

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕМЕНТОВ ДЛИННОХОДОВОГО ПОРШНЕВОГО КОМПРЕССОРА

В работе проводится анализ прочностного расчета длинномерного штока поршня длинноходового поршневого компрессора, предназначенного для получения избыточного давления газа. Величина повышения давления в одной ступени компрессора может увеличиваться до 120 раз от начального давления газа. Определены критерии прочностного расчета штока поршня, при которых необходимо использовать либо методику расчета штока на прочность, либо модель расчета штока на устойчивость. Сделаны выводы и приведены практические рекомендации, которые можно использовать в процессе проектирования компрессорных ступеней.

Ключевые слова: длинноходовой поршневой компрессор, расчет на прочность, потеря устойчивости сжатых стержней, критическая сила сжатия Эйлера, адиабата Пуассона.

Введение. В настоящее время в различных отраслях промышленности широко используются разнообразные компрессорные станции для достижения средних и высоких значений давления газов. Одним из перспективных направлений развития компрессорной техники является разработка длинноходовых ($S_p/D_c > 10$) тихоходных ($\tau > 2c$) поршневых компрессорных ступеней, создающих давление нагнетаемого газа не менее 12,0 МПа [1, 2] (табл. 1). В современных поршневых компрессорных ступенях традиционной конструкции изменение степени повышения давления в одной ступени составляет от 2 до 8 раз. Для длинноходовых тихоходных поршневых компрессорных ступеней эта величина может изменяться от 1 до 120 раз. Поэтому такие конструкции компрессоров очень перспективны [3].

Однако для производства и эффективной эксплуатации таких агрегатов необходимо решить различные научно-технические задачи. В процессе эксплуатации детали данных машин испытывают различные нагрузки, влияющие на их работоспособность. Одной из наиболее нагруженных деталей является шток длинноходового поршня, испытывающий значительные продольные нагрузки сжатия. Как известно, инженерные методы расчета сжатых стержней предполагают проведение соответствующих вычислений на прочность, жесткость и устойчивость. Практика показала, что наибольшую сложность вызывает расчет на продольную устойчивость относительно длинного стержня, которым является шток поршня длинноходовой компрессорной ступени.

Вопросы продольной устойчивости стержней в настоящее время хорошо изучены теоретически и практически. Среди большого количества трудов необходимо выделить следующие основные публикации.

Основы расчета продольной устойчивости стержней заложил Л. Эйлер [4, 5]. Он доказал, что для центрально-сжатого прямого стержня существует эйлера критическая сила, при которой прямолинейная форма равновесия стержня становится неустойчивой. В работах [6–8] авторы рассматривают критическую нагрузку и критические напряжения для различных случаев закрепления стержней различного типа. Вольмир А. С. в работе [9] рассматривает различные случаи расчета устойчивости сжатых стержней и стержневых систем, а также оболочек с учетом разнообразных ситуаций приложения нагрузки. Никора Н. И. в диссертации [10] изучает потерю устойчивости стержней с постоянной и переменной по длине жесткостью. Григлюк Э. И. и др. [11] рассматривают неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек. В работе [12] Ворovich И. И. и др. изучают основные закономерности взаимодействия массивных тел и ограниченных слоистых сред. Shungen X. и др. [13] проводят анализ динамического поведения поршневого компрессора, имеющего гибкий шток поршня. Однако в данных публикациях рассматривались стержни постоянной длины. В этой работе изучается устойчивость стержней переменной длины. Обозначения физических величин, принятых в данной статье, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Обозначения в формулах

Символы	Описание	Размерность
S_p	Рабочая длина перемещения штока поршня компрессорной ступени	м
D_c	Диаметр цилиндра компрессорной ступени	м
τ	Время рабочего цикла	с
D_r	Диаметр штока поршня компрессорной ступени	м
L_c	Длина цилиндра компрессорной ступени	м
H_p	Высота поршня компрессорной ступени	м
l	Действительная длина штока поршня в текущий момент времени	м
P_{min}	Минимальное давление сжатого газа в цилиндре компрессора	Па
P_{max}	Максимальное давление сжатого газа в цилиндре компрессора	Па
F_{cr}	Критическая сила, при которой происходит потеря устойчивости штока	Н
E	Модуль Юнга материала штока и поршня	Па
I_{min}	Минимальный момент инерции для поперечного сечения штока поршня	м ⁴
ν	Коэффициент приведения длины (зависит от вида закрепления концов штока)	—
t	Относительное текущее время	с
l_{min}	Минимальная текущая длина штока поршня	м
d	Внутренний диаметр штока поршня. Заготовкой для изготовления штока поршня является труба	м
c	Отношение внутреннего диаметра штока поршня к его наружному диаметру. Заготовкой для изготовления штока поршня является труба	—
D_{rk}	Диаметр штока поршня компрессорной ступени. Заготовкой для изготовления штока поршня является труба	м
l_{max}	Максимальная текущая длина штока поршня	м
k	Показатель адиабаты	—
σ	Действующие напряжения сжатия в материале штока поршня	Па
$[\sigma]$	Допустимые напряжения сжатия в материале штока поршня	Па

