

УДК 621.835.51-74

DOI: 10.25206/1813-8225-2021-178-5-12

Ю. П. МАКУШЕВ¹
Т. А. ПОЛЯКОВА¹
Л. Ю. ВОЛКОВА²
В. В. РЫНДИН³

¹Сибирский государственный
автомобильно-дорожный университет,
г. Омск

²Калининградский государственный
технический университет,
г. Калининград

³Павлодарский государственный
университет им. С. Торайгырова,
г. Павлодар,
Республика Казахстан

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ И ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ВЫСОТЫ ПОДЪЕМА И СКОРОСТИ ТОЛКАТЕЛЯ ТАНГЕНЦИАЛЬНЫХ КУЛАЧКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММЫ MATHCAD

В статье показаны особенности конструкции тангенциальных кулачков с закруглением его вершины, приведена методика определения высоты подъема и скорости толкателя при качении ролика по прямой линии и его контакте с действительным профилем кулачка. Уточнены формулы для кинематического расчета тангенциального кулачка с учетом радиуса начальной окружности вала, радиуса закругления вершины кулачка и величины радиуса ролика толкателя. Приведены расчеты по определению хода и скорости толкателя при качении ролика на участках прямой и дугообразной поверхности тангенциальных кулачков с радиусом закругления 6 и 10 мм. Предложены формулы для определения подъема толкателя на участке качения ролика по радиусу вершины кулачка при постоянном коэффициенте $\lambda = 1$ и $\lambda = 1,5$. С использованием программы Mathcad выполнены расчеты и построены совмещенные графики подъема толкателя и изменения его скорости для двух видов тангенциальных кулачков.

Ключевые слова: тангенциальный кулачок, вывод формул, расчет высоты подъема и скорости толкателя, программа Mathcad, графики.

Введение. Кинематика и динамика толкателя кулачкового механизма зависит от выбранного профиля кулачка. По конструктивному исполнению в различных механизмах и узлах применяют кулач-

ки с тангенциальным, выпуклым и вогнутым профилем.

Вопросам, связанным с особенностями проектирования профилей кулачков, конструкций РПД

посвящен ряд научных исследований зарубежных и отечественных авторов. Синтез кулачкового механизма с роликовым толкателем на основе подходов оптимизации и анализа надежности рассматривается в работе F. Djeddou, L. Smata, H. Ferhat [1]. Авторы на первом этапе своего исследования проводят предварительную детерминированную оптимизацию для определения оптимального размера кулачковой системы и обеспечения ее высоких эксплуатационных характеристик, после чего, на втором этапе, изучают механизм надежности, оценивая вероятность отказа его системы [1]. Аналогичное исследование кулачкового механизма, основанное на детерминированном и вероятностном подходах, представлено в научной статье A. Redjeht, F. Djeddou, H. Ferhat [2]. F. Hamza (с соавт.) предлагают «новый эволюционный алгоритм, называемый модифицированной адаптивной дифференциальной эволюцией (MADE) для многоцелевой оптимизации кулачкового механизма со смещенным перемещающим роликовым толкателем» [3, с. 1267]. По мнению авторов, процедура оптимизации должна быть нацелена на «минимальную перегрузку, максимальную эффективность и максимальное сопротивление кулачка» [3, с. 1267].

К. К. Ивашин, О. Б. Никитина на примере расчёта кулачкового механизма с изменяемым параметром (скорость скольжения) проводят анализ влияния конструкции кулачкового механизма на его характеристики, обращая внимание на то, что алгоритм расчёта может быть построен на базе простых последовательных вычислений с использованием численных методов [4]. Аналитический подход к проектированию кулачковых механизмов описывают в своей работе Т. Ф. Соловьева, И. В. Костюк и С. В. Зубова [5]. Авторы приводят пример расчета и строят профиль кулачка с тарельчатым толкателем в полярных координатах [5, с. 121]. Аналитический метод расчета профиля плоского кулачка для кулачковых механизмов с роликовым коромыслом, роликовым и тарельчатым толкателями представлен в работе Б. В. Пылаева [6]. И. В. Леонов предлагает методику оценки качества кулачкового механизма и программу его расчета на ЭВМ [7].

Автору статьи «путем математического моделирования критериев качества кулачкового механизма» удалось выявить «зависимость необходимых размеров кулачка от угла переключения с разгона на торможение толкателя», что, по его

мнению, позволяет «усовершенствовать методику расчета кулачкового механизма, а также снизить расход энергии и износ звеньев» [7, с. 29]. Э. А. Павлова, А. Н. Луцко рассматривают процесс проектирования профиля кулачка, включая «визуализацию всех этапов синтеза, в том числе определение центра вращения кулачка и построение профиля кулачка переменной кривизны» с использованием системы Mathcad [8, с. 174].

При этом следует отметить, что вопросы, связанные с исследованием и построением профилей тангенциальных кулачков, а также их кинематическим расчетом, в научной литературе отражены недостаточно. В то же время тангенциальные кулачки являются наиболее простыми по способу изготовления и, наряду с выпуклыми (гармоническими) и вогнутыми, широко применяются в автотракторных двигателях, в механизмах газораспределения и системах подачи топлива.

1. Проектирование тангенциальных кулачков.

