

¹Бурятский государственный
университет им. Д. Банзарова,
г. Улан-Удэ

²Восточно-Сибирский государственный
университет технологий и управления,
г. Улан-Удэ

ПРЕСЛЕДОВАНИЕ НА ПЛОСКОСТИ ОБЪЕКТАМИ, СХОДЯЩИМИ С ТРАЕКТОРИИ ЗАЩИЩАЮЩЕГОСЯ ОБЪЕКТА, С МОДЕЛИРОВАНИЕМ ОБЛАСТИ ОБНАРУЖЕНИЯ

В данной статье производится описание модели преследования одиночной цели методом погони группой объектов. Все объекты, участвующие в модели преследования, движутся с постоянной по модулю скоростью. Преследующий объект движется по определенной траектории и выпускает через заданные промежутки времени объекты, задачей которых является настигнуть цель методом погони. Выпускаемые объекты обладают ограничениями на кривизну траектории движения. Перед одиночной целью, в свою очередь, поставлена задача — настигнуть преследователя методом параллельного сближения. Для каждого преследующего объекта сформирована область обнаружения. Область обнаружения образуется двумя лучами. Вектор скорости объекта является биссектрисой угла, образованного такими лучами. Если цель попадает в область обнаружения, то объект начинает преследование методом погони. Если цель выходит из области обнаружения, то объект совершает равномерное и прямолинейное движение. Задачей является реализация динамической модели множественного группового преследования, где каждый объект имеет свои задачи, реализуемые методом погони. Модель разработана с использованием систем компьютерной математики. По результатам исследований были созданы анимированные изображения. В качестве примера, где могла бы быть востребована модель, разработанная в статье, можно привести следующее. Рассмотрим движение маломаневренного объекта, который догоняет более скоростная цель. В качестве средств защиты вместо выпуска пассивных тепловых ловушек предлагается сброс множества автономно управляемых средств поражения. Анализ существующих исследований показал, что подобных средств защиты летательных аппаратов не существует. Моделирование производилось на плоскости, препятствий для моделирования в пространстве нет. Результаты исследований могут быть востребованы при проектировании беспилотных летательных аппаратов с элементами автономного управления и искусственного интеллекта.

Ключевые слова: параллельное преследование, метод погони, цель, преследователь, траектория, коррекция.

Введение. Методы погони и параллельного сближения, а также пропорционального сближения являются широко применяемыми методами наведения летательных аппаратов.

В данной статье предлагается к рассмотрению модель группового преследования, когда преследователь движется по определенной траектории. Цель сближается с преследователем по методу параллельного сближения. С траектории преследователя выпускаются через определенные промежутки

времени объекты, которые будут преследовать цель по методу погони. Такая модель в статье приведена в качестве примера. Цель может сближаться с преследователем методом погони, методом параллельного сближения или пропорциональным методом. Преследователь имеет малую маневренность, но выпускает объекты, имеющие возможность самонаведения. В модели, рассмотренной в данной статье, самонаводящиеся объекты выпускаются перпендикулярно траектории преследователя.

Модель, представленная в данной статье, имеет целью показать не преимущества методов погони, параллельного и пропорционального сближения, а показать возможность согласованного группового достижения целей. Причем особенностью является автономное управление средств защиты. То есть принятие решения о том, кого преследовать, как преследовать и что делать при достижении цели, ложится на преследующее устройство. В этом случае остро встает вопрос о системе распознавания цели. В военной авиации распространена система распознавания «свой - чужой», поэтому для идентификации целей в нашей модели был бы желателен такой же признак.

Модель, рассмотренная в статье, может быть перенесена в системы виртуальной реальности с различными сценариями, с различными целями и стратегиями преследования. Особенностью модели является согласованность группового поведения.

В данной статье производится описание моделирования группового преследования. Ранее в работах Р. Айзекса [1], Л. О. Петросяна [2], Н. Н. Красовского [3] приводилось описание методов параллельного сближения и погони, вводилось понятие терминального множества. В статьях А. С. Банникова [4], М. В. Хачумова [5, 6] рассматривались алгоритмические аспекты группового преследования. В работах Т. Г. Абрамянца, Е. П. Маслова, В. П. Яхно [7], П. Б. Гусятников [8–10] рассматривались вопросы уклонения в трехмерном пространстве. В статье А. В. Богданова, А. А. Филонова, А. А. Ковалева, А. А. Кучина, И. В. Лютикова [11] обсуждались методы самонаведения истребителей и ракет класса «воздух-воздух» на групповую воздушную цель. В работе С. Н. Никитченко, А. А. Бассауэра [12] рассматривались вопросы взаимного преследования воздушных целей. В статье Л. И. Кузьминой, Ю. В. Осипова [13] рассматривался расчет длины траектории в задачах преследования.