Постановка задачи. Рассмотрим принципиальную расчетную схему длинноходовой тихоходной поршневой компрессорной ступени (рис. 1).

Внутри цилиндра длинноходового компрессора 1 двигается поршень 2, перемещаемый штоком 3 из начальной позиции 2 в конечную позицию 2а и обратно. Время рабочего цикла перемещения поршня равно τ с. Диаметр цилиндра компрессорной ступени составляет D_c м, а величина максимального перемещения поршня равна расстоянию S_p м. При начальном положении поршня (позиция 2) давление в рабочей зоне компрессора равно P_{min} Па.

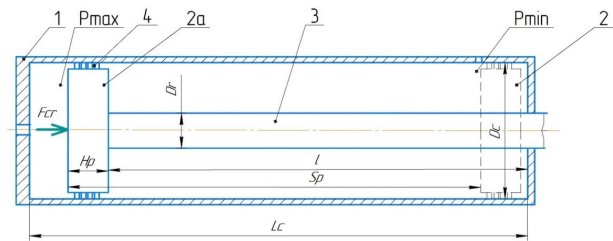


Рис. 1. Принципиальная схема расчета штока поршня на устойчивость:
1 — цилиндр компрессора, 2 — поршень (начальное положение поршня), 2а — поршень (конечное положение поршня), 3 — шток поршня, 4 — уплотнение поршня

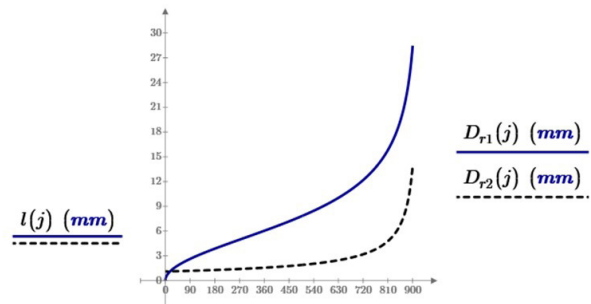


Рис. 2. График изменения диаметра штока поршня D в зависимости от изменения действительной длины штока поршня в текущий момент времени l .
 $D_{r1}(j)$ — уравнение (8). $D_{r2}(j)$ — уравнение (13)

При конечном положении поршня (позиция 2а) давление в рабочей зоне компрессора равно P_{max} Па.

Теория. Для решения поставленной задачи необходимо ввести следующие допущения.

1. Устойчивость штока поршня рассматривается в пределах применения закона Гука.

2. Устойчивость штока поршня рассматривается при статическом нагружении. Динамические аспекты нагружения штока поршня (резонанс) не учитываются.

3. Примем, что один конец штока поршня заземлен и неподвижен для каждого отдельного момента времени рабочего цикла работы поршневой компрессорной ступени, а другой конец штока поршня заземлен в подвижной опоре (в поршне).

4. Изменение длины штока поршня l происходит равномерно (с постоянной скоростью поршня).

5. При работе компрессорной ступени соблюдается уравнение адиабаты Пуассона, т.е. процесс адиабатический. Необходимо отметить, что данный закон Пуассон вывел для идеального газа, однако практика показала, что это выражение является верным и для реального газа.

