

УДК 621.833
DOI: 10.25206/1813-8225-2020-174-5-8

П. Д. БАЛАКИН
В. Н. БЕЛЬКОВ

Омский государственный
технический университет,
г. Омск

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ СИНТЕЗА СОПРЯЖЕННЫХ ЗАЦЕПЛЕНИЙ

Систематизированы условия синтеза сопряженных зацеплений на основе единого геометро-кинематического признака, заключающегося в равенстве проекций скоростей точек активных поверхностей, составляющих высшую пару, на общую контакт-нормаль к этим поверхностям. Теоретически обоснована технология образования семейства сопряженных зацеплений двухпараметрическим огибанием эвольвентным геликоидом или его частными разновидностями — круговым конусом или плоскостью.

Ключевые слова: сопряженное зацепление, активные поверхности, передаточная функция скорости, двухпараметрическое огибание.

Введение. В последнее время особенно в связи с развитием 3D технологий появились конструкции преобразователей движения, изготовленных в основном из пластмасс и исполненных по схемам кулачковых или зубчатых механизмов с произвольной геометрией активных поверхностей, составляющих высшую пару.

Такие несиловые преобразователи движения широко используются в демонстрационных моделях транспортных систем, роботах, рекламных конструкциях и других новомодных приложениях, шумно предлагаемых для реализации.

Потешные модельные демонстрации производят впечатление неожиданными трансформациями, сложением движений звеньев, но они не пригодны для промышленной реализации схемных решений, поскольку создаются не на базе фундаментальных положений естествознания как основы инженерного знания.

Промышленные силовые механические приводы машин должны удовлетворять критериям работоспособности, а именно прочности, жесткости, малой виброактивности, технологичности, а это требует полного знания нагрузок, действующих на звенья и связи конструкции приводов в движении, причем в быстроходных механических приводах уровень динамического нагружения инерционного происхождения сопоставим по значениям

и даже превышает уровень полезного статического нагружения полезным силовым потоком. Динамические нагрузки определяются характером движения инерционных масс, поэтому в механических приводах по схемам кулачковых или зубчатых механизмов необходимо знание принципов преобразования движения в высшей паре и умение синтезировать для использования в качестве активных преимущественно сопряженные поверхности, которые обеспечивают стационарное движение звеньев кинематической цепи при установившемся режиме работы привода или машины в целом.

Синтезу сопряженных зацеплений посвящена обширная научная литература из классической теории зацеплений, например [1–7], разработанной отечественными учеными: Н. И. Колчиным, В. Н. Кудрявцевым, К. И. Гуляевым, Ф. Л. Литвиным, В. А. Гавриленко, Л. В. Коростелевым, Н. Н. Крыловым, Г. И. Шевелевой, В. С. Люкшиным, И. И. Дусевым, К. М. Писманником, В. И. Гольдфарбом, Я. С. Давыдовым, М. Л. Ериховым, С. А. Лагутиным и др., а также современные разработки теории реальных передач зацепления [8–16].

Учебные планы технических университетов, ведущих многоуровневую подготовку специалистов механико-машиностроительных направлений, минимизируют, а порой исключают общинженерные дисциплины, раскрывающие связи фундаменталь-

ных положений естествознания и инженерных приложений, в частности, теоретических положений создания механических приводов машин, построенных по схемам сопряженных зубчатых зацеплений.

Постановка задачи. Поставим задачу систематизировать условия, выполнение которых обязательно для того, чтобы синтезируемое зацепление было сопряженным. Сопряженные активные поверхности звеньев, составляющих высшую пару, обеспечивают постоянство передаточной функции скорости при взаимодействии этих звеньев, тем самым потенциально исключают генерацию переменного инерционного нагружения звеньев и связей привода в установившемся движении.

Второй задачей определим технологию реализации и разработку доказательства получения целого семейства сопряженных поверхностей без материализации производящей поверхности в станочном зацеплении, при этом производящую поверхность нужной геометрии получим как огибающую в движении подачи инструмента при двухпараметрическом огибании.

