



Рис. 1. Наиболее важные узлы по степени связности в сети пользователей «ВКонтакте», указавших в качестве места учебы ОмГТУ

Значения элементов собственного вектора задают влияние соответствующих узлов.

Результаты анализа узлов исследуемой сети с учетом мер их важности (1)–(4) приведены в табл. 1.

На рис. 1 представлена краткая информация о наиболее важных узлах в исследуемой гомогенной сети по степени связности.

Результаты анализа показывают: чем более активными в исследуемой сети являются узлы (т.е. чем выше у них степень связности), тем больше их важность с точки зрения влияния, степени близости к другим узлам и степени посредничества. При этом наиболее активными являются узлы, оказывающие информационные и консультационные услуги.

Исследование сетевых процессов. Рассмотрим, как важность отдельных узлов влияет на процессы в сетях. В ряде случаев эта зависимость очевидна. Так, например, в эпидемиологических моделях вероятность, что узел будет «инфицирован» вирусом от заразных узлов, напрямую зависит от числа связей с другими узлами. Мы рассмотрим две теоретико-множественные игры, одна из которых имеет единственную оптимальную стратегию, другая — множество таких стратегий. Первая модель получила название «Простой комплемент» [2], вторая модель в теории агентного моделирования и теории игр называется «Координационная игра». Рассматриваемые модели основываются на следующем описании. Пусть любой узел может находиться в одном из двух состояний: либо 0, либо 1. Причем узлы, в зависимости от своего состояния и состояния соседей, могут получать некоторую выгоду. Выгода u_i , получаемая узлом i , зависит от числа m_i соседних узлов, находящихся в состоянии 1, и общего числа d_i соседних узлов (степени связности узла i).

Модель «Простой комплемент». Модель «Простой комплемент» заключается в том, что узел

```

Input:  $G(V,E)$  – сеть, содержащая множество узлов  $V$ , и множество связей  $E$ ,  $k$  – параметр модели
Output:  $S$  – множество узлов в состоянии 1, принадлежащих оптимальной стратегии
1.  $S \leftarrow V$ 
2.  $b \leftarrow \text{false}$ 
3. while ( $b = \text{false}$ )
   3.1  $b \leftarrow \text{true}$ 
   3.2. for  $j=1:|V|$  do
   3.3.  $dn_j \leftarrow \text{neighbor of } v_j \text{ in state of 1}$ 
   3.4. if ( $dn_j < k$ )
       3.4.1.  $S = S \setminus \{v_j\}$ 
       3.4.2. change  $v_j$  state from 1 to 0
       3.4.3.  $b \leftarrow \text{false}$ 
   endIf
   endfor
endwhile
4. return  $S$ 

```

Рис. 2. Алгоритм поиска оптимальной стратегии для модели «Простой комплемент»

будет предпочитать находиться в состоянии 1 (предложение принято), если, как минимум, k соседей находятся в этом состоянии. При этом в состоянии 0 (предложение отклонено) выгода, которую получает узел, равна нулю вне зависимости от состояний соседей: $u_i(0, m_i) = 0$. В состоянии 1 выгода узла рассчитывается как $u_i(1, m_i) = -k + m_i$, где m_i — число соседей в состоянии m_i .

Ставится задача определить множество узлов, которые должны находиться в состоянии 1, чтобы была получена максимальная суммарная выгода (оптимальная стратегия по общей выгоде). Алгоритм для решения этой задачи представлен на рис. 2.