Классическим уравнением, которое описывает статическую устойчивость продольно нагруженного стержня, является формула Эйлера (1). Для рассматриваемого случая данное выражение примет вид:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{(\nu l)^2} \quad (1)$$

С другой стороны, критическая сила F_{cr} определяется давлением P в цилиндре компрессорной ступени (2):

$$F_{cr} = P \frac{\pi D_c^2}{4} \quad (2)$$

Запишем уравнение адиабаты Пуассона для рассматриваемой компрессорной ступени (3):

$$\frac{P}{P_{\min}} = \frac{V_{\max}^k}{V^k} = \frac{(L_c - l_{\min} - H_p)^k \left(\frac{\pi D_c^2}{4}\right)^k}{(L_c - l - H_p)^k \left(\frac{\pi D_c^2}{4}\right)^k} = \frac{(L_c - l_{\min} - H_p)^k}{(L_c - l - H_p)^k}. \quad (3)$$

$$P = \frac{(L_c - l_{\min} - H_p)^k}{(L_c - l - H_p)^k} P_{\min}. \quad (4)$$

Вставим выражение (4) в уравнение (2).

$$F_{cr} = \frac{\pi D_c^2}{4} \frac{(L_c - l_{\min} - H_p)^k}{(L_c - l - H_p)^k} P_{\min}. \quad (5)$$

Приравняем правые части уравнения (1) и (5) и решим их совместно относительно момента инерции поперечного сечения штока I_{\min} .

$$I_{\min} = \frac{v^2 D_c^2 l^2}{4\pi E} \frac{(L_c - l_{\min} - H_p)^k}{(L_c - l - H_p)^k} P_{\min}. \quad (6)$$

Практика показала, что наиболее часто в качестве геометрической формы штока компрессора выбирают цилиндр. Формой поперечного сечения данной фигуры может быть круг либо кольцо. Таким образом, шток поршня компрессорной тихоходной ступени можно изготовить либо из металлического прутка, либо из трубы. Определим геометрические параметры данных объемных фигур.

Поперечное сечение штока — круг. Перепишем уравнение (6) с учетом данного фактора.

$$\frac{\pi D_r^4}{64} = \frac{v^2 D_c^2 l^2}{4\pi E} \frac{(L_c - l_{\min} - H_p)^k}{(L_c - l - H_p)^k} P_{\min}. \quad (7)$$

$$D_r \geq \sqrt{\frac{4v}{\pi}} ID_c \sqrt{\frac{P_{\min}}{E} \frac{(L_c - l_{\min} - H_p)^k}{(L_c - l - H_p)^k}}. \quad (8)$$

Поперечное сечение штока — кольцо. Запишем по аналогии с уравнением (7):

$$\frac{\pi(D_{rk}^4 - d^4)}{64} = \frac{v^2 D_c^2 l^2}{4\pi E} \frac{(L_c - l_{\min} - H_p)^k}{(L_c - l - H_p)^k} P_{\min}. \quad (9)$$

$$D_{rk} \geq \sqrt{\frac{4v}{\pi}} ID_c \sqrt{\frac{1}{(1-c^4)} \frac{P_{\min}}{E} \frac{(L_c - l_{\min} - H_p)^k}{(L_c - l - H_p)^k}}. \quad (10)$$

$$c = \frac{d}{D_{rk}}; d \neq D_{rk}. \quad (11)$$

Для сравнения с расчетом штока поршня на устойчивость проведем расчет данного штока на прочность. В процессе работы компрессорной ступени шток поршня испытывает напряжения сжатия. С учетом выражения (2) получим следующее уравнение.

Поперечное сечение штока — круг.

$$\sigma = \frac{D_c^2}{D_r^2} \frac{(L_c - l_{\min} - H_p)^k}{(L_c - l - H_p)^k} P_{\min}. \quad (12)$$

Определим диаметр штока поршня, заменив напряжения σ на допустимые напряжения $[\sigma]$.

$$D_r \geq D_c \sqrt{\frac{P_{\min}}{[\sigma]} \frac{(L_c - l_{\min} - H_p)^k}{(L_c - l - H_p)^k}}. \quad (13)$$

Поперечное сечение штока — кольцо.

$$\sigma = \frac{D_c^2}{D_{rk}^2} \frac{1}{(1-c^2)} \left[\frac{L_c - l_{\min} - H_p}{L_c - l - H_p} \right]^k P_{\min}. \quad (14)$$

$$D_{rk} \geq D_c \sqrt{\frac{P_{\min}}{[\sigma]} \frac{1}{(1-c^2)} \left[\frac{L_c - l_{\min} - H_p}{L_c - l - H_p} \right]^k}. \quad (15)$$

Выражения (8, 10) и (13, 15) позволяют отдельно определить диаметр штока поршня из условий прочности и устойчивости. Решим данные уравнения совместно для определения величины l . При таком граничном значении l величины диаметров штока поршня, вычисленные, исходя из критериев прочности и устойчивости, будут равны.

