УДК 621.01
DOI: 10.25206/1813-8225-2018-161-5-7

П. Д. БАЛАКИН

Омский государственный
технический университет,
г. Омск

ОПРЕДЕЛЕННОСТЬ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С НЕГОЛОНОМНЫМИ СВЯЗЯМИ

Показано, что механические системы с самоорганизующим поведением могут быть созданы с применением в них многоподвижных неголономных связей. Для разрешимости математических моделей движения систем с неголономными связями предлагается раздельное моделирование движения по ним.

Ключевые слова: многоподвижные неголономные связи, встроенные цепи управления кинематической системы.

Введение. Для создания фрикционных вариаторов, способных плавно регулировать компоненты трансформируемой мощности без разрыва силового потока, необходимо использовать как минимум двухподвижную связь основных звеньев, кинематические размеры которых предстоит изменять для удовлетворения критериев, достигаемых регулированием.

Одним из таких критериев может быть стационарная работа энергетической установки (двигателя) машины в условиях переменного внешнего нагружения. Так, например, при возрастании сил полезного сопротивления вариатор должен адаптировать машину и быть способным адекватно увеличить передаточную функцию скорости механической системы машины. Этим приемом удается сохранить стационарный, энергетически выгодный режим работы двигателя, а машина окажется способной к генерации необходимого уровня силового потока движущих сил, тем самым на звене приведения создаются энергетический баланс и условия установившегося режима движения машины.

Если такая эволюция механической системы происходит без электронных средств, исключительно на основе законов механики и без участия оператора, а только с помощью механической встроенной цепи управления, то такие системы называют автовариаторами [1, 2].

Подобные механические системы имеют перспективу. В настоящее время вариаторный привод вполне конкурентен в трансмиссиях транспортных машин, им оснащают мотороллеры, снегоходы, легковые автомобили. В технологических машинах вариаторы реализованы в станках для торцевого и конусного точения, в приводах намоточных машин, в приводах зерноуборочных комбайнов и др.

Автоуправление передаточной функцией скорости механической системы в этих условиях может быть осуществлено только дополнительным к основному движением звеньев, что потребует введения в строение привода особой связи, способной реализовать основное и управляющее движение, такая связь, в общем случае, будет неголономной.

Вопросы теории неголономных связей [3–6] и особенно их приложений в технических решениях приводов машин являются актуальными, их решение представляет научную новизну и практическую значимость.

Постановка задачи. Поставим и решим задачу научного обоснования технических решений механических приводов с обозначенными адаптивными свойствами, определенность преобразования движения в которых обусловливается возможным преобразованием неголономных связей в голономные, путем сохранения в системе одной обобщенной координаты, а дополнительное движение от встроенной цепи управления, получающей энергетику от основного силового потока внешнего нагружения и его переменных параметров, моделировать отдельно.

Теория. Обратимся к рис. 1, на котором изображена пятиподвижная неголономная связь. Система координат с началом в точке O. Положение шара на плоскости определяется пятью координатами:

2 — линейные координаты точки C и 3 — угловые, а уравнение связи только одно $\dot{z}_c = 0$. Углы прецессии, нутации, собственного вращения на рис. 1 обозначены $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$, а скорость перемещения контактной точки K, изначально совпадающей с точкой O, будет такой:

$$V_K = V_C + \Omega R, \tag{1}$$

где Ω — вектор мгновенной скорости вращения шара, проекции Ω на оси координат получим с использованием углов Эйлера [7, 8]:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \dot{\varphi}_z \sin\varphi_x \sin\varphi_y + \dot{\varphi}_y \cos\varphi_x, \\ \omega_y &= -\dot{\varphi}_z \cos\varphi_x \sin\varphi_y + \dot{\varphi}_y \sin\varphi_x, \\ \omega_z &= \dot{\varphi}_z \cos\varphi_y + \dot{\varphi}_x. \end{aligned} \tag{2}$$

Все уравнения (2) не интегрируются, поскольку в них по три переменных, которые не разделяются, тем самым положение шара на абсолютно шероховатой плоскости не может быть определено.

