

АНАЛИЗ ОСОБЫХ ПОЛОЖЕНИЙ ПЛОСКОГО МНОГОЗВЕННОГО РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА ЧЕТВЕРТОГО КЛАССА

В статье рассматривается плоский многозвенный рычажный механизм 4-го класса, выходное коромысло которого реализует приближенную остановку заданной продолжительности в одном крайнем положении. Механизм содержит три диады, проходящие свои предельные положения в процессе движения. Таким образом, для рассматриваемого механизма актуальна проблема анализа особых положений, чтобы исключить вероятность его заклинивания или появления неуправляемой подвижности. Математическая модель, построенная на основе теории винтов, представляет собой уравнения равновесия для замкнутых векторных контуров, выделенных в структурной схеме исследуемого механизма. В результате на основе данных геометрического анализа показано, что в процессе движения звенья восемь раз находятся в особых положениях, при этом наблюдается мгновенная остановка со сменой направления угловых скоростей относительного движения звеньев.

Ключевые слова: плоский многозвенный рычажный механизм, сингулярные положения, винтовое исчисление, геометрический анализ, приближенный выстой, замкнутый контур.

Введение. Многозвенные плоские рычажные механизмы реализуют сложные программные движения одной, двух (и более) рабочих точек от одного привода, расположенного на стойке, что позволяет строить на их базе манипуляторы со многими рабочими органами и с простой системой управления. Благодаря отсутствию кинематических пар высокого класса, механизмы обладают высокой надежностью и обеспечивают достаточную жесткость конструкции, а наличие изменяемых замкнутых контуров, составленных из подвижных звеньев, дает возможность реализации сложных законов движения. Известно множество конструкций таких шарнирно-рычажных механизмов, например, механизм передачи вращения на параллельный вал, переступающий механизм Чебышева, механизм гребного колеса, механизм нитераскладчика мотальной машины, механизм транспортирования ткани швейных машин, механизм привода стана холодной прокатки труб, пресса двойного действия и т.д. [1–3].

Вопросы кинематического анализа плоских рычажных механизмов высоких классов описаны в работах У. А. Джолдасбекова [3, 4], В. Г. Хомченко [5], Э. Е. Пейсаха [6] и др. Для составления математической модели кинематического анализа многозвенных рычажных механизмов используется метод условных обобщенных координат либо метод независимых замкнутых векторных контуров. Модель представляет собой систему тригонометрических уравнений, содержащую все неизвестные параметры, определяющие положения звеньев. Установить существование и число действительных решений такой системы уравнений, найти начальное при-

ближение неизвестных координат для дальнейшего уточнения возможно только численно.

В любом не особом (регулярном) положении система уравнений геометрического анализа механизма имеет единственное решение, а в особых положениях эта система вырождается, что указывает на неоднозначность зависимости между входной и выходной координатами. В особых положениях потенциально возможно как увеличение, так и уменьшение числа степеней свободы механической системы. «Под особыми положениями механизма понимается расположение звеньев механизма, при котором происходит изменение его структуры (переменность структуры), заключающееся либо в появлении неуправляемой подвижности (нарушается определенность движения), либо в исчезновении степеней свободы (возникают «мертвые точки») [7].

Следует отметить, что в большинстве случаев особые положения являются вредными, как, например, в четырехзвенных механизмах, поскольку приводят к неопределенности движения ведомых звеньев, теряется управляемость и резко снижается жесткость привода [8]. Однако существуют примеры эффективного использования особых положений в технологических машинах, например, в ударных механизмах [9].