Теория. Техническое задание на проектирование трехзвенного механического привода на базе зубчатой передачи, как правило, содержит кинематическую схему, содержащую взаимное расположение осей звеньев и значение передаточной функции скорости, что позволяет на уровне эскизного проектирования определить геометрию аксоидов зубчатой передачи и геометро-кинематическую модель передачи в целом.

Обратимся к рис. 1, на котором изображена кинематическая схема зубчатой передачи общего вида (рис. 1а) и установим связь параметров схемы с абсолютным и относительным движением звеньев передачи (рис. 1б).

Обозначим $A = r_w + r_{w2}$ — длину межосевого перпендикуляра, ω_1 и ω_2 — векторы абсолютных скоростей вращения звеньев 1 и 2, передаточную функцию скорости $U_{1,2} = \frac{|\omega_1|}{|\omega_2|} = \frac{z_2}{z_1}$, где z_1 и z_2 — числа зубьев звеньев передачи, δ — угол скрещивания осей звеньев. Придадим звеньям движение со скоростью — ω_2 , тем самым «остановим» движение звена 2 и относительное движение звеньев будет винтовым вдоль и вокруг оси вращения-скольжения $\Omega_{1,2} = \omega_1 + (-\omega_2)$, при этом скорость относительно го вращения будет такой

$$\Omega_{1,2} = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + 2\omega_1\omega_2 \cos \delta}, \quad (1)$$

при этом $180 - \delta = \delta_1 + \delta_2$, а $U_{1,2} = \frac{|\omega_1|}{|\omega_2|} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1}$ или $\frac{\omega_1}{\sin \delta_2} = \frac{\omega_2}{\sin \delta_1}$.

Следуя [1] параметр « p » относительного винтового движения звеньев также может быть определен из кинематической схемы передачи [1]:

$$p = A \frac{U_{2,1} \sin \delta}{1 - 2U_{2,1} \cos \delta + U_{2,1}^2}, \quad (2)$$

в (2) $U_{2,1} = \frac{1}{U_{1,2}}$.

Таким образом, положение оси вращения — скольжения и параметры относительного винтового движения звеньев вполне определяются кинематической схемой передачи, заданным значением ско-

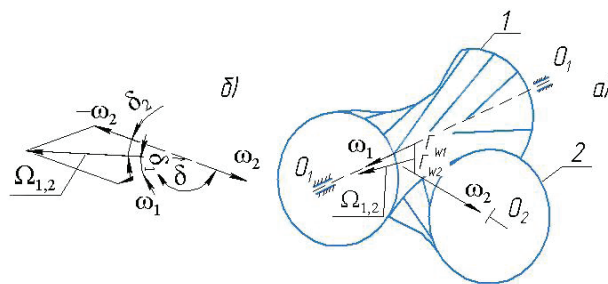


Рис. 1. Центроиды передачи общего вида

рости входного движения и передаточной функции привода.

Аксоидами передачи общего вида являются гиперболоиды вращения, образуемые вращением оси Ω вокруг осей $O_1 - O_1$ и $O_2 - O_2$, т. е. ось вращения-скольжения является линией касания аксоидов, и ее расположение определяет, в том числе, углы наклона зубьев зубчатой передачи общего вида.

Для синтеза конкретной механической передачи используются локальные участки аксоидов, например, для винтовой передачи используют участки в зоне горлового сечения гиперболоидов.

В частных, но имеющих широкое приложение вариантах схемных решений механических передач с пересекающимися или параллельными осями вращения звеньев, относительное движение будет вращательным с осью вращения. Так в конических передачах это общая образующая конусов-аксоидов, проходящая через точку пересечения осей звеньев передачи, или эта ось располагается параллельно осям вращения звеньев у цилиндрических, плоских передач, при этом

$$\Omega = \omega_1 \pm \omega_2, \quad (3)$$

а параметр p относительного движения $\delta = 0$ по (2) станет равным нулю.