Анализ научной и научно-методической литературы показал, что проектирование профилей кулачков может быть выполнено следующими способами:

1. Задаются профилем кулачка, состоящего из части окружности вала, закругления вершины кулачка, прямых линий, дуг, обеспечивающих плавное сопряжение отдельных участков, требуемое значение высоты подъема толкателя, допустимых его скорости и ускорения.

2. Выбирают вид изменения скорости, например, плунжера насоса-форсунки, который должен создавать высокое давление для подачи топлива в камеру сгорания двигателя внутреннего сгорания. График скорости может иметь форму, близкую к треугольнику или трапеции, и должен соответствовать равноускоренному разгону и ранозамедленному торможению плунжера [9]. Затем путем графического интегрирования и дифференцирования [10] строят кривую пути плунжера, ускорения, обеспечивая требуемую характеристику впрыскивания топлива.

Для уменьшения трения и износа поверхности кулачка на толкатель устанавливают вращающийся ролик.

При разработке кулачка возможно проектирование центрового и действительного профиля. **Центровой профиль** представляет собой траекторию движения центра ролика вокруг внешней поверхности кулачка. Ролик вместе с толкателем совершает возвратно-поступательные движения относительно

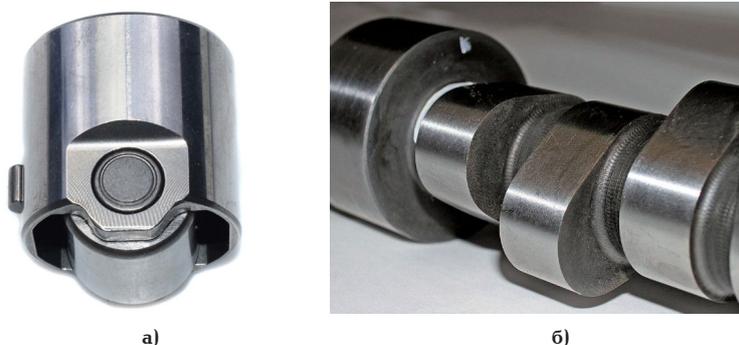


Рис. 1. Роликовый толкатель (а) и кулачковый вал (б)

(Источник: <https://ae01.alicdn.com/kf/H07f6b2d41ba94895b21b50da6dbda9650/6L109311-2700500122.jpg> (а); <https://im0-tub-ru.yandex.net/i?id=0cd8fa9fb93480aeb1a85d8145ff853b&n=13> (б))

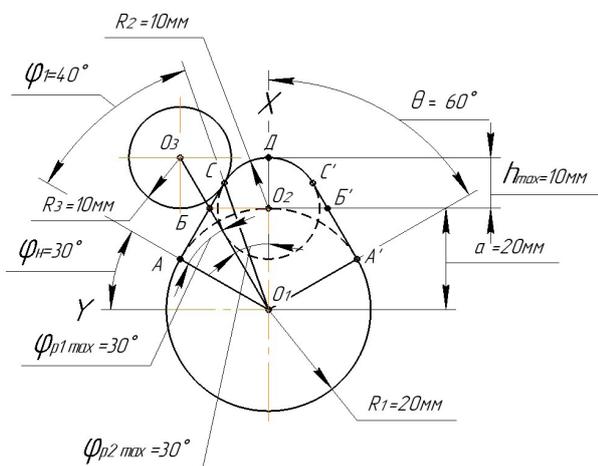


Рис. 2. Схема тангенциального кулачка с радиусами $R_1 = 20$ мм и $R_2 = 10$ мм

оси. Толкатель возвращается в исходное положение под действием усилия сжатой пружины.

Действительный профиль — это внешний профиль кулачка, изготовленный из металла (например, стали 45X) с учетом необходимых размеров, шероховатости (класса чистоты) и класса точности. На рис. 1 показан роликовый толкатель и кулачковый вал.

2. Расчет тангенциального кулачка с радиусом вершины $R_2 = 10$ мм и $\lambda = 1$.

Радиус начальной окружности кулачкового вала (рис. 2) определяется из выражения [11]

$$R_1 = (1,5 - 2,5) \cdot h_{\max}, \quad (1)$$

где h_{\max} — максимальный ход толкателя, величина которого зависит от конструкции разрабатываемого механизма (хода клапана механизма газораспределения двигателя, хода плунжера насоса высокого давления для подачи топлива).

Радиус дуги вершины кулачка R_2 выбирают из конструктивных соображений или определяют расчетным путем по формуле

$$\begin{aligned} R_2 &= (R_1 + h_{\max}) - a = \\ &= (20 \text{ мм} + 10 \text{ мм}) - 20 \text{ мм} = 10 \text{ мм}, \quad (2) \end{aligned}$$

где a — расстояние между центрами O_1 и O_2 окружностей радиусом R_1 и R_2 ,

$$\begin{aligned} a &= (R_1 + h_{\max}) - R_2 = \\ &= (20 \text{ мм} + 10 \text{ мм}) - 10 \text{ мм} = 20 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Определим путь ролика по прямолинейной поверхности AB и дуге BCD, образованной радиусом $R_2 = 10$ мм (рис. 2).

Действительный профиль тангенциального кулачка образован двумя окружностями радиусом $R_1 = 20$ мм и $R_2 = 10$ мм. Окружности соединены касательной прямой. Из центра O_1 и O_2 к касательной прямой проведены перпендикулярные линии, что позволило определить положение точки A (начало подъема ролика) и точки B (конец подъема ролика по прямой линии). Начало подъема ролика от оси Y до точки A (рис. 2) обозначим в градусах ($\varphi_{p1\max} = 30^\circ$ с учетом размеров кулачка).