В модели, рассмотренной в данной статье, преследующие объекты сходят перпендикулярно с траектории преследователя. Угол схода может быть любым. Сходы с траектории в модели выбраны последовательные и через равные промежутки времени.

У каждого преследующего объекта сформирована область обнаружения. В модели, для примера, область сформирована в виде угла с вершиной в точке нахождения объекта. Биссектриса данного угла совпадает с направлением скорости объекта.

Постановка задачи. Рассмотрим движение преследователя по определенной траектории на плоскости:

$$P(t) = \begin{bmatrix} X_p(t) \\ Y_p(t) \end{bmatrix}.$$

В момент времени t_n с траектории преследователя срывается объект в направлении:

$$N(t_n) = \begin{bmatrix} -\frac{dY_p}{dt}(t=t_n) \\ \frac{dX_p}{dt}(t=t_n) \end{bmatrix}. \quad (1)$$

На рис. 1 показано, что в модели, рассматриваемой в статье, с траектории преследователя отрываются перпендикулярно пять объектов, которые

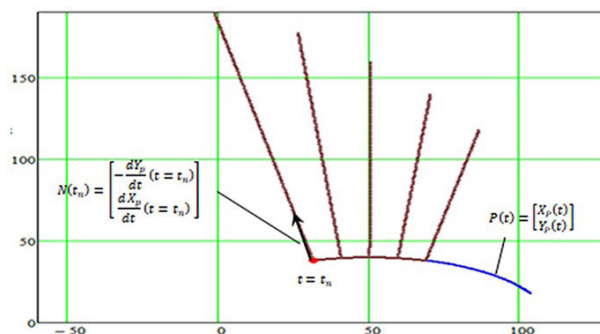


Рис. 1. Моделирование движения объектов, сходящих перпендикулярно с траектории преследователя

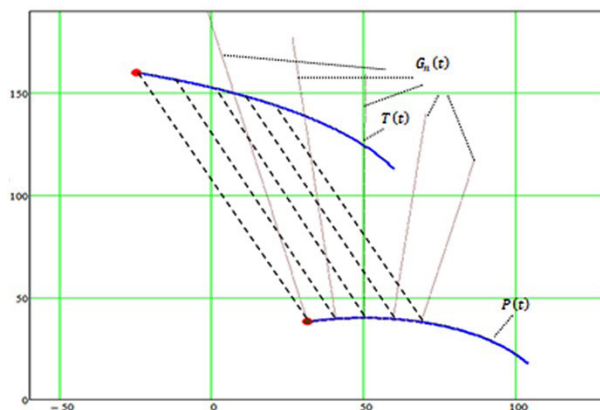


Рис. 2. Моделирование траектории цели, движущейся к преследователю методом параллельного сближения

после отрыва будут двигаться равномерно и прямолинейно со скоростью, равной по модулю V_G .

Рис. 1 дополнен анимированным изображением [14], где можно будет посмотреть, как с траектории преследователя через определенные промежутки времени отделиваются объекты $G_n(t)$.

Моделирование производится на участке плоскости $[-60;130] \times [0;190]$. Измерение производится в метрах. Преследователь движется с постоянной скоростью $V_p = 20$ м/с. Объекты, которые срываются перпендикулярно с его траектории, имеют скорость $V_G = 40$ м/с.

На рис. 2 показана сеть параллельных линий. Как видим, начальные положения преследователя и цели, начальная скорость преследователя определяют весь ход итерационного процесса. Траектория преследователя полностью и однозначно определяет траекторию цели.

Цель $T(t)$ преследует $P(t)$ по методу параллельного сближения. Рис. 2 дополнен анимированным изображением [15], где можно будет посмотреть движение на плоскости цели и преследователя.

На рис. 2 показана траектория цели $T(t)$, движущейся равномерно с модулем скорости $V_T = 25$ м/с.

Задача, которую мы поставили в данной статье, состоит в том, чтобы произвести моделирование траекторий объектов $G_i(t)$, преследующих цель $T(t)$, используя метод погони.