Логика решения следующая. Чем большее число узлов находится в состоянии 1, тем больше общая выгода. Поэтому в первом приближении к множеству S узлов в состоянии 1 отнесем все множество узлов. Однако по условию этой задачи не всем

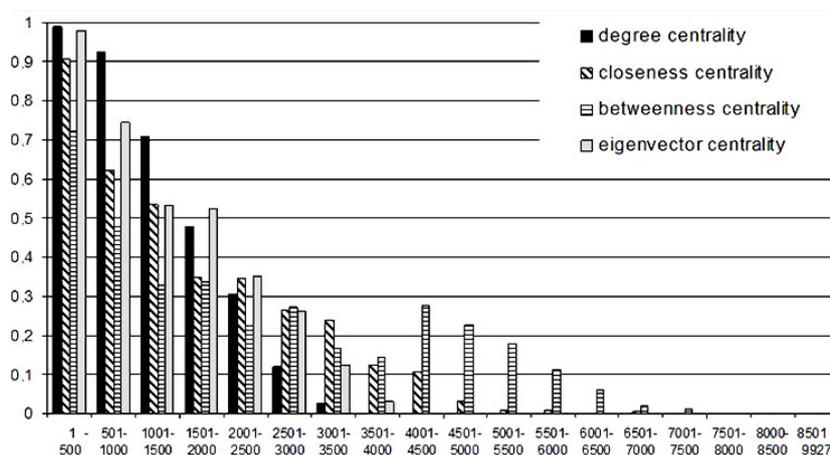


Рис. 3. Вероятности попадания узлов в оптимальную стратегию по мере уменьшения важности узлов для модели «Простой комплемент»

```

Input:  $G(V,E)$ 
Output:  $S$  – множество узлов, обеспечивающих максимальный эффект распространения
1.  $S \leftarrow \emptyset$ 
2. while ( $|S| < |V|$ ) do
   SELECT  $v \arg \max_{v \in V \setminus S} (\zeta(S \cup \{v\}) - \zeta(S))$ 
3. return  $S$ 

```

Рис. 4. На каждом шаге алгоритма имитируется процесс распространения влияния — функция ζ ; в качестве очередного узла для множества S выбирается узел v , который вносит наибольший вклад $\zeta(S \cup \{v\}) - \zeta(S)$ в распространение заданного состояния

узлам выгодно находиться в состоянии 1: часть узлов имеет степень связности меньше, чем k (соответственно и меньше, чем k соседей в состоянии 1), — пребывать в состоянии 1 таким узлам не выгодно. Удалим эти узлы из множества S и поменяем их состояние на 0. После этого часть узлов, которые имели не меньше чем k соседей в состоянии 1, могут уже иметь меньше, чем k . Их тоже нужно удалить из S , а состояния им поменять на 0. Причем необходимо так поступать со всеми узлами в состоянии 1 и имеющими меньше чем k соседей, пока такие узлы существуют.

Рассмотрим зависимость вероятности узлов войти в оптимальную стратегию от важности узлов. Так, при параметре модели $k = 4$ безусловная вероятность того, что узел исследуемой нами сети войдет в оптимальную стратегию, равна 0,1790 (в оптимальную стратегию вошло 1777 узлов из 9927). Зависимость вероятности попадания узлов в оптимальную стратегию от их важности представлена на гистограмме (рис. 3). Множество узлов разбиты на подмножества по 500 узлов, упорядоченные по убыванию соответствующей меры важности узлов, так, что минимальная важность узла из подмножества, расположенного левее по оси абсцисс, не меньше максимальной важности узла из подмножества, расположенного правее. По оси ординат задается вероятность, что узлы из соответствующего подмножества войдут в оптимальную стратегию. Как можно видеть по рис. 3, чем больше степень связности узлов (равно как и прочая мера важности), тем больше вероятность войти в оптимальную стратегию. Причем этот результат можно назвать прогнозируемым исходя из алгоритма нахождения оптимальной стратегии, поскольку узлы

с минимальной связностью исключаются из оптимальной стратегии в первую очередь.

Заметим, что для случайных графов Барабаши — Альберт и других графов предпочтительного связывания с учетом подхода, предложенного в [3] и разработанного в [4–6], могут быть получены аналитические решения для вероятности узлов с заданной мерой важности по числу соседних узлов попасть в оптимальную стратегию.