Анализ особых (сингулярных) положений подробно описан в научной литературе для шарнирных четырехзвенных механизмов [9–11] и для механизмов параллельной структуры [11–13]. Для анализа близости плоских рычажных механизмов к особым положениям (сингулярностям) в работе В. И. Пожбелко [8] известны критерии разделены

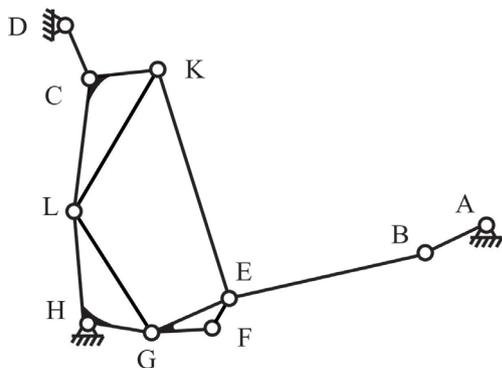


Рис. 1. Схема механизма IV класса с выстоем выходного звена

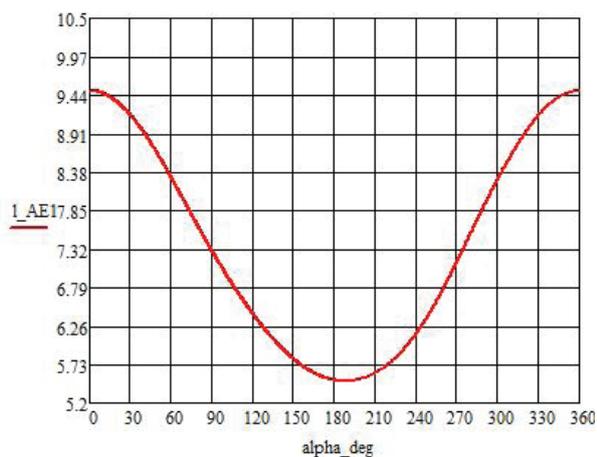
на структурные, метрические и математические. Последний устанавливает аналитическую взаимосвязь между размером области особых положений и длинами звеньев. В статье показано, что предложенный математический критерий является более полным, по сравнению с нулевым значением якобиана. Для пространственных механизмов параллельной структуры В. А. Глазуновым предложены различные критерии анализа зоны сингулярности, например, углы давления, предельные значения скоростей, либо усилия в приводах [13, 14].

Анализ особых положений плоского многозвенового рычажного механизма. В статье рассматривается плоский многозвеновый рычажный механизм IV класса [5, 15], кинематическая схема которого показана на рис. 1; значение кинематических параметров в табл. 1 получены в результате решения за-

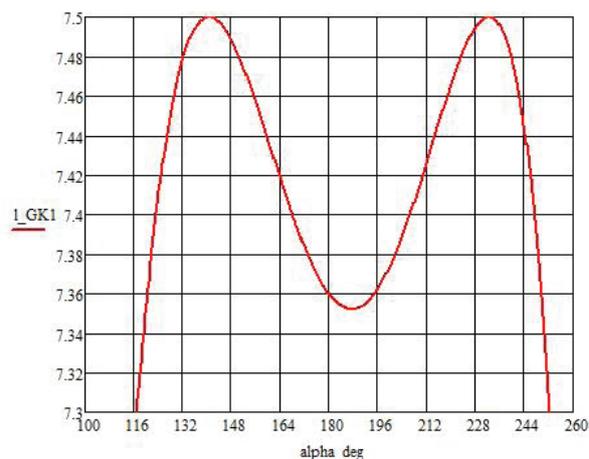
Таблица 1

Линейные кинематические параметры механизма — длины кинематических звеньев в условных единицах измерения

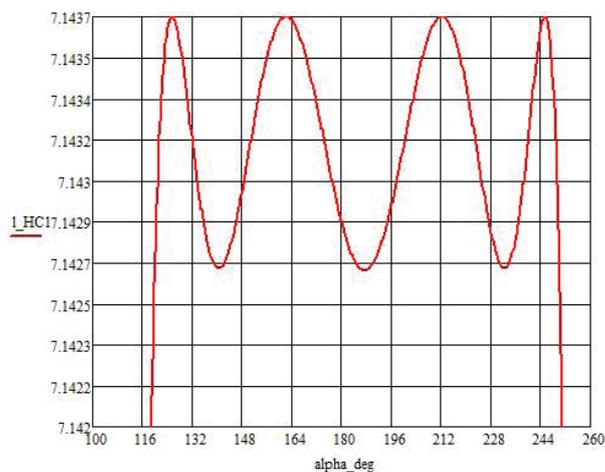
AB	BE	EG	GF	FK	EF	KC	LC	KL	HG	HL	GL	CD
2,000	7,500	2,000	3,000	4,500	1,087	2,000	4,971	5,378	2,000	2,174	3,142	2,469



