

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПРИВОДА КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Дана математическая формулировка и решение задачи оптимального управления магнитоэлектрического привода машин с колебательным движением рабочего органа. На основе полученного решения построен алгоритм оптимизации конструкций линейных магнитоэлектрических двигателей на заданный закон движения ротора из условия обеспечения максимума развиваемого двигателем электромагнитного усилия и минимума массы используемых активных материалов.

**Ключевые слова:** решение задачи оптимального управления, минимизация функционала, закон движения ротора, максимум электромагнитной силы, минимум массы используемых активных материалов.

На практике линейные магнитоэлектрические двигатели широко используются в качестве исполнительных элементов электроприводов электротехнических комплексов с машинами возвратно-поступательного движения в отраслях (строительство, космическая и медицинская техника и др.), где к электроприводу предъявляются жесткие требования по габаритам, массе используемых активных материалов и электропотреблению. Отсутствие в магнитоэлектрическом приводе механизмов передачи и преобразования движения обеспечивает высокую надежность и эффективность функционирования привода с рабочей машиной. В линейном магнитоэлектрическом двигателе содержится одно лишь подвижное звено — якорь с высококоэрцитивными постоянными магнитами из сплава неодим-железо-бор (NdFeB, неодимовые магниты), совершающий возвратно-поступательное движение по действию электромагнитных сил. Совпадение параметров движения исполнительного и рабочего органов приводит к тому, что ротор может быть рабочим органом машины, например, поршнем в компрессорах и насосах, пуансоном в прессах, вытеснителем в газовых криогенных машинах [1, 2]. При этом электромеханический преобразователь энергии и рабочая машина могут быть смонтированы в едином корпусе и представлять собой одно целое [3, 4]. Отсутствие затрат электрической энергии на возбуждение магнитного потока делает возможным и перспективным использование линейных магнитоэлектрических двигателей (ЛМЭД) в создании автономных систем при наличии в них поршневых компрессоров, насосов, прессов [5–8], а также электротехнических комплексов специального назначения, например, для испытания реологических свойств вязкоупругих материалов.

Вопросы оптимального проектирования магнитных систем ЛМЭД, опирающиеся на получение аналитических выражений взаимосвязи конструктивных параметров привода с его энергетическими

показателями, удовлетворяющие выбранному критерию оптимальности (максимум электромагнитной силы, минимум массы активных материалов, максимум КПД и др.) занимают большое внимание [9]. Типовая структурная схема электрического привода с рабочей машиной возвратно-поступательного движения показана на рис. 1.

На рис. 1: И — источник питания, Пр — преобразователь электрической энергии, ЭДУ — электродвигательное устройство, УУ — устройство управления.

На рис. 2 представлены функциональные схемы линейного магнитоэлектрического привода для испытания вязкоупругих свойств (а) эластомеров и привода поршневого компрессора (б).

Современный подход к оптимальному проектированию магнитоэлектрического привода с рабочей машиной возвратно-поступательного движения характеризуется возможностью исследования комплекса факторов, определяющих параметры ЛМЭД, удовлетворяющих различным, в зависимости от требований, условиям оптимальности.

Математическую формулировку задачи оптимизации ЛМЭД представим следующим образом: требуется найти значения переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ,

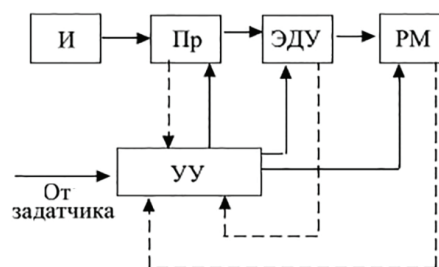


Рис. 1. Структурная схема электрического привода возвратно-поступательного движения