Параметры кинематической схемы и внешнее силовое нагружение передачи позволяют составить картину силового нагружения как звеньев, так и кинематических пар. Работоспособность передачи по критерию прочности обеспечивается, главным образом, уровнем контактных напряжений элементов высшей пары и изгибной прочностью зубьев.

Обеспечение нормируемого уровня напряжений достигается характеристиками кривизны активных поверхностей зубьев.

В сопряженных зацеплениях на всей фазе зацепления пары зубьев должна сохраняться заданной передаточная функция, которая для минимизации динамического нагружения элементов высшей пары в большинстве передач имеет постоянное значение.

Выполнение этого условия и основного закона зацепления при произвольно выбранных профилях зубьев невозможно. В частности, для плоских цилиндрических передач необходимо исполнение условий, сформулированных теоремой Эйлера — Савари, связывающей радиусы центроид и радиусы кривизны профилей зубьев зависимостью вида:

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \left(\frac{1}{r_{np1}} + \frac{1}{r_{np2}} \right) \sin \alpha, \quad (4)$$

где r_1 и r_2 — радиусы кривизны центроид звеньев 1 и 2; r_{np1} и r_{np2} — радиусы кривизны профилей зу-

бьев в точке контакта; α — угол зацепления — угол между касательной к центроидам и общей нормалью к профилям.

Для создания сопряженного зацепления должно быть задано r_1, r_2, r_{np1} , постоянное значение угла зацепления или фазное его изменение, тогда по (4) определяется зависимое значение r_{np2} , что соответствует образованию сопряженных зацепления по одному из двух способов, предложенных французским геометром Т. Оливье.

Для расчета уровня контактных напряжений в высшей паре по уравнению Герца необходимо знание значения приведенного радиуса кривизны $\rho_{прив}$ контактирующих поверхностей, который после определения r_{np2} по (4) определяется как

$$\rho_{прив} = \frac{r_{np1} r_{np2}}{r_{np1} + r_{np2}} \sin \alpha. \quad (5)$$

Сформулируем общие свойства геометрии активных поверхностей p_1 и p_2 сопряженных зацеплений. Обратимся к рис. 2, где показаны оси $O_1 - O_1$ и $O_2 - O_2$ вращения звеньев с угловыми скоростями ω_1 и ω_2 . Зацепление общего вида с точечным контактом активных поверхностей P_1 и P_2 , мгновенные радиусы r_1 и r_2 вращения точка К вокруг осей $O_1 - O_1$ и $O_2 - O_2$. Через точку К проходит контакт-нормаль $n-n$ к P_1 и P_2 .

Линейные скорости вращения точки К, принадлежащей P_1 и P_2 , определим как

$$v_1 = \omega_1 r_1 \text{ и } v_2 = \omega_2 r_2. \quad (6)$$

Для нормальной работы зацепления необходимо, чтобы проекции окружных скоростей v_1 и v_2 точки К на нормаль $n-n$ были одинаковыми. Обозначив ε_1 и ε_2 — углы между векторами v_1 и v_2 и контакт — нормалью $n-n$, это условие означает

$$v_{n1} = v_1 \cos \varepsilon_1; v_{n2} = v_2 \cos \varepsilon_2 \text{ и } v_{n1} = v_{n2} = v_n. \quad (7)$$

Передачное отношение передачи при выполнении условия (7) будет таким:

$$U_{1,2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2 \cos \varepsilon_2}{r_1 \cos \varepsilon_1}. \quad (8)$$

В частном, но практически важном случае имеет место $U_{1,2} = const$, что физически означает, что в каждой последующей точке К контакта на поверхностях P_1 и P_2 , в течение всей фазы их зацепления выполняется условие

$$r_1 \cos \varepsilon_1 = const \text{ и } r_2 \cos \varepsilon_2 = const, \quad (9)$$

которое можно считать общим критерием сопряженности зацепления.