Теория и результаты экспериментов

1. Методы параллельного сближения и коррекции при погоне

Метод параллельного сближения схематично можно изобразить так, как показано на рис. 3а, ког-

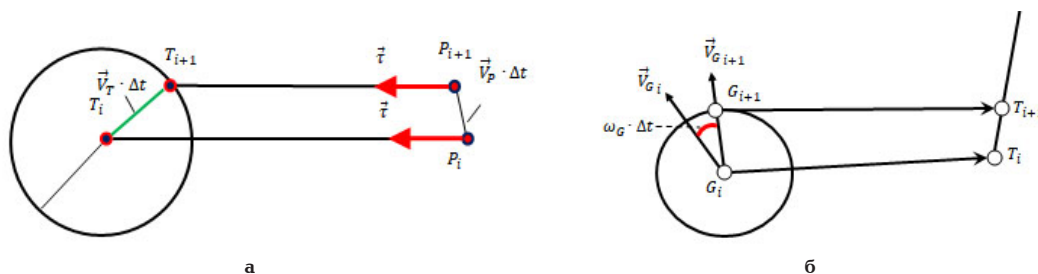


Рис. 3. Методы параллельного сближения и коррекции при погоне

да цель $T(t)$ приближается параллельно к преследователю $P(t)$.

Следуя итерационной схеме, изображенной на рис. 3а, шаг траектории цели T_{i+1} удовлетворяет решению системы уравнений (2) относительно параметра h :

$$\begin{cases} (T_{i+1} - T_i)^2 = (|\vec{V}_T| \Delta t)^2 \\ T_{i+1} = P_{i+1} + h \frac{T_i - P_i}{|T_i - P_i|} \end{cases} \quad (2)$$

Следующий шаг цели T_{i+1} принадлежит окружности радиуса $|\vec{V}_T| \Delta t$, с центром в точке предыдущего месторасположения T_i . В то же время точка следующего положения T_{i+1} принадлежит прямой линии $P_{i+1} + h \cdot \vec{\tau}$ (рис. 3а).

В методе погони вектор скорости того объекта, который догоняет, всегда направлен на объект, которого догоняют.

В нашем случае это не так. Пусть догоняющий объект находится в некоторый момент времени t_i в точке G_i , имея при этом вектор скорости \vec{V}_{G_i} (рис. 3б). Через промежуток времени Δt догоняющий объект совершает поворот на угол $\omega_G \Delta t$ и перемещение на расстояние $V_G \Delta t$, где ω_G — угловая частота вращения догоняющего объекта. Угловую частоту вращения можно трактовать как:

$$\omega_G = \frac{V_G}{R_G},$$

где R_G — есть минимальный радиус кривизны траектории догоняющего объекта, то есть ограничение по кривизне.

2. Функция схода догоняющих объектов с траектории преследователя

Рассмотрим функцию движения догоняющих объектов G_n (рис.1), когда они до наступления момента времени t_n движутся по траектории преследователя $P(t)$. Если в момент времени t_n направление изменяется на направление $N(t_n)$, указанное в (1), то координаты объекта G_n определяются следующим образом:

$$G_n(t) = \begin{cases} \text{если } t < t_n, \text{ то } G_n(t) = P(t) \\ \text{если } t \geq t_n, \text{ то } G_n(t) = \\ = (t_n) + V_G(t - t_n) \cdot \frac{N(t_n)}{|N(t_n)|} \end{cases}$$

По результатам моделирования процесса группового преследования объекта методом погони была написана программа в системе компьютерной математики, результаты работы которой показаны на рис. 4