Если контакт шара представить по абсолютно гладкой плоскости (чистое скольжение без вращения), то уравнения связи преобразуются к виду:

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= V_c^x, \\ \dot{y}_c &= V_c^y, \\ \dot{z}_c &= 0. \end{aligned} \tag{3}$$

Интегрируя, получим значения координат:

$$\begin{aligned} x_c &= V_c^x t, \\ y_c &= V_c^y t, \\ z_c &= R. \end{aligned} \tag{4}$$

Рассмотренный пример пятиподвижной неголономной связи не имеет перспектив к технической реализации и приведен лишь для доказательства неопределенности относительно движения в системе с неголономной связью при пяти обобщенных координатах.

Гораздо ближе к реализации в автовариаторном приводе машин двухподвижная неголономная связь, приведенная на рис. 2.

Колесо, не имеющее осевого размера, катится по шероховатой плоскости XOY, ось колеса параллельна этой плоскости, направление качения определяется углом υ.

Наличие постоянного контакта колеса с плоскостью означает отсутствие перемещения колеса в направлении оси OZ, т.е. дифференциальное уравнение такой геометрической связи имеет вид

$$\dot{z}_c = 0, \tag{5}$$

откуда $z_c = C_1$ и по начальным условиям $C_1 = R$ и $z_c = R$.

Система (рис. 2) после реализации связи по координате z имеет четыре обобщенные координаты: x_c, y_c, φ, υ, а дифференциальных уравнений связи скорости точки C всего два:

$$\begin{aligned} \dot{z}_c &= R\dot{\varphi}\cos\upsilon, \\ \dot{y}_c &= R\dot{\varphi}\sin\upsilon. \end{aligned} \tag{6}$$

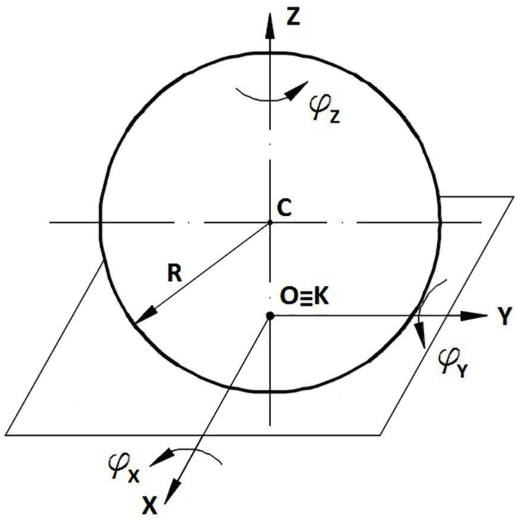

Рис. 1. Пример неголономной связи общего вида

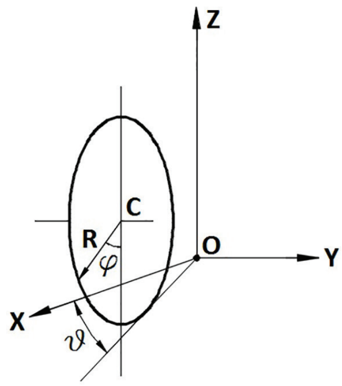

Рис. 2. Двухподвижная неголономная связь

Уравнение (6) можно записать и в дифференциалах:

$$\begin{aligned} dx - Rd\varphi\cos\upsilon = 0, \\ dy - Rd\varphi\sin\upsilon = 0, \end{aligned} \quad \text{или} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} dx &= Rd\varphi\cos\upsilon, \\ dy &= Rd\varphi\sin\upsilon. \end{aligned} \tag{8}$$

В каждом из уравнений группируются по три переменных, т.е. в каждом из них одна переменная является «лишней», она не позволяет разделить переменные и проинтегрировать любое из уравнений (8).

В этих условиях зависимость x от φ или y от φ может быть установлена только при фиксированном υ или наличием дополнительного условия связи υ со временем или с x (с y), или с φ. Но если υ изменяется независимо, то уравнения (8) не интегрируются в принципе.