Технологически реализовать образование сопряженных зацеплений общего вида по условиям (8) и (9) можно однопараметрическим огибанием производящей поверхностью Q , совершающей в станочном зацеплении прямолинейное, равномерное поступательное движение в любом направлении, а огибающая P , являясь активной поверхностью зуба будущей передачи, имеет согласованное с движением Q вращательное движение вокруг некоторой оси $O-O$. При этом производящая поверхность Q исполнена такой формы, что нормали к ней в любой ее точке составляют постоянный угол с направ-

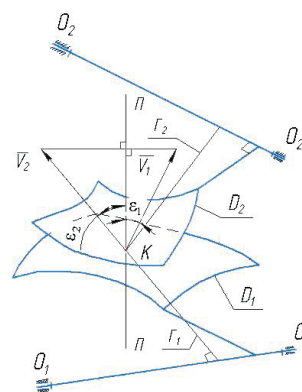


Рис. 2. Сопряженное зацепление общего вида

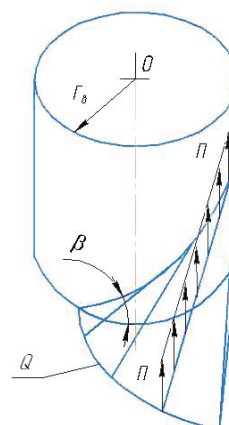


Рис. 3. Частный вид производящей поверхности

лением поступательного движения в ее движении в станочном зацеплении. В этом случае в любой точке Q будет $\varepsilon = const$, это свойство перейдет на огибающую, проекции скоростей точек P на нормаль окажутся одинаковыми и условие (9) будет выполнено.

Представить геометрию Q общего вида весьма затруднительно, и она вряд ли будет технологичной, поэтому реально используются частные виды множества Q , а именно эквивалентный геликоид (рис. 3), круговой конус и плоскость. Эвольвентный геликоид является линейчатой развертывающейся поверхностью, все нормали $n-n$ вдоль ее образующей имеют одинаковый угол с направлением ее поступательного движения обкатки, это относится также к круговому конусу и плоскости. Именно эти частные виды Q лежат в основе геометрии стандартного зубообрабатывающего инструмента.

Как показано в [10], семейство сопряженных зацеплений можно создавать без физической материализации производящей поверхности Q , а для выполнения условия (8) использовать огибающую стандартного инструмента в движении подачи последнего в станочном зацеплении, тем самым реализуя в нем двухпараметрическое огибание. Независимое от обкатки движение подачи производится в плоскости оси заготовки и межосевого перпендикуляра в станочном зацеплении и характеристика инструмента в каждый момент будет совпадать

с прямолинейной образующей инструмента, а огибающая в таком движении приобретает свойство постоянства угла нормалей к Q и это свойство будет перенесено на обрабатываемую поверхность P . Каждое колесо передачи может быть обработано при различном характере подачи инструмента, следовательно, имеют место две производящие развертывающиеся поверхности Q_1 и Q_2 , образующие неконгруэнтную производящую пару, что позволяет синтезировать зацепления с требуемой степенью локализации контакта активных поверхностей, а пересопряжение зубьев обеспечивается только равенством нормальных шагов инструментальных поверхностей.

Выводы и заключение. Для минимизации динамического нагружения звеньев и связей механического привода, создаваемого на базе зубчатых передач, следует использовать сопряженные зацепления.

Уточнено понятие сопряженного зубчатого зацепления и показаны условия его синтеза.

Относительное движение звеньев зубчатой передачи общего вида является винтовым, кинематическая схема передачи позволяет определить положение оси вращения-скольжения, геометрию аксоидов и картину силового нагружения звеньев и подвижных соединений, в том числе уровень силовой нагрузки в высшей паре, которая с учетом скольжения элементов пары определяет работоспособность передачи в целом.

Приведены принципиально новые и общие условия синтеза сопряженных зацеплений, технологически реализуемых как однопараметрическим, так и двухпараметрическим огибанием инструментальной поверхностью с определенными свойствами.

Показано, что двухпараметрическое огибание позволяет синтезировать класс зацеплений с нужной и широкой степенью локализации активных поверхностей зубьев.

Материал статьи адресован разработчикам новой техники, кинематическая схема которых содержит зубчатые передачи.