а)



б)



в)

Рис. 2. Диаграммы изменения в процессе движения расстояния между центрами шарниров: а) А и В диады АВЕ; б) G и K диады GFK; в) H и C диады HLC

Плюккерovy координаты угловых скоростей относительного движения звеньев механизма

$\overrightarrow{\omega_{AB}}$	$(0; 0; 1; x_A^0; y_A^0; z_A^0) = (0; 0; 1; y_A; -x_A; 0) = (0; 0; 1; 0; 0; 0)$	$\overrightarrow{\omega_{FG}}$	$(0; 0; 1; x_F^0; y_F^0; z_F^0) = (0; 0; 1; y_F; -x_F; 0)$
$\overrightarrow{\omega_{BE}}$	$(0; 0; 1; x_B^0; y_B^0; z_B^0) = (0; 0; 1; y_B; -x_B; 0)$	$\overrightarrow{\omega_{KF}}$	$(0; 0; 1; x_K^0; y_K^0; z_K^0) = (0; 0; 1; y_K; -x_K; 0)$
$\overrightarrow{\omega_{EG}}$	$(0; 0; 1; x_E^0; y_E^0; z_E^0) = (0; 0; 1; y_E; -x_E; 0)$	$\overrightarrow{\omega_{LC}}$	$(0; 0; 1; x_L^0; y_L^0; z_L^0) = (0; 0; 1; y_L; -x_L; 0)$
$\overrightarrow{\omega_{GH}}$	$(0; 0; 1; x_G^0; y_G^0; z_G^0) = (0; 0; 1; y_G; -x_G; 0)$	$\overrightarrow{\omega_{CD}}$	$(0; 0; 1; x_C^0; y_C^0; z_C^0) = (0; 0; 1; y_C; -x_C; 0)$
$\overrightarrow{\omega_{HA}}$	$(0; 0; 1; x_H^0; y_H^0; z_H^0) = (0; 0; 1; y_H; -x_H; 0) = (0; 0; 1; -2,379; 8,226; 0)$	$\overrightarrow{\omega_{DH}}$	$(0; 0; 1; x_D^0; y_D^0; z_D^0) = (0; 0; 1; y_D; -x_D; 0) = (0; 0; 1; 3,870; 10,670; 0)$

дачи кинематического синтеза для следующих значений координат центров неподвижных шарниров А (0; 0), Н (8,226; 2,379) и D (10,670; -3,870). При непрерывном движении входного кривошипа АВ выходное коромысло CD реализует приближенный выстой (остановку) заданной продолжительности в крайнем положении.

В исследуемом механизме выстой выходного звена CD обеспечивается за счет предельных положений звеньев, в частности, исходная диада АВЕ формирует длительность интервалов движения и выстоя по заданной циклограмме, а присоединяемые диады GFK и HLC обеспечивают остановку конечной продолжительности в одном из крайних положений выходного звена и требуемое качество (точность).

Проблема анализа особых положений актуальна для рассматриваемого многозвенного рычажного механизма, поскольку за один цикл движения входного кривошипа АВ диады АВЕ, GFK и HLC несколько раз проходят через предельные положения, когда координаты центров шарниров В, F и L принадлежат прямым АЕ, GK и HL, проходящим через соответствующие центры одноименных шарниров. На рис. 2 представлены диаграммы изменения расстояний между центрами шарнирами А и Е, G и К, Н и L, полученные в результате решения задачи кинематического анализа, в зависимости от значения угла поворота входного кривошипа АВ. Диада АВЕ проходит предельное положение один раз, диада GFK — дважды, а диада HLC — четыре раза, причем каждое из этих событий наступает в разное время. Таким образом, общее число особых положений исследуемого механизма можно определить как произведение перечисленных выше событий, составит восемь раз за один оборот входного кривошипа. Проводить анализ исследуемого механизма по отдельным диадам или структурным группам недопустимо, поскольку геометрические и кинематические связи между подвижными звеньями в процессе движения служат источником дополнительных сил инерции, которые способствуют сохранению постоянной конфигурации (сборки). Предлагается использовать винтовое исчисление, которое является развитием векторного исчисления, но оперирует объектами более высокой, чем вектор, размерности. Данное обстоятельство позволяет компактно записывать уравнения, соответствующие многоконтурным структурам, а при анализе сингулярностей указанное исчисление дает возможность