От точки A до точки D (вершины кулачка) осуществляется подъем ролика выраженный в градусах и этот угол является рабочим ($\theta = 60^\circ$). От точки B до точки C — граничная зона, в которой происходит плавное сопряжение прямой линии и дуги.

Центр ролика O_3 радиусом $R_3 = 10$ мм соединим прямой линией с центром вала O_1 . Угол O_3-O_1-A обозначим $\varphi_{p1\max} = 30^\circ$ (получен по результатам графического построения).

Радиус ролика в первом приближении определяют по формуле (3) и уточняют его значение и ширину в зависимости от допустимых контактных напряжений с поверхностью кулачка.

$$R_3 = (0,5 \dots 0,7) R_1. \quad (3)$$

Расчетное значение $\varphi_{p1\max}$ зависит от конструктивных параметров кулачка, ролика толкателя и определяется из выражения

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_{p1\max} &= a \cdot \sin \theta / (R_1 + R_2) = \\ &= 20 \cdot \sin 60^\circ / (20 + 10) = 0,577, \quad (4) \end{aligned}$$

где $\sin 60^\circ \approx 0,866$; $\operatorname{tg} \varphi_{p1\max} \approx 0,577$; $\varphi_{p1\max} = 30^\circ$.

Максимальный подъем роликового толкателя составит 10 мм ($h_{\max} = 10$ мм). Расстояние между центрами окружностей O_1 и O_2 равно 20 мм ($a = 20$ мм). Угол между точками B- O_1 -D, согласно рис. 2, равен 30° ($\varphi_{p2\max} = 30^\circ$).

Расчетное значение $\varphi_{p2\max}$ определяется из выражения

$$\varphi_{p2\max} = \theta - \varphi_{p1\max} = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ. \quad (5)$$

Из анализа рис. 2 следует, что угол O_3-O_1-A или $\varphi_{p1\max} = 30^\circ$, а $\cos 30^\circ \approx 0,866$. Наружная поверхность ролика толкателя контактирует с поверхностью кулачка в точке C. Центр толкателя O_3 ролика в данном положении пройдет максимальный путь (ход) равный [12, 13]

$$\begin{aligned} \Delta h_{1\max} &= (R_1 + R_3) \cdot \left(\frac{1}{\cos \varphi_{p1\max}} - 1 \right) = \\ &= (20 + 10) \cdot \left(\frac{1}{0,866} - 1 \right) = 4,64 \text{ мм}. \quad (6) \end{aligned}$$

При движении (качении) ролика по дуге радиусом 10 мм его ход должен увеличиться на 5,0 ... 5,4 мм. От точки B до точки D (до оси X) угол $\varphi_{p2\max} = 30^\circ$. За начало расчета второго участка принимаем участок, при котором качение ролика толкателя с прямой линией переходит на дугу окружности радиуса $R_2 = 10$ мм.

Выше точки B начинается сопряжение прямой линии и дуги. Угол поворота соответствует качению ролика по дуге окружности радиуса R_2 до точки максимального подъема толкателя.

Приращение хода толкателя (высоты подъема) на втором участке (дуге) определяется по измененной формуле с учетом работы [14, с. 306]

$$\Delta h_2 = a \cdot \left[\frac{\cos(\theta - (\varphi_{p1\max} + \varphi_{p2})) + \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\theta - (\varphi_{p1\max} + \varphi_{p2}))}}{\cos(\theta - (\varphi_{p1\max} + \varphi_{p2}))} \right] - (R_1 + R_3)$$

или, в упрощенном виде,

$$\Delta h_2 = a \cdot \left[\frac{\cos(\theta_1 - \varphi_{p2}) + \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\theta_1 - \varphi_{p2})}}{\cos \varphi} \right] - (R_1 + R_3), \quad (7)$$

где $\theta_1 = \theta - \varphi_{p1max}$, $\varphi_{p1max} = 30^\circ$, $0 \leq \varphi_{p2} \leq 30^\circ$, $a = 20$ мм — расстояние от центров окружностей радиусом R_1 и R_2 ; λ — постоянный коэффициент, зависящий от принятых размеров кулачка.

Применение в данной работе значения $\theta_1 = \theta - \varphi_{p1max}$ значительно упрощает расчеты при определении подъема толкателя. Следует отметить, что в работе [14] при определении хода толкателя Δh_2 не совсем понятно, какое значение угла φ нужно отнимать от значения θ .