Представленная модель может быть полезна при исследовании таких процессов, как:

- распространение новых технологий (использование программы для сетевого общения имеет смысл, если хотя бы несколько друзей ею пользуются);

- распространение курения среди подростков (чем больше друзей у подростка курят, тем большее влияние они на него оказывают);

- употребление допинга (без употребления допинга спортсмены не могут показывать результаты, сопоставимые с результатами, которые показывают спортсмены, употребляющие допинг, тем самым все спортсмены вынуждены употреблять допинг).

«Координационная игра». Рассмотрим модель сетевого процесса «Координационная игра». Узел в этой модели предпочитает находиться в состоянии 1, если более половины соседей находятся в состоянии 1. Функция выгоды для узла в состоянии 1 $u_i(1, m_i, d_i) = 1$ при $m_i/d_i > 0,5$, где m_i — число соседей в состоянии 1; d_i — степень связности узла и $u_i(1, m_i, d_i) = 0$ иначе. Для узлов в состоянии 0, напротив, $u_i(0, m_i, d_i) = 1$ при $m_i/d_i \leq 0,5$ и $u_i(0, m_i, d_i) = 0$ иначе.

Нахождение подмножества узлов, которые обещают максимальный эффект в модели «Координа-

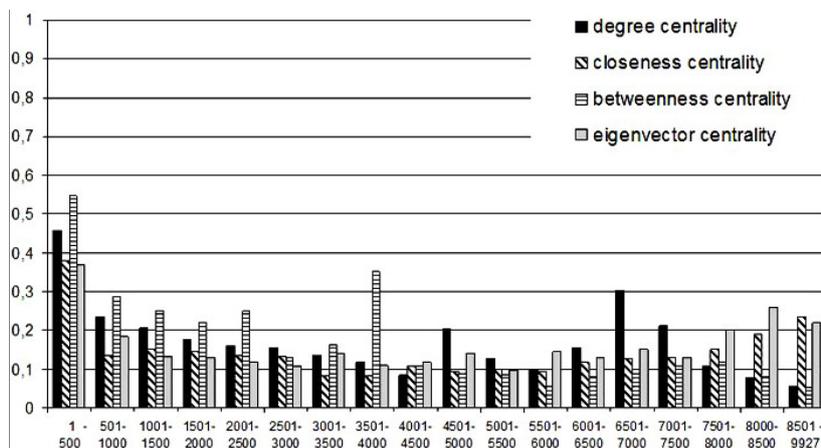


Рис. 5. Вероятности попадания узлов в оптимальную стратегию уменьшаются по мере уменьшения важности узлов для модели «Координационная игра»

ционная игра», является тривиальной задачей: все узлы должны находиться либо в состоянии 0, либо в состоянии 1. Более же интересна следующая задача: определить минимальное подмножество узлов в состоянии 1, чтобы все узлы приняли это состояние. Такая модель может быть полезна при исследовании процесса конкурентной борьбы двух равносильных мобильных операторов. Пользователь выбирает того оператора, которого выбрала большая часть его знакомых. Тогда исследуемую задачу можно интерпретировать как нахождение такого минимального множества пользователей, оказывая влияние на которых можно полностью захватить рынок мобильных операторов.

Данная модель имеет название каскадной, поскольку ищутся конфигурации узлов, когда при небольшом подмножестве узлов, находящихся в состоянии 1, их соседние узлы изменяют свое состояние с 0 на 1. В свою очередь, это изменение сказывается на изменении состояний других узлов, пока все узлы сети не принимают состояние 1. Суть задачи: найти минимальное подмножество узлов в состоянии 1 — таких, что все другие узлы также примут состояние 1 (назовем это подмножество узлов стратегическим множеством). Применяя для решения этой задачи алгоритм, представленный на рис. 4, будем использовать имитационное моделирование для оценки распространения состояний. Представленный алгоритм не дает точного решения задачи (задача NP-сложная), но предлагает неплохое приближенное ее решение.