решить проблему на качественном уровне, т.е. путем анализа матрицы плюккеровых координат [13, 14].

В рассматриваемом многозвенном рычажном механизме (рис. 1) выделим три замкнутых контура: АВЕГН, LKFG и HLCD. Плюккерovy координаты угловых скоростей относительного движения звеньев запишем следующим образом: $(0; 0; 1; x^0; y^0; z^0)$, где первые три значения определяют координаты вектора в декартовой системе, а три следующих элемента — это координаты вектора линейной скорости, которые рассчитываются из векторного произведения:

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = y \cdot \vec{i} - x \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k},$$

$$\text{т.е. } (x^0; y^0; z^0) = (y; -x; 0). \quad (1)$$

Использование результатов геометрического анализа [15] позволило сформировать плюккерovy координаты векторов угловой скорости всех звеньев, которые представлены в табл. 2.

Для выделенных замкнутых контуров запишем уравнения замыкания в проекции на оси декартовой системы координат, связанной с неподвижным основанием в центре шарнира А входного кривошипа АВ.

$$\begin{cases} \omega_{AB} + \omega_{BE} + \omega_{EG} + \omega_{GH} + \omega_{HA} = 0; \\ \omega_{AB}x_{AB}^0 + \omega_{BE}x_{BE}^0 + \omega_{EG}x_{EG}^0 + \\ + \omega_{GH}x_{GH}^0 + \omega_{HA}x_{HA}^0 = 0; \\ \omega_{AB}y_{AB}^0 + \omega_{BE}y_{BE}^0 + \omega_{EG}y_{EG}^0 + \\ + \omega_{GH}y_{GH}^0 + \omega_{HA}y_{HA}^0 = 0; \\ \omega_{GL} + \omega_{LK} + \omega_{KF} + \omega_{FL} = 0; \\ \omega_{GL}x_{GL}^0 + \omega_{LK}x_{LK}^0 + \omega_{KF}x_{KF}^0 + \omega_{FG}x_{FG}^0 = 0; \\ \omega_{GL}y_{GL}^0 + \omega_{LK}y_{LK}^0 + \omega_{KF}y_{KF}^0 + \omega_{FG}y_{FG}^0 = 0; \\ \omega_{HL} + \omega_{LC} + \omega_{CD} + \omega_{DH} = 0; \\ \omega_{HL}x_{HL}^0 + \omega_{LC}x_{LC}^0 + \omega_{CD}x_{CD}^0 + \omega_{DH}x_{DH}^0 = 0; \\ \omega_{HL}y_{HL}^0 + \omega_{LC}y_{LC}^0 + \omega_{CD}y_{CD}^0 + \omega_{DH}y_{DH}^0 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Пусть угловая скорость вращения входного кривошипа АВ равна 1 рад/с.

В соответствии с полученными значениями плюккеровых координат угловых скоростей относительного движения звеньев из табл. 2, сформируем определитель коэффициентов системы (2) при неизвестных ω .

$$\Delta_A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ y_B & y_E & y_G & y_H & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -x_B & -x_E & -x_G & -x_H & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_G & 0 & y_F & y_K & y_L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -x_G & 0 & -x_F & -x_K & -x_L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & y_H & 0 & 0 & y_L & y_C & y_D \\ 0 & 0 & 0 & -x_H & 0 & 0 & -x_L & -x_C & -x_D \end{vmatrix}. \quad (3)$$