Коэффициент λ зависит от межцентрового расстояния a , радиуса вершины кулачка R_2 , радиуса ролика R_3 и определяется в нашем примере по формуле

$$\lambda = a / (R_2 + R_3) = 20 / (10 + 10) = 1. \quad (8)$$

Для $\lambda = 1$ формулу (7) в данной работе рекомендуется применять в упрощенном виде, что очень важно для расчета кулачка.

$$\begin{aligned} \Delta h_2 &= a \cdot \left[\cos(\theta_1 - \varphi_{p2}) + \sqrt{1 - \sin^2(\theta_1 - \varphi_{p2})} \right] - (R_1 + R_3) = \\ &= a \cdot \left[\cos(\theta_1 - \varphi_{p2}) + \cos(\theta_1 - \varphi_{p2}) \right] - (R_1 + R_3) = \\ &= 2a \cdot \cos(\theta_1 - \varphi_{p2}) - (R_1 + R_3), \\ \Delta h_2 &= 2a \cdot \cos(\theta_1 - \varphi_{p2}) - (R_1 + R_3). \end{aligned} \quad (9)$$

Предположим, что качение ролика по прямой закончилось при $\varphi_{p1} = 30^\circ$ и только началось качение по дуге. Для $\theta = 60^\circ$, $\varphi_{p1} = 30^\circ$ и $\varphi_{p2} = 0^\circ$ (точка Б), с учетом того, что $\theta_1 = \theta - \varphi_{p1max} = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$, по формуле (9) получим

$$\Delta h_2 = 2 \cdot 20 \cdot \cos(30^\circ - 0^\circ) - (20 + 10) = 4,64 \text{ мм.}$$

Расчет по формулам (6) и (9) показал, что увеличение хода центра ролика при его движении по прямой линии будет одинаковым и равен 4,64 мм. В точке Б величина $\Delta h_1 = \Delta h_2$.

При вращении вала кулачка угол φ_{p2} увеличивается с 0° , например, на 5° , 10° , 15° , 20° , 25° , 30° . Значения углов $\theta_1 - \varphi_{p2}$ будут уменьшаться. Например, при $\varphi_{p2} = 5^\circ$, $\theta_1 = \theta - \varphi_{p1max} = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$, $\theta_1 - \varphi_{p2} = 30^\circ - 5^\circ = 25^\circ$, $\cos 25^\circ \approx 0,906$. Соответствующее значение Δh_2 в этом случае по формуле (9) равно: $\Delta h_2 = 6,24$ мм (ход толкателя увеличился на 1,6 мм). Значения хода толкателя для φ_{p2} , равного 10° , 15° , 25° , 30° по формуле (9), соответственно, равны: 7,60 мм; 8,64 мм; 9,40 мм; 9,84 мм; 10,0 мм.

Для нахождения скорости толкателя на каждом из участков его движения (ϑ_1 — на прямолинейном участке АБ и ϑ_2 — на участке СД с закруглением) продифференцируем функцию перемещения Δh_1 , заданную, соответственно, уравнениями (6) и (9) по переменной t (физический смысл первой производной). При нахождении производной учитываем, что φ — угол поворота толкателя зависит от времени t : $\varphi = \omega \cdot t$, где $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ — угловая скорость вращения кулачкового вала в рассматриваемый момент времени (в нашем примере $\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \approx \frac{314 \cdot 1000}{30} \approx 104,6 \text{ с}^{-1}$). Тогда функция $h = h(\varphi) = h(\varphi(t))$, следовательно:

$$\begin{aligned} \vartheta_1 &= \frac{dh}{dt} = \frac{dh}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \\ &= \omega \cdot \frac{dh}{d\varphi} = \omega \cdot \left[(R_1 + R_3) \cdot \left(\frac{1}{\cos \varphi} - 1 \right) \right]'_{\varphi} = \\ &= \omega \cdot (R_1 + R_3) \cdot \frac{-(-\sin \varphi)}{\cos^2 \varphi} = \omega \cdot (R_1 + R_3) \cdot \frac{\sin \varphi}{\cos^2 \varphi} \end{aligned} \quad (10)$$

для прямолинейного участка и

$$\begin{aligned} \vartheta_2 &= \frac{dh}{dt} = \frac{dh}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{dh}{d\varphi} = \\ &= \omega \cdot \left(a \cdot \left[\cos(\theta_1 - \varphi) + \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\theta_1 - \varphi)} \right] - (R_1 + R_3) \right)'_{\varphi} = \\ &= \omega \cdot a \cdot \left[\sin(\theta_1 - \varphi) + \frac{-\lambda^2 \cdot 2 \sin(\theta_1 - \varphi) \cdot \cos(\theta_1 - \varphi) \cdot (-1)}{2\lambda \cdot \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\theta_1 - \varphi)}} \right] = \\ &= \omega \cdot a \cdot \sin(\theta_1 - \varphi) \left[1 + \frac{\lambda \cos(\theta_1 - \varphi)}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\theta_1 - \varphi)}} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

для участка с закруглением.

Обозначив $\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\theta_1 - \varphi)} = q$, получим:

$$\vartheta_2 = \omega \cdot a \cdot \sin(\theta_1 - \varphi) \cdot \left[1 + \frac{\lambda \cos(\theta_1 - \varphi)}{q} \right]. \quad (12)$$