Поперечное сечение штока — круг.

$$\frac{16v^2}{\pi^2} \frac{[\sigma]^2}{EP_{\min}} \frac{l^2}{D_c^2} - \frac{(L_c - l_{\min} - H_p)^k}{(L_c - l - H_p)^k} = 0. \quad (16)$$

Поперечное сечение штока — кольцо.

$$\frac{16v^2}{\pi^2} \frac{[\sigma]^2}{EP_{\min}} \frac{l^2}{D_c^2} \frac{(1-c^2)}{(1+c^2)} - \left[\frac{L_c - l_{\min} - H_p}{L_c - l - H_p} \right]^k = 0. \quad (17)$$

Уравнения (16) и (17) решаем численно. Результаты решений приведены ниже.

Анализируя выражения (8, 10, 13, 15), необходимо отметить, что величина диаметра штока D_r в первую очередь зависит от величины действительной длины штока поршня l в текущий момент времени t . Определим максимальную длину l_{\max} , которая определяет максимально давление в цилиндре компрессора P_{\max} .

$$P_{\max} = \left[\frac{L_c - l_{\min} - H_p}{L_c - l_{\max} - H_p} \right]^k P_{\min}. \quad (18)$$

$$l_{\max} = L_c - H_p - \left[L_c - l_{\min} - H_p \right] \left[\frac{P_{\min}}{P_{\max}} \right]^{\frac{1}{k}}. \quad (19)$$

Результаты теоретических исследований. Проведем расчет диаметра штока поршня на практическом примере (рис. 1). Исходные данные для расчетов приведены в табл. 2. В качестве материала для изготовления штока поршня выберем сталь 03Х17Н14ИЗ.

Определим величину длины штока поршня l из выражения (16) с помощью численных методов.

Поперечное сечение штока — круг.

$$\begin{aligned} & \frac{16v^2}{\pi^2} \frac{[\sigma]^2}{EP_{\min}} \frac{l^2}{D_c^2} - \frac{(L_c - l_{\min} - H_p)^k}{(L_c - l - H_p)^k} = \\ & = \frac{16 \cdot 0,5^2}{3,14^2} \frac{(2 \cdot 10^8)^2}{1,95 \cdot 10^{10} \cdot 1 \cdot 10^5} \frac{l^2}{0,05^2} - \\ & - \frac{(1 - 0,005 - 0,075)^{1,4}}{(1 - l - 0,075)^{1,4}} = 0,00137. \end{aligned} \quad (20)$$

Интерполяционные зависимости при ударе шара о торец стержня

Параметр	Величина параметра	Параметр	Величина параметра
P_{min}	0,1 МПа = $1 \cdot 10^5$ Па	L_c	1000 мм = 1 м
P_{max}	12 МПа = $12 \cdot 10^6$ Па	k	1,4 (для воздуха при 20 град. С)
D_c	50 мм = 0,05 м	E	$1,95 \cdot 10^{11}$ МПа = $1,95 \cdot 10^{10}$ Па
$H_p = 1,5 D_c$	75 мм = 0,075 м	c	0,9
l_{min}	5 мм = 0,005 м	$[\sigma]$	200 МПа = $2 \cdot 10^8$ Па
v	0,5	l_{max}	895 мм = 0,895 м

Выражение (20) имеет место при $l = 17,52$ мм. Это означает, что при текущей длине штока меньше, чем 17,52 мм, диаметр штока D_r необходимо определять из условия прочности — выражение (13). Если текущая длина штока поршня больше, чем 17,52 мм, параметр D_r определяется из условия устойчивости штока — выражение (8).

Поперечное сечение штока — кольцо.

$$\frac{16v^2 [\sigma]^2}{\pi^2 EP_{min}} \frac{l^2 (1-c^2)}{D_c^2 (1+c^2)} - \left[\frac{L_c - l_{min} - H_p}{L_c - l - H_p} \right]^k =$$

$$= \frac{16 \cdot 0,5^2}{3,14^2} \frac{(2 \cdot 10^8)^2}{1,95 \cdot 10^{10} \cdot 1 \cdot 10^5} \frac{l^2 (1-0,9^2)}{0,05^2 (1+0,9^2)} -$$

$$- \frac{(1-0,005-0,075)^{1,4}}{(1-l-0,075)^{1,4}} = 0,00041. \quad (21)$$

Выражение (21) имеет место при $l = 55,7$ мм. Это означает, что при текущей длине штока меньше, чем 55,7 мм, диаметр штока D_{rk} необходимо определять из условия прочности — выражение (15). Если текущая длина штока поршня больше, чем 55,7 мм, параметр D_{rk} определяется из условия устойчивости штока — выражение (10).