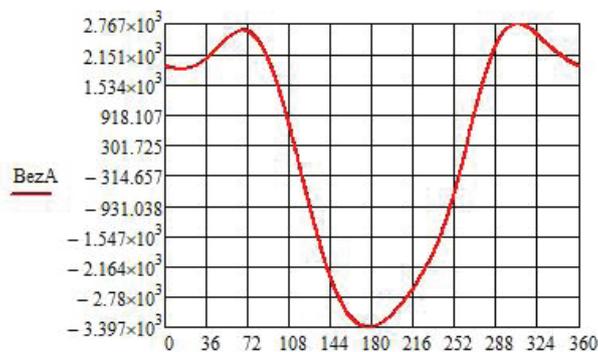


Рис. 3. Диаграмма изменения определителя (3) матрицы коэффициентов системы уравнений

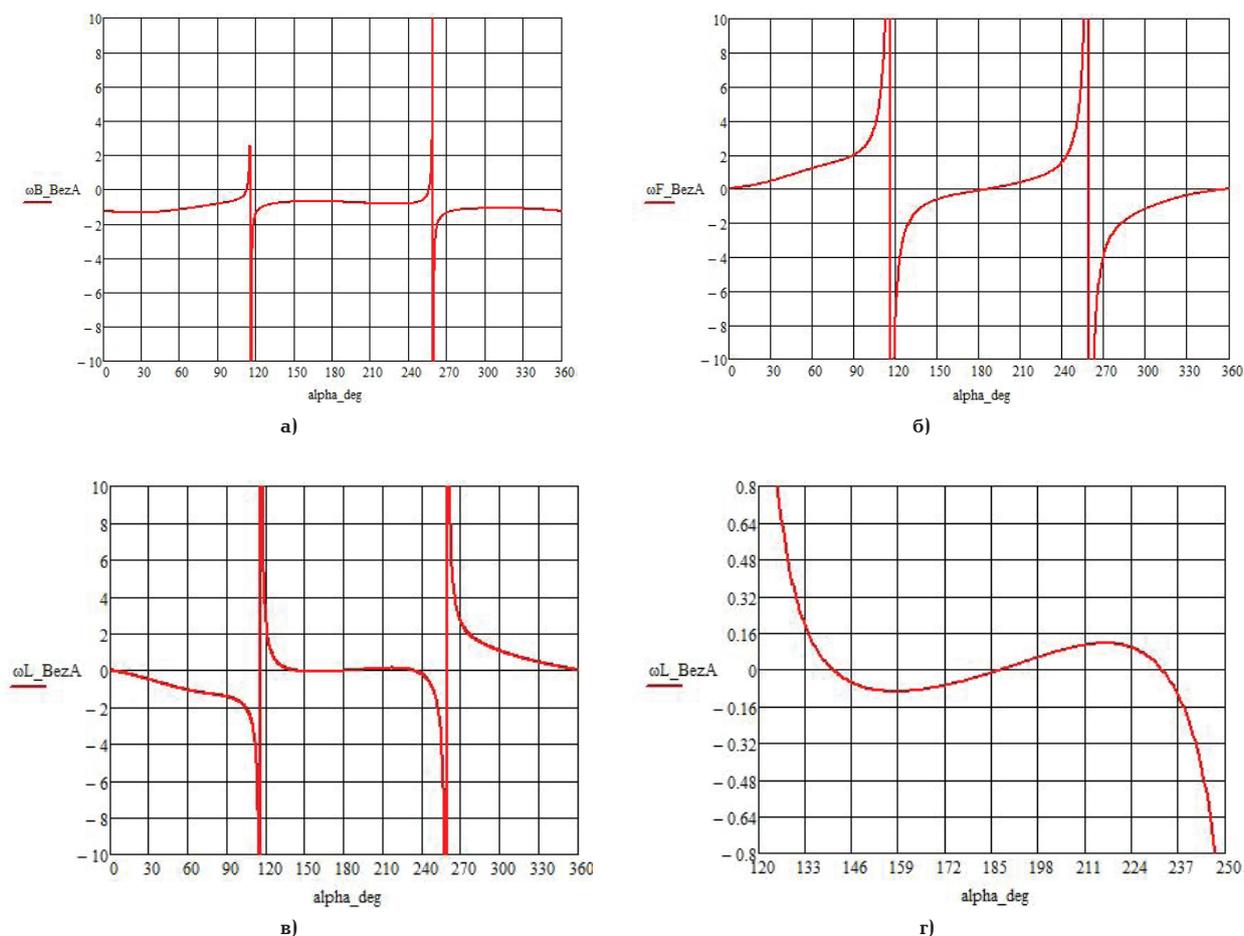


Рис. 4. Диаграммы изменения угловой скорости относительного движения: а) звена BE диады ABE; б) звена FG диады GFK; в) и г) звена LC диады HLC

Нулевое значение определителя (3) соответствует особому положению звеньев исследуемого рычажного механизма, когда одно или одновременно несколько подвижных звеньев не могут продолжить движение. Анализ значения определителя (3) вы-

полнен на всем интервале изменения угла поворота входного кривошипа АВ, и полученная диаграмма показана на рис. 3.

График изменения определителя матрицы коэффициентов (рис. 3) имеет три экстремума, соответ-

ствующие наиболее удаленным от особых положениям звеньев, когда передача движения от ведущего кривошипа осуществляется с минимальными значениями углов давления. Диаграмма дважды принимает нулевое значение, но разрыва функции при этом не наблюдается, что свидетельствует о том, что механизм преодолевает особое положение за счет накопленной энергии в процессе движения, однако при этом возможны кратковременные увеличения усилий в подвижных сочленениях и динамические удары, приводящие к быстрому износу взаимодействующих поверхностей. Оценим изменение угловой скорости относительного движения звеньев BE, FG и LC диад ABE, GFK и HLC, проходящих через свои предельные положения и формирующие приближенный выстой выходного коромысла CD. На рис. 4 представлены результаты моделирования.

При решении задачи кинематического синтеза исследуемого механизма заданная циклограмма описывалась следующими значениями: угол поворота на первом интервале движения $\varphi_1 = 120^\circ$; интервал, на котором обеспечивается приближенный выстой выходного звена, $\varphi_B = 130^\circ$. Согласно полученным диаграммам, именно при данных значениях угла поворота входного кривошипа наблюдается мгновенное изменение угловой