Пусть $\lambda = 1$, $\theta_1 = \theta - \varphi_{p1max} = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$, $R_1 = 20$ мм, $R_2 = 10$ мм, $R_3 = 10$ мм, $\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \approx \frac{314 \cdot 1000}{30} \approx 104,6 \text{ мм} \cdot \text{с}^{-1}$, тогда расчетные формулы (6, 9, 10, 11) примут вид:

$$\Delta h_1 = 30 \cdot \left(\frac{1}{\cos \varphi_{p1}} - 1 \right), \quad 0 \leq \varphi_{p1} \leq 30^\circ. \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \vartheta_1 &= 104,6 \cdot 30 \cdot \frac{\sin \varphi_{p1}}{\cos^2 \varphi_{p1}} = 3138 \cdot \frac{\sin \varphi_{p1}}{\cos^2 \varphi_{p1}}, \\ &0 \leq \varphi_{p1} \leq 30^\circ. \end{aligned} \quad (14)$$

$$\Delta h_2 = 40 \cdot \cos(30^\circ - \varphi_{p2}) - 30, \quad 0 \leq \varphi_{p2} \leq 30^\circ. \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \vartheta_2 &= 104,6 \cdot 20 \cdot \sin(30^\circ - \varphi_{p2}) \times \\ &\times \left[1 + \frac{\cos(30^\circ - \varphi_{p2})}{\cos(30^\circ - \varphi_{p2})} \right] = 4184 \cdot \sin(30^\circ - \varphi_{p2}). \end{aligned} \quad (16)$$

Результаты вычислений по формулам (13–16) представлены в табл. 1.

3. Расчет тангенциального кулачка с радиусом вершины $R_2 = 6$ мм и $\lambda = 1,5$. Кулачок (рис. 3) имеет равные основные размеры при сравнении с кулачком, изображенным на рис. 2. Отличие составляют измененный радиус вершины кулачка и расстояние между центрами окружностей O_1 и O_2 .

Расстояние между центрами окружностей O_1 и O_2 равно 24 мм

$$\begin{aligned} a &= (R_1 + h_{max}) - R_2 = \\ &= (20 \text{ мм} + 10 \text{ мм}) - 6 \text{ мм} = 24 \text{ мм.} \end{aligned}$$

Радиус окружности вершины кулачка R_2 определяется расчетным путем из выражения

Расчетные данные хода (высоты подъема) и скорости толкателя

Прямолинейный участок			Криволинейный участок		
$\varphi_{p1}, ^\circ$	$h_1, \text{мм}$	$\vartheta_1, \text{мм/с}$	$\varphi_{p2}, ^\circ (\varphi_{n1}, ^\circ)^1$	$h_2, \text{мм}$	$\vartheta_2, \text{мм/с}$
0	0,00	0,00	30 (60)	10,00	0,00
5	0,12	276,14	25 (55)	9,84	364,01
10	0,45	561,70	20 (50)	9,40	728,02
15	1,05	872,36	15 (45)	8,64	1083,66
20	1,92	1214,41	10 (40)	7,60	1430,93
25	3,09	1616,07	5 (35)	6,24	1769,83
30	4,64	2093,05	0 (30)	4,64	2092,00

где $^1\varphi_n$ — угол поворота кулачкового вала в градусах.

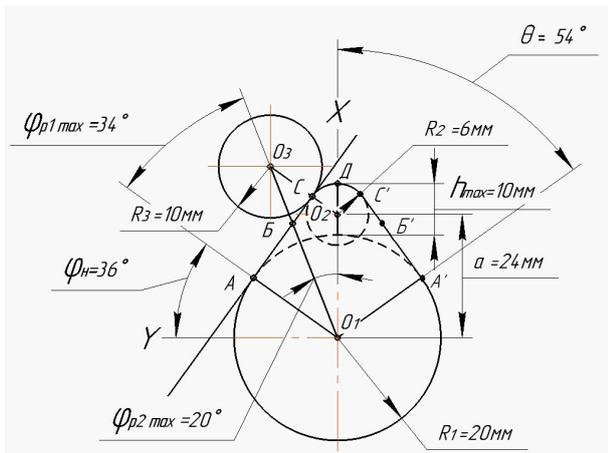


Рис. 3. Схема тангенциального кулачка с радиусами $R_1 = 20 \text{ мм}$ и $R_2 = 6 \text{ мм}$

$$R_2 = (R_1 + h_{\max}) - a = (20 \text{ мм} + 10 \text{ мм}) - 24 \text{ мм} = 6 \text{ мм}. \quad (17)$$

Угол начала подъема ролика толкателя от оси Y до точки A (рис. 3) обозначим $\varphi_n = 34^\circ$. Угол O_3-O_1-A качения ролика по прямой линии (по поверхности) ($\varphi_{p1\max} = 34^\circ$) необходим для расчета его подъема. Приращение хода толкателя на втором

участке (дуге) определяется по формуле (7), где угол $\theta_1 = \theta - \varphi_{p1\max} = 54^\circ - 34^\circ = 20^\circ$ (постоянный по величине).

Угол O_3-O_1-A качения ролика по дуге радиуса окружности вершины кулачка R_2 ($\varphi_{p2\max} = 20^\circ$) необходим для расчета его дальнейшего подъема.

Коэффициент λ по формуле (8) равен:

$$\lambda = a / (R_2 + R_3) = 24 / (6 + 10) = 1,5.$$

Пусть $\varphi_{p1\max} = 34^\circ, \theta = 54^\circ, \varphi_{p2\max} = 20^\circ, \theta_1 = \theta - \varphi_{p1\max} = 54^\circ - 34^\circ = 20^\circ, R_1 = 20 \text{ мм}, R_2 = 6 \text{ мм}, R_3 = 10 \text{ мм}, a = (R_1 + h_{\max}) - R_2 = (20 + 10) - 6 = 24 \text{ мм}, \omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \approx \frac{3,14 \cdot 1000}{30} \approx 104,6 \text{ с}^{-1}, \lambda = 1,5.$