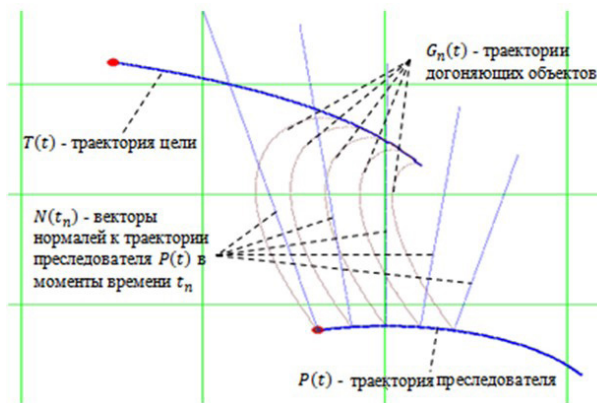


Рис. 4. Процесс преследования цели группой объектов методом погони

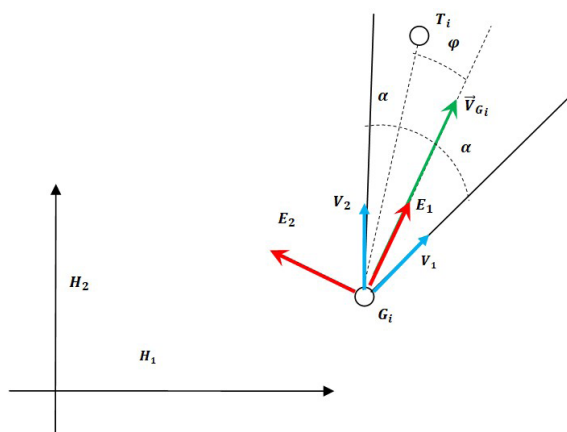


Рис. 5. Формирование области слежения

Также было изготовлено анимированное изображение группового преследования одиночной цели объектами, которые сходят перпендикулярно через определенные промежутки времени с траектории преследователя [16].

3. Формирование области слежения у преследующих объектов

Формирование области слежения объектами G_n за целью T производится следующим образом. Создается локальная система координат (E_1, G_i, E_2) (рис. 5), где G_i — точка нахождения преследуемого объекта в момент t_i . Вектор абсцисс \vec{E}_1 объекта сонаправлен вектору скорости \vec{V}_{G_i} . Соответственно, вектор ординат \vec{E}_2 ортогонален вектору скорости \vec{V}_{G_i} .

Область слежения задается углом величиной 2α , направление вектора скорости \vec{V}_{G_i} является биссектрисой этого угла. В системе координат (E_1, G_i, E_2) определяются векторы V_1 и V_2 , задающие область слежения:

$$\vec{V}_1 = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ -\sin(\alpha) \end{bmatrix}, \quad \vec{V}_2 = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{bmatrix}.$$

Перевод координат точки цели T_i осуществляется по формулам:

$$\vec{T}_i^* = \begin{bmatrix} (\vec{T}_i - \vec{G}_i) \cdot \vec{E}_1 \\ (\vec{T}_i - \vec{G}_i) \cdot \vec{E}_2 \end{bmatrix}.$$

Если угол φ между векторами $\vec{T}_i - \vec{G}_i$ и \vec{V}_{Gi} меньше α , то цель T в момент времени t_i находится в области слежения преследующего объекта. Угол φ равен:

$$\varphi = \left| \arccos \left(\frac{(\vec{T}_i - \vec{G}_i) \cdot \vec{V}_{Gi}}{|\vec{T}_i - \vec{G}_i| \cdot |\vec{V}_{Gi}|} \right) \right|.$$

4. Модель поведения преследующего объекта

Моделирование углов слежения у преследующих объектов G_n в мировой системе координат (H_1, H_2) сводится к преобразованию векторов \vec{V}_1 и \vec{V}_2 из системы координат (E_1, E_2) в мировую.

Преобразование векторов \vec{V}_1 и \vec{V}_2 из системы координат (E_1, E_2) в мировую (H_1, H_2) выглядит так:

$$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix} \vec{V}_1 \cdot \vec{h}_1 \\ \vec{V}_1 \cdot \vec{h}_2 \end{bmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} \vec{V}_2 \cdot \vec{h}_1 \\ \vec{V}_2 \cdot \vec{h}_2 \end{bmatrix},$$

$$\vec{h}_1 = \begin{bmatrix} \vec{H}_1 \cdot \vec{E}_1 \\ \vec{H}_1 \cdot \vec{E}_2 \end{bmatrix}, \quad \vec{h}_2 = \begin{bmatrix} \vec{H}_2 \cdot \vec{E}_1 \\ \vec{H}_2 \cdot \vec{E}_2 \end{bmatrix},$$

$$\vec{H}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{H}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

На рис. 6 показано, как сформированы области слежения у преследующих объектов, рис. 6 дополнен анимированным изображением [17]. На рис. 5 преследующие объекты догоняют цель методом погони без изменения поведения в зависимости от того, входит ли цель в область слежения. Области слежения отображены для каждого объекта. Также отображены линии визирования, соединяющие преследующий объект с целью.

Рассмотрим поведение преследующего объекта.

На рис. 7 показано, что, если в некоторый момент времени цель не входит в область обнаружения, преследующий объект совершает движение по прямой линии. Если цель вошла в область обнаружения, то поведение преследующего объекта соответствует методу погони. Рис. 6 дополнен анимированным изображением [18].