Задача о движении в системе по рис. 2 будет еще более сложной при снятии условия параллельности оси колеса плоскости XOY или при наличии скругления острого края колеса или при переменном значении R.

Определенность движения в системе (рис. 2) можно получить, если обобщенная координата φ будет отнесена только для моделирования кинематики основного движения в автовариаторе, а координата υ будет зависеть только от уровня трансформируемого силового потока и реализована встроенной внутренней механической цепью управления, содержащей упругий элемент, деформация которого от внешнего нагружения преобразуется в управляющее кинематическими размерами основных звеньев движение, тем самым на основе силового равновесия во встроенной цепи создаются условия автоуправления передаточной функцией механической системы.

Разделение обобщенных координат в двухподвижной связи автовариатора, по сути, позволяет проводить раздельное моделирование движения по ним. Задача о движении по каждой координате становится определенной [9, 10].

Обсуждение результатов. Создание механических систем с самоорганизующим поведением является актуальной научной и прикладной задачей современного машиностроения.

В системах, функционирующих исключительно на реализации в них законов механики, средством наделения систем адаптивными свойствами, является дополнительное к основному движение звеньев.

Для реализации дополнительного движения звеньев востребованы, как минимум, двухподвижные связи, которые делают механическую систему машин неголономной, а модели движения систем становятся математически неразрешимыми.

Эти трудности удается преодолеть использованием раздельного моделирования движения по каждой из обобщенных координат механической системы.

Выводы и заключение

1. Показано, что механические системы с самоорганизующим поведением, обладающие свойством адаптации к реальным параметрам и к режиму эксплуатации, могут быть созданы с применением в них многоподвижных неголономных связей.

2. Поскольку физическая основа введения обобщенных координат различна, то предлагается разделить моделирование по каждой из них, тем самым получить определенность решения задачи о движении системы.

3. Разделение обобщенных координат позволяет синтезировать встроенные цепи управления кинематическими характеристиками и создавать механические решения механических автовариаторов.

Библиографический список

1. Балакин П. Д. Элементы теории реальных механических систем: моногр. Омск: Изд-во ОмГТУ. 2016. 272 с. ISBN 978-5-8149-2208-3.
2. Балакин П. Д. Механические передачи с адаптивными свойствами: моногр. Омск: Изд-во ОмГТУ, 1996. 144 с. ISBN 5-230-13878-5.
3. Солтаханов Ш. Х. Основы механики голономных и неголономных систем. М.: Физматлит, 2013. 184 с. ISBN 978-5-9221-1455-4.
4. Зегжда С. А. Неголономная механика. Теория и приложения. М.: Физматлит, 2009. 344 с. ISBN 978-5-9221-1080-8.
5. Лобов Н. А. Некоторые замечания по динамике неголономных систем // Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2005. № 2. С. 118–125.
6. Шемелова О. В. Уравнения динамики управляемых систем с неголономными связями // Вестник Казанского технологического университета. 2013. Т. 16, № 12. С. 285–288.
7. Беленький И. М. Введение в аналитическую механику. М.: Высшая школа, 1964. 323 с.
8. Лурье А. И. Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961. 824 с.
9. Балакин П. Д., Згонник И. П. Механические автовариаторы в приводах транспортных машин // Известия вузов. Машиностроение. 2016. № 1 (670). С. 65–70.
10. Балакин П. Д., Згонник И. П. Исследования динамики адаптивного автовариатора // Вестник машиностроения. 2015. № 2. С. 15–18.

БАЛАКИН Павел Дмитриевич, доктор технических наук, профессор (Россия), заведующий кафедрой «Машиноведение».
SPIN-код: 5494-0218
AuthorID (РИНЦ): 267798
AuthorID (SCOPUS): 57191041281
Адрес для переписки: tmm@omgtu.ru

Для цитирования

Балакин П. Д. Определенность движения механической системы с неголономными связями // Омский научный вестник. 2018. № 5 (161). С. 5–7. DOI: 10.25206/1813-8225-2018-161-5-7.

Статья поступила в редакцию 29.06.2018 г.

© П. Д. Балакин