Библиографический список

- Литвин Ф. А. Теория зубчатых зацеплений. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Наука, 1968. 584 с.
- Гавриленко В. А. Зубчатые передачи в машиностроении. М.: Машгиз, 1962. 531 с.
- Давыдов Я. С. Образование сопряженных поверхностей в зубчатых передачах по принципу жесткой неконгруэнтной производящей пары // Вестник машиностроения. 1963. № 2. С. 9–13.
- Колчин Н. И. Механика машин. В 2 т. 2-е изд., перераб. М.; Л.: Машгиз, 1962. Т. 1. 550 с.
- Коростелев Л. В. Кинематические показатели несущей способности пространственных зацеплений // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 1965. № 7.
- Крылов Н. Н. Теория зацепления огибающих двухпараметрического семейства поверхностей // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 1963. № 12.
- Шевелева Г. И. Теория формообразования и контакта движущихся тел. М.: Станкин, 1999. 494 с.
- Балакин П. Д. Элементы теории реальных механических систем: моногр. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2016. 270 с. ISBN 978-5-8149-2208-3.
- Балакин П. Д. Об одном способе образования класса сопряженных зацеплений с адаптивными свойствами // Омский научный вестник. 2001. № 14. С. 86–89.
- Балакин П. Д., Лагутин С. А. Производящая поверхность при двухпараметрическом огибании // Механика машин. 1983. № 61. С. 16–19.
- Новиков Е. С., Сильченко П. Н., Тимофеев Г. А. [и др.]. Оценка влияния погрешностей изготовления зубчатых передач на качественные показатели приводов летательных аппаратов // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2019. № 1 (706). С. 29–36. DOI: 10.18698/0536-1044-2019-1-29-36.
- Кучерюк В. И., Бабичев Д. Т., Шапала И. В. К системной оптимизации прямозубых цилиндрических передач // Интеллектуальные системы в производстве. 2019. Т. 17, № 3. С. 14–19. DOI: 10.22213/2410-9304-2019-3-14-19.
- Тимофеев Б. П., Ковалевич А. В., Сачков М. Ю. Использование простых поверхностей зубьев в несопряженных передачах // Тракторы и сельхозмашины. 2020. № 1. С. 62–70. DOI: 10.31992/0321-4443-2020-1-62-70.
- Тимофеев Б. П., Абрамчук М. В., Бжихатлов И. А. Определение параметров точности многозвенных зубчатых механизмов // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2019. Т. 62, № 12. С. 1092–1097. DOI: 10.17586/0021-3454-2019-62-12-1092-1097.
- Тимофеев Б. П., Пономаренко М. Ю., Ковалевич А. В. Приближенные зубчатые передачи с кусочно-линейным контактом // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2018. Т. 61, № 2. С. 135–140. DOI: 10.17586/0021-3454-2018-61-2-135-140.
- Лебедев С. Ю., Бабичев Д. Т. Оптимизация формы линии зацепления, как метод синтеза цилиндрических передач // Проблемы машиноведения: материалы III Междунар. науч.-техн. конф. 2019. С. 145–150. ISBN 978-5-8149-2822-1.

БАЛАКИН Павел Дмитриевич, доктор технических наук, профессор (Россия), заведующий кафедрой «Машиноведение».

SPIN-код: 5494-0218

AuthorID (РИНЦ): 267798

AuthorID (SCOPUS): 57191041281

БЕЛЬКОВ Валентин Николаевич, кандидат технических наук, профессор кафедры «Машиноведение».

SPIN-код: 5566-7889

ORCID: 0000-0002-6322-6053

AuthorID (SCOPUS): 57200723169

ResearcherID: B-7754-2019

Адрес для переписки: tmm@omgtu.ru

Для цитирования

Балакин П. Д., Бельков В. Н. Теоретические положения синтеза сопряженных зацеплений // Омский научный вестник. 2020. № 6 (174). С. 5–8. DOI: 10.25206/1813-8225-2020-174-5-8.

Статья поступила в редакцию 09.10.2020 г.

© П. Д. Балакин, В. Н. Бельков