Обсуждения экспериментов. В моделировании процесса преследования в данной статье использовался метод погони объектами, сходящих перпендикулярно с траектории преследователя. В модели, описанной в статье, нет препятствий для замены метода погони на метод параллельного сближения для догоняющих объектов, а сход перпендикулярный траектории преследователя заменить на сход по касательной. По результатам исследований, изложенных в данной статье, произведено моделирование в прямоугольной области $[-60;130] \times [0;190]$, измерение в метрах.

На рис. 8 представлены результаты моделирования. Скорость преследователя — 20 м/с, скорость

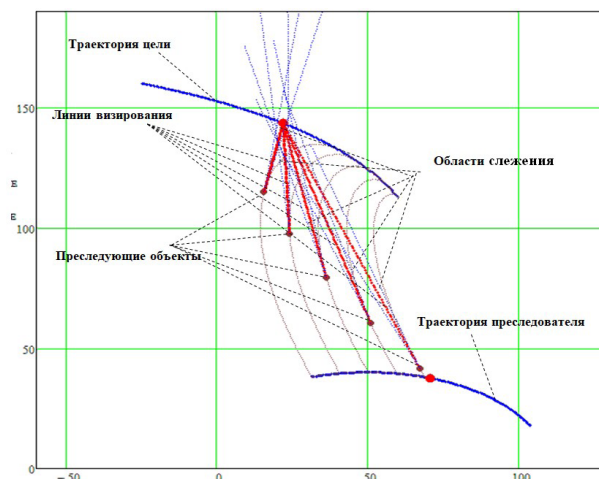


Рис. 6. Динамические области слежения преследующих объектов



Рис. 7. Цель вне зоны обнаружения

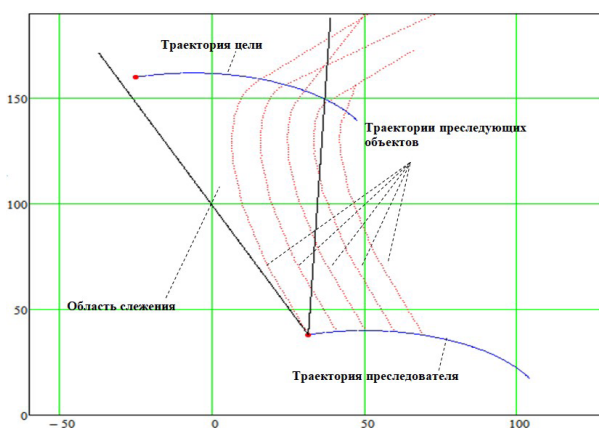


Рис. 8. Модель группового преследования

цели — 20 м/с, скорость преследующих объектов — 60 м/с, радиус кривизны траектории преследователя не должен быть меньше 50 м, цель совершает преследование по методу параллельного сближения, радиус кривизны траекторий преследующих объектов не должен быть меньше 10 м. Преследующие объекты сходят перпендикулярно с траектории преследователя через равные промежутки в 0,02 с. Рис. 7 дополнен анимированным изображением

нием [19], где можно будет ознакомиться с результатами такого группового преследования.

В моделировании, представленном в данной статье, все объекты, выпущенные с траектории, достигают цели. Данный результат зависит от нескольких факторов. От угла зоны обнаружения, от скорости движения преследующих объектов, от значения минимального радиуса кривизны траекторий объектов.

Очевидным является то, что, если скорость преследователя выше, чем скорость цели, и цель стремится к правилу, чтобы ее скорость была сонаправлена к линии визирования, а преследователь стремится к цели так, чтобы скорость тоже была сонаправлена с линией визирования, процесс преследования вырождается в движение по прямой линии. Рано или поздно преследователь достигнет цели. Возможностью избежать поимки преследователем для цели в рассматриваемой модели является выход из области угла обнаружения преследователя. Очевидно, что чем меньше расстояние до преследователя, тем меньше шагов для цели потребуется, чтобы покинуть область обнаружения.

Для преследующего объекта гарантированным результатом достижения цели было бы перейти на направление движения, вектор которого был бы сонаправлен вектору скорости движения цели. По результатам работы программы оформлено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020614336 «Моделирование траекторий от преследователя до цели с ограничениями на кривизну и с заданными краевыми условиями» [20].

Выводы. Результаты исследований, полученные в данной статье, могут быть использованы при разработке беспилотных летательных аппаратов с автономным управлением, оснащенных элементами искусственного интеллекта. Кроме того, они могут быть использованы при спутниковом наведении барражирующих снарядов.