Определим максимальный диаметр штока поршня D_{max} . Для решения данной задачи необходимо рассчитать максимальную длину штока поршня l_{max} исходя из максимального давления P_{max} , создаваемого компрессорной ступенью.

$$D_{rmax} \geq \sqrt{\frac{4v}{\pi} l_{max} D_c} \sqrt{\frac{P_{min} (L_c - l_{min} - H_p)^k}{E (L_c - l_{max} - H_p)^k}} =$$

$$= \sqrt{\frac{4 \cdot 0,5}{3,14} \cdot 0,895 \cdot 0,05} \sqrt{\frac{1 \cdot 10^5 (1-0,005-0,075)^{1,4}}{1,95 \cdot 10^{10} (1-0,895-0,075)^{1,4}}} = 26,58. \quad (23)$$

Для поперечного сечения штока в виде кольца получим следующее выражение:

$$D_{rkmax} \geq \sqrt{\frac{4v}{\pi} l_{max} D_c} \sqrt{\frac{1}{(1-c^4)} \frac{P_{min} (L_c - l_{min} - H_p)^k}{E (L_c - l_{max} - H_p)^k}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{(1-0,9^4)} \cdot \frac{4 \cdot 0,5}{3,14} \cdot 0,895 \cdot 0,05} \sqrt{\frac{1 \cdot 10^5 (1-0,005-0,075)^{1,4}}{1,95 \cdot 10^{10} (1-0,895-0,075)^{1,4}}} = 34,73 \text{ мм}. \quad (24)$$

На рис. 2 приведены графики решения уравнений (8) и (13). На рис. 3 показаны графики решения уравнений (10) и (15).

Обсуждение результатов. При разработке конструкции длинноходовых компрессорных ступеней необходимо учитывать критерии устойчивости

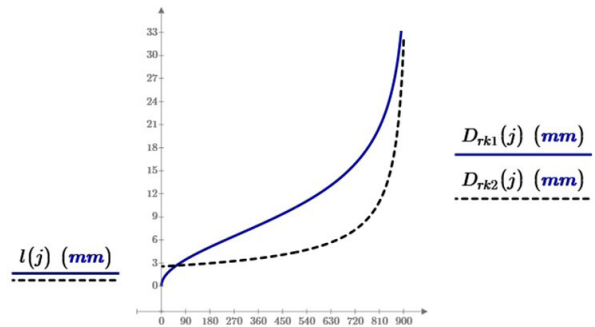


Рис. 3. График изменения диаметра штока поршня D_{rk} в зависимости от изменения действительной длины штока поршня в текущий момент времени l . $D_{rk1}(j)$ — уравнение (10). $D_{rk2}(j)$ — уравнение (15)

$$l_{max} = L_c - H_p - \left[L_c - l_{min} - H_p \right] \left[\frac{P_{min}}{P_{max}} \right]^{\frac{1}{k}} =$$

$$= 1 - 0,075 - [1 - 0,005 - 0,075] \left[\frac{1 \cdot 10^5}{12 \cdot 10^6} \right]^{\frac{1}{1,4}} = 0,895. \quad (22)$$

Для поперечного сечения штока в виде круга получим следующее выражение:

стержней, нагруженных сжимающей силой. Для каждой конкретной конструкции штока поршня данной компрессорной ступени имеется определенный критический текущий размер длины данного штока. При меньшей длине штока главным критерием определения размеров штока является

продольная прочность от сил сжатия. При длине большей, чем критическая длина штока, главным критерием прочности должен быть расчет устойчивости штока от воздействия сил сжатия. Такая потеря устойчивости штока поршня, особенно при достижении максимальных параметров давления компрессорной ступени, приведет к искривлению штока поршня. При этом сам поршень повернется внутри корпуса цилиндра компрессорной ступени, и уплотнения поршня также изменят свое положение относительно внутреннего корпуса цилиндра. Данная ситуация может привести к нарушению герметизации уплотнений поршня и к прорыву сжимаемых газов в камеру за поршнем. Такое нарушение герметизации будет происходить в течение каждого цикла работы поршня, что приведет к интенсивному износу уплотнений поршня.

Исходя из проведенных расчетов, можно сделать вывод, что главным фактором, определяющим максимальное давление компрессорной ступени, является текущая рабочая длина штока поршня l . Проведенные выше расчеты носят статический характер, так как данная компрессорная ступень является тихоходной. Из-за ограниченного объема статьи вопросы, связанные с динамическим анализом выражений (8, 10, 16, 17), а также с разработкой компьютерной модели, будут рассмотрены в дальнейших публикациях.