Тогда расчетные формулы (6, 7, 10, 11) для нахождения $\Delta h_1, \vartheta_1, \Delta h_2, \vartheta_2$ принимают вид:

$$\Delta h_1 = (R_1 + R_3) \cdot \left(\frac{1}{\cos \varphi_{p1}} - 1 \right) = 30 \cdot \left(\frac{1}{\cos \varphi_{p1}} - 1 \right), \quad 0 \leq \varphi_{p1} \leq 34^\circ. \quad (18)$$

$$\vartheta_1 = \omega \cdot (R_1 + R_3) \cdot \frac{\sin \varphi_{p1}}{\cos^2 \varphi_{p1}} = 104,6 \cdot 30 \cdot \frac{\sin \varphi_{p1}}{\cos^2 \varphi_{p1}} = 3138 \cdot \frac{\sin \varphi_{p1}}{\cos^2 \varphi_{p1}}, \quad 0 \leq \varphi_{p1} \leq 34^\circ. \quad (19)$$

Таблица 2

Расчетные данные хода (высоты подъема) и скорости толкателя

Прямолинейный участок			Криволинейный участок		
$\varphi_{p1}, ^\circ$	$h_1, \text{мм}$	$\vartheta_1, \text{мм/с}$	$\varphi_{p2}, ^\circ (\varphi_{n1}, ^\circ)^1$	$h_2, \text{мм}$	$\vartheta_2, \text{мм/с}$
0	0,00	0,00	—	—	—
5	0,12	276,14	—	—	—
10	0,45	561,70	—	—	—
15	1,05	872,36	20 (54)	10,00	0,00
20	1,92	1214,41	15 (50)	9,77	547,52
25	3,09	1616,07	10 (45)	9,09	1105,37
30	4,64	2093,05	5 (40)	7,93	1672,64
34	6,20	2553,34	0 (34)	6,28	2268,83

где $^1\varphi_n$ — угол поворота кулачкового вала в градусах.

$$\Delta h_2 = a \cdot \left[\frac{\cos(\theta_1 - \varphi_{p2}) + \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\theta_1 - \varphi_{p2})}}{\lambda} \right] - (R_1 + R_3) =$$

$$= 24 \cdot \left[\cos(20^\circ - \varphi_{p2}) + \frac{2}{3} \sqrt{1 - \frac{9}{4} \sin^2(20^\circ - \varphi_{p2})} \right] - 30,$$

$$0 \leq \varphi_{p2} \leq 20^\circ. \quad (20)$$

$$\vartheta_2 = \omega \cdot a \cdot \sin(\theta_1 - \varphi_{p2}) \cdot \left[1 + \frac{\lambda \cos(\theta_1 - \varphi_{p2})}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\theta_1 - \varphi_{p2})}} \right] =$$

$$= 1046 \cdot 24 \cdot \sin(20^\circ - \varphi_{p2}) \cdot \left[1 + \frac{3 \cos(20^\circ - \varphi_{p2})}{2 \sqrt{1 - \frac{9}{4} \sin^2(20^\circ - \varphi_{p2})}} \right],$$

или

$$\vartheta_2 = 2510,4 \cdot \sin(20^\circ - \varphi_{p2}) \cdot \left[1 + \frac{3 \cos(20^\circ - \varphi_{p2})}{2 \sqrt{1 - \frac{9}{4} \sin^2(20^\circ - \varphi_{p2})}} \right],$$

$$0 \leq \varphi_{p2} \leq 20^\circ. \quad (21)$$

Результаты вычислений представлены в табл. 2.

4. Расчет тангенциальных кулачков и построение совмещенных графиков высоты подъема и скорости толкателя в системе Mathcad. Представим аналитическое и графическое решение поставленной задачи расчета перемещения и скорости толкателя тангенциальных кулачков в системе Mathcad [15, 16].

4.1. Расчет тангенциального кулачка (рис. 2) с закруглением вершины кулачка радиусом 10 мм при $\lambda=1$ и построение совмещенных графиков хода (высоты подъема) и скорости.

Дано:

$\lambda := 1$ — постоянный коэффициент, зависящий от размеров кулачка.

$R_1 := 20$ мм; $R_2 := 10$ мм; $R_3 := 10$ мм; $a := 20$ мм; $\Theta := 60$ град.

Расчёт высоты подъёма толкателя на прямолинейном участке АБ, мм

$$h_1(\varphi) := (R_1 + R_3) \cdot \left(\frac{1}{\cos(\varphi \cdot \text{deg})} - 1 \right).$$

Подъёма толкателя на участке с закруглением ББ', мм

$$h_2(\varphi) := a \cdot \left[\frac{\cos[(\Theta - \varphi) \cdot \text{deg}] + \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2[(\Theta - \varphi) \cdot \text{deg}]}}{\lambda} \right] - (R_1 + R_3).$$

Высота подъёма толкателя на прямолинейном участке Б'А', мм

$$h_3(\varphi) := (R_1 + R_3) \cdot \left(\frac{1}{\cos[(2\Theta - \varphi) \cdot \text{deg}]} - 1 \right).$$

Объединение трёх графиков в один

$$h(\varphi) := \begin{cases} h_1(\varphi) & \text{if } \varphi \geq 0 \leq 30 \\ h_2(\varphi) & \text{if } \varphi \geq 30 \leq 90 \\ h_3(\varphi) & \text{if } \varphi \geq 90 \leq 120 \end{cases}$$