Зависимость вероятности попадания узлов в стратегическое множество от их важности представлена на гистограмме (рис. 5). Как и на рис. 3, все узлы разбиты на подмножества по 500 узлов, упорядоченные по убыванию соответствующей меры важности узлов, так, что минимальная важность узла из подмножества, расположенного левее по оси абсцисс, не меньше максимальной важности узла из подмножества, расположенного правее. По оси ординат задается вероятность того, что узлы из соответствующего подмножества войдут в стратегическое множество.

Для исследуемой сети вероятность того, что узел войдет в стратегическое множество, равна 0,1558 (в стратегическое множество вошло 1547 узлов из 9927). Как можно видеть по рис. 5, зависимость вероятности узла войти в стратегическое множе-

ство от важности этого узла особенно выражена для самых важных узлов. Так, из 30 самых связанных узлов все 30 входят в стратегическое множество. На рис. 5 можно видеть, что при использовании любой рассмотренной меры важности вероятность войти в стратегическое множество больше именно у узлов подмножества, состоящего из самых важных 500 узлов.

Заключение. С начала XXI века, в связи с широким использованием Интернета и популяризацией социальных сетей, а также в связи с увеличением возможностей обработки больших объемов данных возникла и быстро развивается наука, получившая название Network Science. Эта наука изучает, помимо прочего, модели социального влияния и противоборства в сетях (актуальность этих исследований можно оценить по результатам так называемой «арабской весны» и роли, которую при этом сыграли социальные сети). Также эта наука изучает модели распространения социально значимых явлений (включая суицидальные настроения, вредные привычки) и экономические модели конкурентного противоборства в современной сетевой экономике. Предметом данной работы, относящейся к области исследований Network Science, является анализ гомогенной подсети социальной сети. Для получения такой подсети из социальной сети выделяются и исследуются только узлы определенного класса, а также связи между этими узлами. В данной работе рассмотрена гомогенная подсеть социальной сети «ВКонтакте». В качестве критерия для получения подсети выступает условие, что пользователь сети указал место учебы ОмГТУ.

В результате анализа данной подсети найдены самые важные узлы на основе различных мер важности. Самым важным узлом (по всем используемым мерам важности) оказался узел, предоставляющий информационные услуги другим участникам сети: в сообщениях пользователя социальной сети, моделируемого этим узлом, дублируется официальная информация с сайта ОмГТУ. Среди других важных пользователей обнаружены пользователи, оказывающие студентам помощь в учебе, а также ряд фотографов. Это объясняется активностью этих пользователей в данном сегменте социальной сети, что выражается в приобретении большого числа друзей и тем самым в увеличении своей важности. Для оценки важности использовались следующие

меры: число соседних узлов, влияние на соседние узлы, близость до других узлов, мера посредничества между другими узлами.

Кроме того, в работе изучается роль наиболее важных (с позиций используемых мер важности) узлов в моделях сетевых процессов «Простой компонент» и «Координационная игра». Выявлено, что эти узлы играют ключевую роль и в рассмотренных сетевых процессах. Этот результат может быть использован при планировании информационных кампаний продвижения приложений для социальной сети «ВКонтакте» в данном сегменте сети.

Библиографический список

1. Ниткин, Д. А. Исследование социальной сети «ВКонтакте» / Д. А. Ниткин, Е. Б. Юдин // Информационные технологии и автоматизация управления : материалы VI Всерос. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов, работников образования и промышленности, Омск, 27–30 апреля 2015 г. – Омск. – 2015. – С. 144–150.
2. Jackson, Matthew O. (2010). *Social and Economic Networks*. Princeton University Press. p. 520. ISBN 978-0691148205.

3. Задорожный, В. Н. Точная теория графа Барабаши-Альберт / В. Н. Задорожный, Е. Б. Юдин // Омский научный вестник. Сер. Приборы, машины и технологии. – 2009. – № 3 (83). – С. 13–18.