Выводы и заключение. Предлагаемая авторами методика расчета на прочность и устойчивость штока поршня длинноходовых ($S_n/D_u > 10$) тихоходных ($\tau > 2$ с) поршневых компрессорных ступеней позволяет определить геометрические размеры данного штока. Данный метод можно использовать при прочностном расчете деталей компрессорных машин, а также и других конструкций.

Библиографический список

1. Юша В. Л., Бусаров С. С. Перспективы создания малорасходных компрессорных агрегатов среднего и высокого давления на базе унифицированных тихоходных длинноходовых ступеней // Научно-технические ведомости СПбПУ. Естественные и инженерные науки. 2018. Т. 24, № 4. С. 80–89. DOI: 10.18721/JEST.24408.
2. Yusha V. L., Busarov S. S., Gromov A.Yu. Assessment of the Prospects of Development of Medium-Pressure Single-Stage Piston Compressor Units // Chemical and Petroleum Engineering. 2017. Vol. 53 (7–8). DOI: 10.1007/s10556-017-0362-2.
3. Yusha V. L., Busarov S. S., Nedovenchanyi A. V., Sagin B. S., Gromov A. Yu. Analysis of thermal state of intensely cooled long-stroke low-speed piston compressor stage // Chemical and Petroleum Engineering. 2017. Vol. 52. P. 597–601. DOI: 10.1007/s10556-017-0239-9.
4. Euler L. Sur la force des colonnes. Mem. De L'Acad., Berlin. 2018. Vol. 13, 1757. P. 251–281.

5. Эйлер Л. Метод нахождения кривых линий, обладающих свойствами максимума либо минимума. Москва, Ленинград: Гостехиздат, 1934. 447–572 с.
6. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов. 17-е изд., испр. Москва: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018. 542 с.
7. Тимошенко С. П. Сопротивление материалов. В 2 т. Москва: Наука, 1965.
- Т. 1. Элементарная теория и задачи. 1965. 364 с.
- Т. 2. Более сложные вопросы теории и задачи. 1965. 480 с.
8. Беляев Н. М. Сопротивление материалов. Москва: Наука, 1976. 608 с.
9. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. Москва: Наука, 1967. 984 с.
10. Никора Н. И. Продольный изгиб стержней переменной жесткости с учетом деформаций ползучести и температурных воздействий: дис. ... канд. техн. наук. Ростов-на-Дону, 2016. 120 с.
11. Григолоук Э. И., Селезнева И. Т. Механика твердых деформируемых тел. В 7 т. Т. 5. Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек. Москва: Наука, 1973. 272 с.
12. Ворович И. И., Бабешко В. А., Пряхина О. Д. Динамика массивных тел и резонансные явления в деформируемых средах. Москва: Научный мир, 1999. 246 с.
13. Shungen X., Hongli Z., Shulin L., Feng J. [et al.]. Dynamic behavior analysis of reciprocating compressor with subsidence fault considering flexible piston rod // Journal of Mechanical Science and Technology. 2018. Vol. 32 (9). P. 4103–4124. DOI: 10.1007/s12206-018-0809-1.

ЧЕРНЯВСКИЙ Дмитрий Иванович, доктор технических наук, доцент (Россия), профессор кафедры «Машиноведение» Омского государственного технического университета (ОмГТУ), г. Омск.
SPIN-код: 8610-2957
AuthorID (РИНЦ): 473365
ORCID: 0000-0002-7585-433X
AuthorID (SCOPUS): 6506002416
ResearcherID: N-2038-2015

Адрес для переписки: dichernyavskiy@omgtu.tech
ЧЕРНЯВСКИЙ Даниил Дмитриевич, студент гр. ФИТ-201 факультета информационных технологий и компьютерных систем ОмГТУ, г. Омск.
ПАНЮТИЧ Андрей Александрович, начальник АО НТК «Криогенная техника», г. Омск.

Для цитирования

Чернявский Д. И., Чернявский Д. Д., Панютин А. А. Определение прочностных характеристик элементов длинноходового поршневого компрессора // Омский научный вестник. 2022. № 3 (183). С. 18–22. DOI: 10.25206/1813-8225-2022-183-18-22.

Статья поступила в редакцию 23.03.2022 г.

© Д. И. Чернявский, Д. Д. Чернявский, А. А. Панютин