скорости относительного движения звеньев BE, FG и LC. Крайние положения диад ABE, GFK и HLC наступают практически одновременно. Отдельно выделена диаграмма угловой скорости относительного движения звена LC (рис. 4в, г), которая на интервале выстоя ($120^\circ, 250^\circ$) периодически изменяется с амплитудой $0,15 \text{ рад/с}$. Таким образом, в процессе разработки конструкции данного рычажного механизма для снижения вибраций в процессе движения следует выбирать высокий класс точности наиболее ответственных шарниров, в частности L.

Заключение. Анализ особых положений рычажных механизмов, как последовательной, так и параллельной структуры, являются неотъемлемой частью процесса проектирования исполнительных механизмов, поскольку позволяет исключить заклинивание привода, появление неуправляемой подвижности и, в конечном итоге, повысить надежность машины.

В статье задача анализа особых положений рассмотрена на примере синтезированного в работе [15] плоского многозвенного рычажного механизма четвертого класса, выходное звено CD которого реализует приближенный выстой в крайнем положении при непрерывном движении входного кривошипа AB за счет прохождения диад ABE, GFK и HLC через особые (предельные) положения.

Предложенная методика анализа особых положений может быть адаптирована для любых плоских многозвенных рычажных механизмов. Проведенный анализ подтвердил, что в процессе движения внутренние шарниры диад ABE, GFK и HLC совершают мгновенные остановки, при этом структура механизма вырождается, т.е. изменяемый замкнутый контур GLKF приобретает вогнутую форму. Однако это явление не приводит к появлению вышеописанных негативных последствий (заклинивание, неуправляемая подвижность), поскольку за счет внутренней подвижности механизм продолжает движение. Перечисленные обстоятельства позволяют утверждать, что рычажный механизм может быть использован в нагруженных машинах, где применение кулачковых механизмов ограничено их быстрым износом.