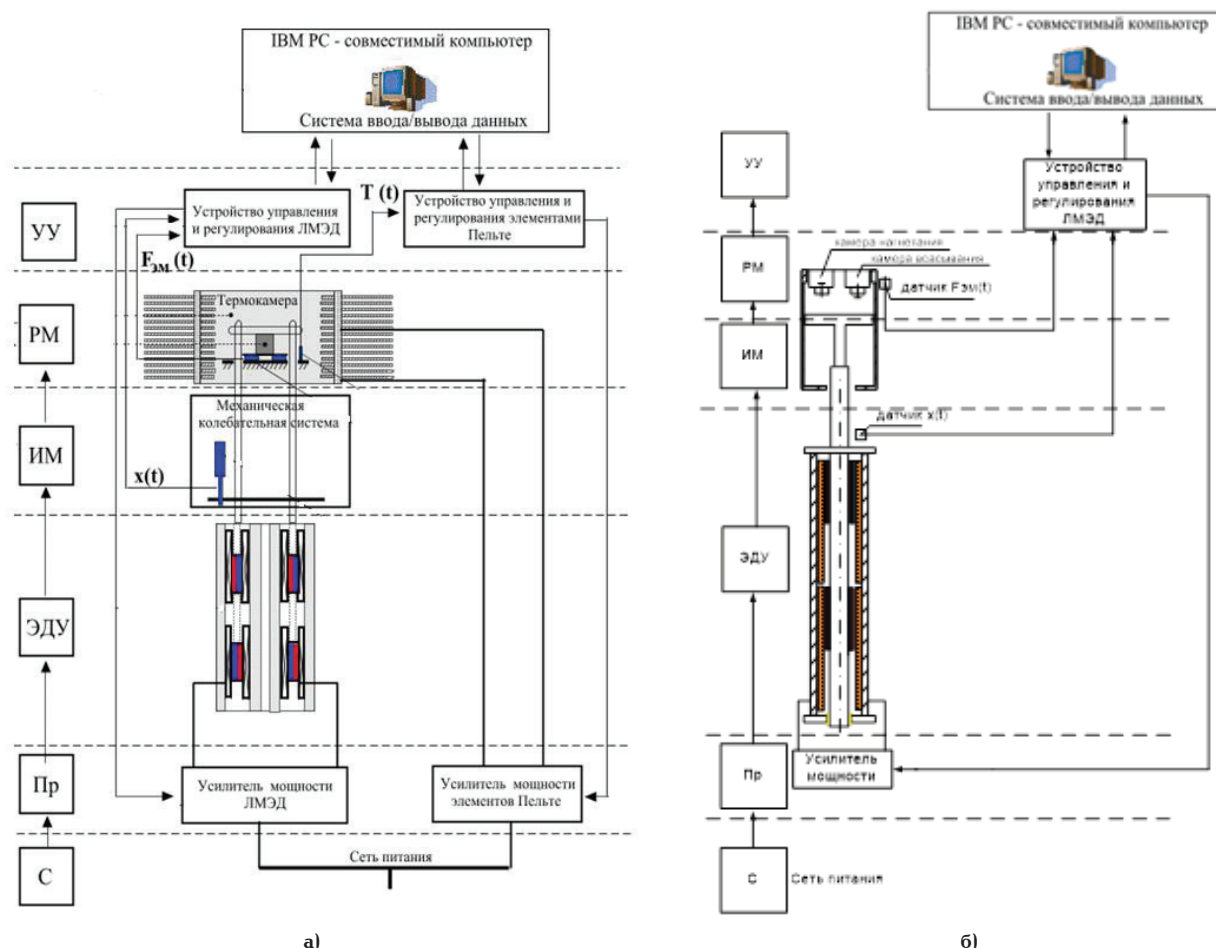


Рис. 2. Функциональная схема ЛМЭП:  
а — для испытания вязкоупругих свойств эластомеров; б — поршневого компрессора

определяющие соотношения конструктивных параметров — размеров магнитной системы привода, которые максимизируют критерий оптимальности при ограничениях в виде равенств или уравнений связи между параметрами магнитной системы

$$q_k(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, s, \quad s < n, \quad \text{или}$$

и неравенств, определяющих физическую реализуемость магнитной системы привода, исходя из реальных характеристик используемых активных материалов и конструктивных параметров, варьируемых при проектировании, таких как, например, коэффициент заполнения по меди, плотность тока в обмотке и др.

$$p_j(x_1, x_2, \dots, x_n) < 0, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad m < n.$$

Уравнение электрического равновесия, описывающее переходные процессы в ЛМЭД, имеет вид:

$$L \frac{di}{dt} + iR + C \frac{dx}{dt} = U, \quad (1)$$

где  $L$ ,  $R$  — соответственно индуктивность и активное сопротивление обмотки;  $C \frac{dx}{dt}$  — противоЭДС обмотки якоря;  $C$  — коэффициент пропорциональности,  $x$  — закон движения подвижной части рабочего органа машины.