Расчёт скорости толкателя на участке АБ, м/с

$$v_1(\varphi) := \omega \cdot (R_1 + R_3) \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{\sin(\varphi \cdot \text{deg})}{\cos(\varphi \cdot \text{deg})^2} \right).$$

Расчёт скорости толкателя на участке ББ', м/с

$$v_2(\varphi) := 10^{-3} \omega \cdot a \cdot \sin[(\Theta - \varphi) \cdot \text{deg}] \times$$

$$\times \left[1 + \frac{\lambda \cos[(\Theta - \varphi) \cdot \text{deg}]}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2[(\Theta - \varphi) \cdot \text{deg}]}} \right].$$

Расчёт скорости толкателя на участке Б'А', м/с

$$v_3(\varphi) := -\omega \cdot (R_1 + R_3) \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\sin[(2\Theta - \varphi) \cdot \text{deg}]}{\cos^2[(2\Theta - \varphi) \cdot \text{deg}]}.$$

Объединение трёх графиков в один

$$v(\varphi) := \begin{cases} v_1(\varphi) & \text{if } \varphi \geq 0 \leq 30 \\ v_2(\varphi) & \text{if } \varphi \geq 30 \leq 90 \\ v_3(\varphi) & \text{if } \varphi \geq 90 \leq 120 \end{cases}$$

Совмещенные графики высоты подъема и скорости толкателя для рассматриваемого кулачка представлены на рис. 4.

4.2. Расчет тангенциального кулачка (рис. 3) с закруглением вершины кулачка радиусом 6 мм при $\lambda=1,5$ и построение совмещенных графиков хода (высоты подъема) и скорости.

Определение высоты подъема (хода) и скорости толкателя.

Дано:

$\lambda := 1,5$ — постоянный коэффициент, зависящий от размеров кулачка.

$R_1 := 20$ мм; $R_2 := 6$ мм; $R_3 := 10$ мм; $a := 24$ мм; $\Theta := 54$ град.

$\varphi := 0 \dots 108$.

Расчёт высоты подъёма и скорости толкателя на прямолинейном (АБ) и закругленном (БА) участках в системе Mathcad производится согласно алгоритму, изложенному в п. 4.1. Изменились только значения λ , R_2 , a и Θ .

Графики высоты подъема и скорости толкателя для рассматриваемого кулачка представлены на рис. 5.

Анализ совмещенных графиков, приведенных на рис. 4 и рис. 5, позволяет выбрать, например,

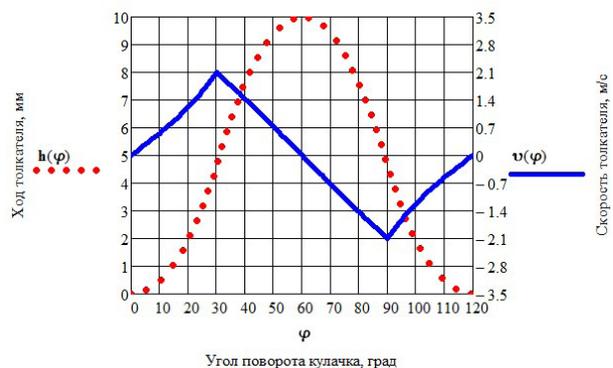


Рис. 4. Кривые хода $h(\varphi)$ и скорости $v(\varphi)$ толкателя в зависимости от угла поворота кулачкового вала при $R_2 = 10$ мм и $\lambda = 1$

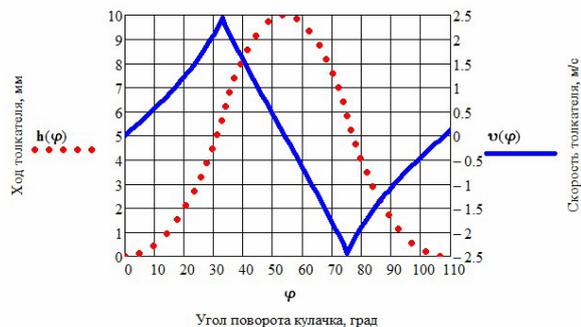


Рис. 5. Изменение высоты подъема и скорости толкателя тангенциального кулачка с радиусами закругления $R_2 = 6$ мм при $\lambda = 1,5$

участок начала и конца подачи топлива насосфорсункой при максимальной скорости толкателя (плунжера), что обеспечивает интенсивный впрыск. При этом улучшается процесс подачи топлива, снижается его расход и уменьшается вредность отработавших газов. Процесс подачи топлива должен закончиться до пика максимальной скорости, иначе это может способствовать повышению контактных напряжений и увеличит износ пары «ролик – кулачок».

Выводы.

1. Приведены расчеты в среде Mathcad по определению хода (подъема) толкателя при качении ролика на участках прямой и дугообразной поверхности тангенциального кулачка с радиусом закругления его вершины 6 и 10 мм.
2. Расчеты показывают, что суммарное значение подъема толкателя с роликом по прямой линии и радиусу вершины кулачка равно 10 мм, это соответствует данным чертежа кулачка, у которого $h_{\max} = 10$ мм.
3. Предложены формулы для определения подъема толкателя на участке качения ролика по радиусу вершины кулачка при постоянных коэффициентах $\lambda = 1$ и $\lambda = 1,5$.
4. Приведен расчет тангенциальных кулачков и выполнено построение совмещенных графиков высоты подъема и скорости толкателя в системе Mathcad.
5. Анализ совмещенных графиков подъема толкателя и изменения его скорости позволит решать задачи при проектировании механизмов с применением тангенциальных кулачков.