Библиографический список

1. Айзекс Р. Дифференциальные игры. Москва: Мир, 1967. 480 с.
2. Красовский Н. Н., Субботин А. И. Позиционные дифференциальные игры: моногр. Москва: Физматлит, 1974. 456 с.
3. Петросян Л. А. Дифференциальные игры преследования. Ленинград: Изд-во ЛГУ, 1977. 222 с.
4. Банников А. С. Некоторые нестационарные задачи группового преследования // Известия Института математики и информатики УдГУ. 2013. Вып. 1 (41). С. 3–46.
5. Хачумов М. В. Решение задачи следования за целью автономным летательным аппаратом // Искусственный интеллект и принятие решений. 2015. № 2. С. 45–52.
6. Хачумов М. В. Задачи группового преследования цели в условиях возмущений // Искусственный интеллект и принятие решений. 2016. № 2. С. 46–54.
7. Абрамянц Т. Г., Маслов Е. П., Яхно В. П. Уклонение групповой цели в трехмерном пространстве // Автоматика и телемеханика. 2008. № 5. Р. 3–14.
8. Гусятников П. Б. Убегание одного нелинейного объекта от нескольких более инертных преследователей // Дифференциальные уравнения. 1976. Т. 12, № 2. С. 1316–1324.
9. Гусятников П. Б. Дифференциальная игра убегания m лиц // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1978. № 6. С. 22–32.
10. Гусятников П. Б. Дифференциальная игра убегания // Кибернетика. 1978. №4. С. 72–77.
11. Богданов А. В., Филонов А. А., Ковалев А. А. [и др.]. Методы самонаведения истребителей и ракет класса «воздух-воздух» на групповую воздушную цель: моногр. / под ред. Кучина А. А. Красноярск: Изд-во Сибирского федер. ун-та, 2014 г. 168 с.
12. Никитченко С. Н., Бассауэр А. А. Имитационная модель задачи взаимного преследования // Региональная информатика и информационная безопасность: сб. тр. междунар. конф. Санкт-Петербург, 2018. Вып. 5 С. 479–483.
13. Кузьмина Л. И., Осипов Ю. В. Расчет длины траектории для задачи преследования // Вестник МГСУ. 2013. № 12. С. 20–26. DOI: 10.22227/1997-0935.2013.12.20-26.
14. Видео, результаты моделирования задачи преследования. URL: <https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=19cxOgk6bdk&feature=youtu.be> (дата обращения: 12.02.2022).
15. Видео, результаты моделирования задачи преследования. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=keZ5fzd2o3Q> (дата обращения: 12.02.2022).
16. Видео, результаты моделирования задачи преследования. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=ODS75MCwjGg> (дата обращения: 20.02.2022).
17. Видео, результаты моделирования задачи преследования. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=oHowdT2n5-U> (дата обращения: 20.02.2022).
18. Видео, результаты моделирования задачи преследования. URL: https://www.youtube.com/watch?v=5_-0TurWvwQ (дата обращения: 05.03.2022).
19. Видео, результаты моделирования задачи преследования. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=JcBrYjfaXTg> (дата обращения: 05.03.2022).
20. Дубанов А. А. Моделирование траекторий от преследователя до цели с ограничениями на кривизну и с заданными краевыми условиями: программа для ЭВМ. № 2020614336; заявл. 20.03.20; опубл. 31.03.20. Бюл. № 4.

ДУБАНОВ Александр Анатольевич, кандидат технических наук, доцент кафедры «Геометрия и методика преподавания математики» Института математики и информатики Бурятского государственного университета им. Д. Банзарова, г. Улан-Удэ.

AuthorID (РИНЦ): 137019

ORCID: 0000-0002-1855-2562

AuthorID (SCOPUS): 57208819594

Адрес для переписки: alandubanov@mail.ru

АЮШЕЕВ Тумэн Владимирович, доктор технических наук, доцент (Россия), заведующий кафедрой «Инженерная и компьютерная графика» Восточно-Сибирского государственного университета технологий и управления, г. Улан-Удэ.

SPIN-код: 6408-2039

AuthorID (РИНЦ): 17363

AuthorID (SCOPUS): 57211265657

Адрес для переписки: atv62@bk.ru

Для цитирования

Дубанов А. А., Аюшеев Т. В. Преследование на плоскости объектами, сходящими с траектории защищающегося объекта, с моделированием области обнаружения // Омский научный вестник. 2022. № 3 (183). С. 23–27. DOI: 10.25206/1813-8225-2022-183-23-27.

Статья поступила в редакцию 04.04.2022 г.

© А. А. Дубанов, Т. В. Аюшеев