Обозначим  $U_L = L \frac{di}{dt}$ , тогда

$$U_L(t) + iR + C \frac{dx}{dt} = U \quad (2)$$

$$U_L(t) i(t) dt + i^2(t) R dt + C i \frac{dx}{dt} dt = U(t) i(t) dt, \quad (3)$$

$$U_L(t) i(t) dt = \frac{d}{dt} \left( \frac{Li^2(t)}{2} \right) dt. \quad (4)$$

Среднее значение мощности магнитного поля за цикл электропреобразования

$$\frac{1}{T} \int_0^T \frac{d}{dt} \left( \frac{Li^2(t)}{2} \right) dt = 0. \quad (5)$$

Среднее значение механической мощности

$$P_m = \frac{1}{T} \int_0^T Ci(t) \frac{dx}{dt} dt. \quad (6)$$

Среднее значение мощности тепловых потерь

$$P_r = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) R dt. \quad (7)$$

КПД двигателя

$$\eta_g = \frac{\frac{1}{T} \int_0^T Ci(t) \frac{dx}{dt} dt}{\frac{1}{T} \int_0^T \left( i^2(t)R + Ci(t) \frac{dx}{dt} \right) dt} . \quad (8)$$

Обозначим

$$P_r' = \frac{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 R dt}{\frac{1}{T} \int_0^T Ci(t) \frac{dx}{dt} dt} , \quad (9)$$

тогда

$$\eta = \frac{1}{1 + P_r'} , \quad (10)$$

$$P_r' \frac{1}{T} \int_0^T \left( P_r' Ci(t) \frac{dx}{dt} - i^2(t)R \right) dt = 0 . \quad (11)$$

Интеграл равен нулю, если

$$P_r' Ci(t) \frac{dx}{dt} - i^2(t)R = 0 \quad (12)$$

$$\frac{P_r'}{R} C \frac{dx}{dt} = i(t) \quad (13)$$

Для синусоидального закона перемещения штока линейного магнитоэлектрического двигателя (рис. 3) можно записать:

$$x(t) = x_m (1 - \cos(\omega t)) \quad (14)$$

$$\frac{dx}{dt} = x_m \omega \sin(\omega t)$$

$$\frac{P_r'}{R} C x_m \omega \sin(\omega t) = i(t) \quad (15)$$

или

$$I_m = \frac{P_r' C x_m \omega}{R} , \quad C = B_{cp} \ell_a W_a , \quad (16)$$

где  $W_a$  — активная часть витков обмотки якоря в поле постоянного магнита.

Сила тяги

$$F_{эм} = Ci = F_{зоган} \text{ по условию } F_{эм, макс.}$$

$$F_{эм} = CI_m ; \quad I_m = \frac{F_{эм}}{C} . \quad (17)$$

Обозначим  $n = \frac{W_a}{W_{кам}}$ , тогда с учетом

$$\sqrt{2} S_{кам} k_s J = I_m W_{кам} , \quad (18)$$

тогда  $\sqrt{2} S_{кам} k_s J = \frac{I_m W_a}{n}$ .

Если  $i(t) = I_m \sin(\omega t)$ , то

$$L I_m \omega \cos(\omega t) + I_m R \sin(\omega t) + E_m \sin(\omega t) = U(t)$$

$$I_m (\omega L \cos(\omega t) + R \sin(\omega t)) = (U_m - E_m) \sin(\omega t)$$

$$j\omega L \dot{I}_m + \dot{I}_m R + \dot{E}_m = \dot{U}_m \quad (19)$$

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m - \dot{E}_m}{R + j\omega L} = \frac{U_m e^{j\psi_U} - E_m e^{j\psi_E}}{\sqrt{R^2 + X_L^2} e^{j\phi}} \quad (20)$$

$$I_m e^{j\psi_I} (R + jX_L) + E_m e^{j\psi_E} = U_m e^{j\psi_U} \quad (21)$$

Преобразуем к виду

$$e^{j\psi_I} \left( I_m \sqrt{R^2 + X_L^2} e^{j\phi} + E_m \right) = U_m e^{j\psi_U} . \quad (22)$$

Тогда

$$\dot{E}_m = C x_m \omega e^{j\psi_E}$$

$$I_m \left( \sqrt{R^2 + X_L^2} + \frac{E_m}{I_m} \right) = U_m e^{j(\psi_U - \psi_I)} . \quad (23)$$

Рассмотрим пример расчета магнитной системы развиваемого тягового усилия для электротехнического комплекса, представленного на рис. 2а. Магнитная система линейного магнитоэлектрического двигателя с двумя воздушными каналами и постоянными магнитами, намагниченными в радиальном направлении.