Библиографический список

1. Артоболевский И. И. Механизмы в современной технике. В 5 т. Т. 1. Рычажные механизмы. М.: Наука, 1970. 608 с.
2. Кузьмичев В. Е., Панина Н. Г. Промышленные швейные машины. М.: ООО «В зеркале», 2001. 246 с.
3. Джолдасбеков У. А. Теория механизмов высоких классов. Алматы: Гылым, 2001. 428 с. ISBN 5-628-02258-6.
4. Фролов К. В. Машиностроение. Энциклопедия. Т. 1-3. Динамика и прочность машин. Теория механизмов и машин. В 2 кн. М.: Машиностроение, 1995. Кн. 2. 624 с.
5. Хомченко В. Г. Проектирование плоских рычажных механизмов цикловых машин-автоматов и манипуляторов: моногр. Омск: Изд-во ОмГТУ, 1995. 152 с. ISBN 5-230-13864-5.
6. Пейсах Э. Е., Нестеров В. А. Система проектирования плоских рычажных механизмов / под ред. К. В. Фролова. М.: Машиностроение, 1988. 230 с. ISBN 5-217-00043-0.
7. Крайнев А. Ф. Механика (искусство построения) машин. Фундаментальный словарь. М.: Машиностроение, 2000. 903 с. ISBN 5-217-0790-8.
8. Пожбелко В. И. Возникновение переменной (изменяемой) структуры и области особых положений механизма с учетом зазоров и вырождения кинематических пар // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». 2010. № 29 (205). С. 13–20.
9. Абдраимов Э. С., Бакиров Б. Б., Касымалиев Б. М. Об особенностях механизмов переменной структуры С. Абдраимова для создания машин ударного действия // Проблемы механики современных машин: материалы VI Междунар. конф., 29 июня–4 июля 2015 г. Улан-Удэ, 2015. С. 3–11.
10. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Наука, 1988. 640 с. ISBN 5-02-013810-X.
11. Merlet J.-P. Parallel robots. Netherlands: Springer, 2006. DOI: 10.1007/1-4020-4133-0.
12. Gallant M., Gosselin C. Singularities of a planar 3-RPR parallel manipulator with joint clearance // Robotica. 2018. Vol. 36, Issue 7. P. 1098–1109. DOI: 10.1017/S0263574718000279.
13. Glazunov V., Nosova N., Kheylo S. [et al.]. Design and Analysis of the 6-DOF Decoupled Parallel Kinematics Mechanism // Dynamic Decoupling of Robot Manipulators / Ed. V. Arakelian. Springer, 2018. P. 125–170. ISBN 978-3-319-74362-2.
14. Laryushkin P., Glazunov V., Erastova K. On the Maximization of Joint Velocities and Generalized Reactions in the Workspace and Singularity Analysis of Parallel Mechanisms // Robotica. 2019. Vol. 37, Issue 4. P. 675–690. DOI: 10.1017/S026357471800125X.
15. Гебель Е. С., Хомченко В. Г. Проектирование рычажных механизмов высокоточного позиционирования: моногр. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2014. 135 с. ISBN 978-5-8149-1709-6.

ГЕБЕЛЬ Елена Сергеевна, кандидат технических наук, доцент (Россия), заведующая кафедрой «Автоматизация и робототехника».

SPIN-код: 1256-0879

ORCID: 0000-0003-1811-8755

AuthorID (SCOPUS): 55574609100

ResearcherID: O-4211-2014

Адрес для переписки: gebel_es@mail.ru

Для цитирования

Гебель Е. С. Анализ особых положений плоского многозвенного рычажного механизма четвертого класса // Омский научный вестник. 2020. № 5 (173). С. 17–21. DOI: 10.25206/1813-8225-2020-173-17-21.

Статья поступила в редакцию 29.07.2020 г.

© Е. С. Гебель