Библиографический список

1. Djeddou F., Smata L., Ferhat H. Optimization and a reliability analysis of a cam-roller follower mechanism // Journal of Advanced Mechanical Design, Systems and Manufacturing. 2018. Vol. 12 (7). 14 p. DOI: 10.1299/jamdsm.2018jamdsm.0121.
2. Redjehta A., Djeddou F., Ferhat H. Deterministic Optimization and Reliability Analysis of a Cam Mechanism with Translating Flat-Face Follower // Universal Journal of Mechanical Engineering. November 2019. Vol. 7 (6). P. 318–324. DOI: 10.13189/ujme.2019.070602.
3. Hamza F., Abderazek H., Lakhdar S. [et al.]. Optimum design of cam-roller follower mechanism using a new evolutionary algorithm // International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2018. Vol. 99 (5-8). P. 1267–1282. DOI: 10.1007/s00170-018-2543-3.

4. Ивашин К. К., Никитина О. Б. Анализ влияния конструкции кулачкового механизма на его характеристики // Молодежный научно-технический вестник. 2014. № 5. 12 с.
5. Соловьева Т. Ф., Костюк И. В., Зубова С. В. Аналитический подход к проектированию кулачковых механизмов // Автоматизированное проектирование в машиностроении. 2014. № 2. С. 116–122.
6. Пылаев Б. В. Методика профилирования плоских кулачков // Агроинженерия. 2010. № 1. С. 78–81.
7. Леонов, И. В. Проектирование и анализ кулачковых механизмов с помощью ЭВМ // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2015. № 2 (659). С. 29–35.
8. Павлова Э. А., Луцко А. Н. Проектирование кулачковых механизмов в системе Mathcad // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ. 2016. № 10 (92). С. 174–175.
9. Файнлейб Б. Н. Топливная аппаратура автотракторных дизелей: справ. 2-е изд., перераб. и доп. Ленинград: Машиностроение, Ленинградское отделение, 1990. 352 с.
10. Макушев Ю. П., Полякова Т. А., Михайлова Л. Ю. [и др.]. Расчет систем и механизмов двигателей внутреннего сгорания математическими методами. Омск: Изд-во СибАДИ, 2011. 284 с.
11. Колчин А. И., Демидов. В. П. Расчет автомобильных и тракторных двигателей. Москва: Высшая школа, 2008. 496 с.
12. Дьяченко Н. Х., Харитонов Б. А., Петров В. М. [и др.] Конструирование и расчет двигателей внутреннего сгорания / под ред. Н. Х. Дьяченко. Ленинград: Машиностроение. Ленинградское отделение, 1979. 392 с.
13. Архангельский В. М., Вихерт М. М., Воинов А. Н. [и др.]. Автомобильные двигатели. Москва: Машиностроение, 1977. 590 с.
14. Дизели. Справочник / Под ред. В. А. Ваншейдта. Москва: Машиностроение, 1964. 600 с.
15. Макаров Е. Г. Инженерные расчеты в Mathcad 15. Санкт-Петербург: Питер, 2011. 400 с.
16. Рындин В. В., Волкова Л. Ю. Применение системы Mathcad при статистическом анализе экспериментальных данных // Наука и техника Казахстана. 2018. № 4. С. 6–17.

МАКУШЕВ Юрий Петрович, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Тепловые двигатели и автотракторное электрооборудование» Сибирского государственного автомобильно-дорожного университета (СибАДИ), г. Омск.
SPIN-код: 4777-2831
AuthorID (РИНЦ): 650763
Адрес для переписки: makushev321@mail.ru

ПОЛЯКОВА Татьяна Анатольевна, кандидат педагогических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Физика и математика» СибАДИ, г. Омск.
SPIN-код: 4090-8339
AuthorID (РИНЦ): 652910
ORCID: 0000-0002-9673-1750
Адрес для переписки: ta_polyakova@mail.ru

ВОЛКОВА Лариса Юрьевна, кандидат технических наук, доцент кафедры судовых энергетических установок и теплоэнергетики Калининградского государственного технического университета, г. Калининград.
SPIN-код: 9822-6287
AuthorID (РИНЦ): 1013467
Адрес для переписки: volkova0969@mail.ru

РЫНДИН Владимир Витальевич, кандидат технических наук, профессор кафедры «Механика и нефтегазовое дело» Павлодарского государственного университета им. С. Торайгырова, г. Павлодар.



SPIN-код: 1687-9720
AuthorID (РИНЦ): 929600
Адрес для переписки: rvladvit@yandex.kz

Для цитирования

Макушев Ю. П., Полякова Т. А., Волкова Л. Ю., Рындин
В. В. Кинематический расчет и построение графиков высо-

ты подъема и скорости толкателя тангенциальных кулачков с
использованием программы MATHCAD // Омский научный
вестник. 2021. № 4 (178). С. 5–12. DOI: 10.25206/1813-8225-
2021-178-5-12.

Статья поступила в редакцию 29.04.2021 г.

© Ю. П. Макушев, Т. А. Полякова, Л. Ю. Волкова,
В. В. Рындин