В оптимальной конструкции магнитной системы привода относительная индукция в нейтральном сечении магнита удовлетворяет условию

$$b_{m,onn} = 0,5 . \quad (23)$$

Тяговое усилие привода определяется выражением

$$F_{эм} = 2 B_m Q_m k_z J (\delta_1 + \delta_2) . \quad (24)$$

Магнитная индукция в нейтральном сечении магнита, согласно решению системы уравнений (23), будет

$$B_m = \mu_0 \frac{Q_{\delta 1} Q_{\delta 2}}{Q_m} \times \left[ \frac{H_c d}{Q_{\delta 1} \delta_2 + Q_{\delta 2} \delta_1 + \frac{\mu_0 H_c d}{B_r} \frac{Q_{\delta 1} Q_{\delta 2}}{Q_m}} \right] , \quad (25)$$

где  $Q_{\delta 1}$  и  $Q_{\delta 2}$  — соответственно площади рабочих зазоров  $\delta_1$  и  $\delta_2$ .

Суммарную массу активных частей обмоток и постоянных магнитов можно записать в виде:

$$m_{сум} = m_{акт.обм.1} + m_{акт.обм.2} + m_m = 2 \left[ \gamma_{обм} (Q_{\delta 1} \delta_1 + Q_{\delta 2} \delta_2) + \gamma_m Q_m d \right] . \quad (26)$$

Выразим удельную силу тяги привода через независимые переменные

$$n = \frac{d}{\delta_1} , \quad r = \frac{d}{\delta_2} , \quad k_{m1} = \frac{m_{обм1}}{m_m} , \quad k_{m2} = \frac{m_{обм2}}{m_m} . \quad (27)$$

Тогда после преобразований, принимая во внимание соотношения (24) – (27), получим:

$$F_{эм, уг} = \frac{\mu_0 H_c k_z J}{\gamma_{обм}} \left( \frac{k_{m1} k_{m2}}{1 + k_{m1} + k_{m2}} \right) \times$$

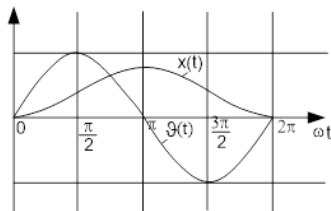


Рис. 3. Временные зависимости перемещения штока и скорости штока линейного магнитоэлектрического двигателя

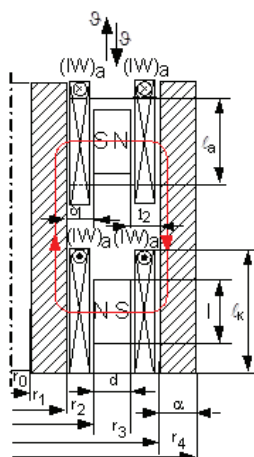


Рис. 4. Конструкция магнитной системы ЛМЭД с двумя воздушными каналами и постоянными магнитами, намагниченными в радиальном направлении

$$\times \frac{(n+r)}{\left( k_{m1} \frac{n}{r} + k_{m2} \frac{r}{n} + \frac{\mu_0 H_c \gamma_m}{B_r \gamma_{обм}} k_{m1} k_{m2} r n \right)} \quad (28)$$

Найдем экстремум целевой функции (28), при:

$$\frac{\partial F_{эм.уг}}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial F_{эм.уг}}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial F_{эм.уг}}{\partial k_{m1}} = 0, \quad \frac{\partial F_{эм.уг}}{\partial k_{m2}} = 0. \quad (29)$$

Решая систему уравнений (29), найдем значения независимых переменных, обеспечивающие ему максимальное значение силы тяги

$$F_{эм.уг.макс} = \frac{k_z J}{4} \sqrt{\frac{\mu_0 H_c B_r}{\gamma_{обм} \gamma_m}} \quad (30)$$

Для конструкции, представленной на рис. 4, можно записать следующие соотношения:

$$n_{опт} = \frac{1}{k_{m1.опт}} \sqrt{\frac{B_r \gamma_{обм}}{\mu_0 H_c \gamma_m}}, \quad r_{опт} = \frac{1}{k_{m2.опт}} \sqrt{\frac{B_r \gamma_{обм}}{\mu_0 H_c \gamma_m}} \quad (31)$$

$$k_{m1.опт} + k_{m2.опт} = 1.$$

В оптимальной конструкции магнитной системы привода (рис. 2а) выполняется равенство (23).