4. Zadorozhnyi V. N., Yudin E. B. Growing network: models following nonlinear preferential attachment rule, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 428, pp. 111–132, 2015 DOI: 10.1016/j.physa.2015.01.052.

5. Zadorozhnyi V., Yudin E. Growing Network: Nonlinear Extension of the Barabasi-Albert Model // *Communications in Computer and Information Science*, 2014. Т. 487. С. 432–439.

6. Zadorozhnyi V., Yudin E. Structural Identification of Large Statistically Distributed Vertex Degree // *Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics)*, 2014, December, 2014, pp 1–4. DOI: 10.1109 / Dynamics. – 2014.7005703.

ЮДИНА Мария Николаевна, аспирантка кафедры автоматизированных систем обработки информации и управления.

Адрес для переписки: mg-and-all@mail.ru

Статья поступила в редакцию 18.04.2016 г.

© М. Н. Юдина

Книжная полка

Окулов, С. Алгоритмы обработки строк / С. Окулов. – М. : Бинوم. Лаборатория знаний, 2015. – 256 с. – ISBN 978-5-9963-0162-1.

На материале задачи поиска подстроки в строке, решению которой посвящены работы многих профессионалов за последние 20–30 лет, показано, как построить занятия по информатике, чтобы побудить школьника к творчеству, развить у него вкус к решению исследовательских проблем. Для школьников, преподавателей информатики, а также для студентов, выбравших информатику в качестве основной специальности. Книга может быть использована как в обычных школах при проведении факультативных занятий, так и в образовательных учреждениях с углубленным изучением информатики и математики.

Прата, С. Язык программирования C++. Лекции и упражнения / С. Прата ; пер. Ю. Корниенко, А. Моргунова. – 6-е изд. – М. : Вильямс, 2015. – 1248 с. – ISBN 978-5-8459-2048-5, 978-5-8459-1778-2.

Книга представляет собой тщательно проверенный, качественно составленный полноценный учебник по одной из ключевых тем для программистов и разработчиков. Эта классическая работа по вычислительной технике обучает принципам программирования, среди которых структурированный код и исходное проектирование, а также использованию классов, наследования, шаблонов, исключений, лямбда-выражений, интеллектуальных указателей и семантики переноса. Автор и преподаватель Стивен Прата создал поучительное, ясное и строгое введение в C++. Фундаментальные концепции программирования излагаются вместе с подробными сведениями о языке C++. Множество коротких практических примеров иллюстрируют одну или две концепции за раз, стимулируя читателей осваивать новые темы за счет непосредственной их проверки на практике. Вопросы для самоконтроля и упражнения по программированию, предлагаемые в конце каждой главы, помогут читателям сосредоточиться на самой критически важной информации и систематизировать наиболее сложные концепции. Написанное в дружественном стиле, простое в освоении руководство для самостоятельного изучения подойдет как студентам, обучающимся программированию, так и разработчикам, имеющим дело с другими языками и стремящимся лучше понять фундаментальные основы этого ключевого языка программирования. Шестое издание этой книги обновлено и расширено с учетом последних тенденций в разработке на C++, а также с целью детального отражения нового стандарта C++ 11.

Лафоре, Р. Объектно-ориентированное программирование в C++ / Р. Лафоре ; пер. А. Кузнецова, М. Назарова, В. Шраги. – 4-е изд. – СПб. : Питер, 2015. – 928 с. – ISBN 978-5-4237-0038-6, 0-672-32308-7.

Благодаря этой книге тысячи пользователей овладели технологией объектно-ориентированного программирования в C++. В ней есть все: основные принципы языка, готовые полномасштабные приложения, небольшие примеры, поясняющие теорию, и множество полезных иллюстраций. Книга пользуется стабильным успехом в учебных заведениях благодаря тому, что содержит более 100 упражнений, позволяющих проверить знания по всем темам. Читатель может вообще не иметь подготовки в области языка C++. Необходимо лишь знание начальных основ программирования.