Программная реализация методики оптимального расчета параметров выполнена в программном обеспечении «Выбор» [10, 11].

#### Выводы.

1. Из решения задачи оптимизации магнитной системы ЛМЭД следует, что максимально возможный КПД двигателя может достигаться при усло-

вий, если закон изменения тока в обмотке якоря тождественен закону изменения скорости движения подвижной части рабочей машины.

2. На основе решения задачи при синусоидальном токе в обмотке якоря рассмотрен пример расчета оптимальной конструкции ЛМЭД с осевой симметрией магнитной системы, исходя из условия максимума электромагнитной силы, развиваемой двигателем и минимума массы используемых активных материалов.

#### Библиографический список

1. Дмитриев Д. О., Курбатов П. А. Методы анализа динамических характеристик магнитоэлектрических линейных приводов // Электротехника. 1998. № 1. С. 13–17.
2. Ефимов И. Г., Соловьев А. В., Викторов О. А. Линейный электромагнитный привод. Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1990. 212 с. ISBN 5-288-00476-5.
3. Коняев А. Ю., Назаров С. Л. Исследование характеристик электродинамических сепараторов на основе двумерной модели // Электротехника. 1998. № 5. С. 52–58.
4. Хитерер М. Я., Овчинников И. Е. Синхронные электрические машины возвратно-поступательного движения: моногр. СПб.: Корона Принт, 2004. 368 с. ISBN 5-7931-0306-6.
5. Gieras J. F., Piech Z. J., Tomczuk B. Z. Linear Synchronous Motors. 2nd ed. CRC Press, 2002. 270 p. ISBN 0849318599.
6. Park K., Hong E., Lee H.-K. Linear motor for linear compressor // Proceedings of International Compressor Engineering Conference. 2002. Paper 1544. URL: <http://docs.lib.purdue.edu/iccec/1544> (дата обращения: 12.06.2019).
7. Liang K., Stone C. R., Hancock W. Comparison between a crank-drive reciprocating compressor and a novel oil-free linear compressor // International Journal Refrigeration. 2014. Vol. 45. P. 25–34. DOI: 10.1016/j.ijrefrig.2014.05.022.
8. Liang K., Stone R., Dadd M., Bailey P. Novel linear Electromagnetic-Drive Oil-Free Refrigeration Compressor // International Journal of Refrigeration. 2014. Vol. 40. P. 450–459. DOI: 10.1016/j.ijrefrig.2013.11.027.
9. Рыжков А. В. Анализ и выбор рациональных конструкций цилиндрического линейного двигателя с магнитоэлектрическим возбуждением: дис. ... канд. техн. наук. Воронеж, 2008. 146 с.
10. Ковалев Ю. З., Татевосян А. А. Программное обеспечение «Выбор». Исследование параметров оптимальных конструкций магнитных систем магнитоэлектрического привода по испытанию вязкоупругих свойств эластомеров. № 50200400270. М.: ВНИИЦ, 2004. С. 172.
11. Tatevirosyan A. A. Optimization of the Parameters of Magnetic System for Linear Magnetolectric Drive // 2017 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON). 2017. DOI: 10.1109/SIBCON.2017.7998493.

**ТАТЕВОСЯН Андрей Александрович**, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Электрическая техника», декан энергетического института.

SPIN-код: 6456-8370  
 AuthorID (РИНЦ): 163175  
 AuthorID (SCOPUS): 56503745000  
 ResearcherID: M-3175-2015  
 Адрес для переписки: karo1@mail.ru

#### Для цитирования

Татевосян А. А. Решение задачи оптимального управления магнитоэлектрического привода колебательного движения // Омский научный вестник. 2019. № 4 (166). С. 48–51. DOI: 10.25206/1813-8225-2019-166-48-51.

Статья поступила в редакцию 04.07.2019 г.  
 © А. А. Татевосян