

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ МИНИМАЛЬНОГО ЧИСЛА ВИТКОВ КАТУШЕК ВТОРИЧНОЙ ОБМОТКИ ТРАНСФОРМАТОРНОГО ТРЕХФАЗНО-МНОГОФАЗНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ЧИСЛА ФАЗ

В статье рассмотрен подход к определению минимального числа витков катушек вторичной обмотки трехфазно-многофазного трансформаторного преобразователя числа фаз. Каждая фаза вторичной обмотки рассмотренного преобразователя фаз состоит из последовательно соединенных трех катушек, размещенных на трех разных стержнях магнитопровода. Для решения оптимизационной задачи использован численный метод внутренней точки. В качестве примера определено минимальное число витков вторичной обмотки трехфазно-пятифазного трансформаторного преобразователя числа фаз, рассчитана полная мощность, потребляемая катушками вторичной обмотки. Построена векторная диаграмма ЭДС катушек вторичной обмотки, поясняющая формирование симметричной пятифазной системы ЭДС на выводах вторичной обмотки. С использованием предложенного подхода можно спроектировать трансформаторный преобразователь числа фаз с трехфазной первичной обмоткой и многофазной вторичной обмоткой, число фаз которой более двух.

**Ключевые слова:** трансформаторный преобразователь фаз, многофазная обмотка, оптимизация числа витков, многофазная симметричная система.

Генерация, передача и распределение электрической энергии осуществляется с использованием трехфазных систем электроснабжения. При этом существует большое количество потребителей электроэнергии, для работы которых необходимо большее (меньшее) число фаз, чем в трехфазной электрической сети общего назначения. Например, увеличение числа фаз вторичной обмотки специальных преобразовательных трансформаторов позволяет существенно улучшить различные показатели работы выпрямителей и инверторов [1–6], отказаться от дорогостоящих фильтров и элементов балансировки в вентильных плечах. Преобразователи числа фаз используют для согласования работы трехфазной сети с мощными однофазными потребителями электроэнергии, такими как система тягового электроснабжения переменного однофазного тока железнодорожного транспорта, а также для питания мощных однофазных индукционных печей [1–4]. Преобразователи фаз также необходимы для реализации многофазных линий электропередач, которые имеют существенные преимущества по сравнению с трехфазными линиями [7]. В настоящее время разработаны различные преобразователи числа фаз с различным принципом работы [1–8]. Устройства для преоб-

разования числа фаз в зависимости от их принципа действия можно объединить в следующие группы:

1) преобразователи фаз, реализованные с использованием фазосдвигающих реактивных элементов. Благодаря простым схемам и относительно небольшой стоимости такие устройства часто используются на практике. Для обеспечения симметричного напряжения при изменении токов многофазной нагрузки необходимо регулировать реактивные токи;

2) электромеханические преобразователи фаз. Такие преобразователи обычно имеют неподвижную и вращающуюся части, на которых размещены обмотки, связанные между собой магнитным полем. За счет наличия вращающихся частей увеличиваются потери и снижается КПД, возникает шум и вибрация;

3) трансформаторные и автотрансформаторные преобразователи фаз (ТПФ). Работа таких преобразователей также осуществляется за счет индуктивно связанных между собой катушек, соединенных в различные схемы, при этом отсутствуют вращающиеся элементы, это позволяет повысить надежность и КПД;

4) преобразователи фаз, реализованные с использованием электронных схем [1, 2, 8].

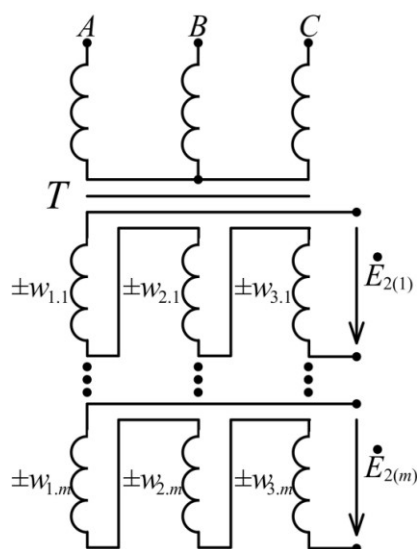


Рис. 1. Схема трехфазно-многофазного ТПФ

Существует много электронных схем для преобразования числа фаз. Их работа основана на управляемых электронных ключах, которые переключаются с высокой частотой. Таким преобразователям для работы необходима система управления электронными ключами, что усложняет преобразователь и увеличивает его стоимость. Необходимо отметить, что реализация высоковольтных силовых преобразователей требует увеличения числа электронных ключей, это приводит к усложнению схемы, снижению надежности преобразователя и т.п.

Для повышения технико-экономических показателей работы различных устройств и систем, работа которых предполагает использование преобразователей числа фаз, необходимо совершенствование существующих и разработка новых преобразователей числа фаз. Улучшение энергетических, эксплуатационных, массогабаритных показателей преобразователей числа фаз является актуальной задачей.

Увеличение числа фаз с использованием трансформаторов осуществляется:

1) многообмоточными трехфазными трансформаторами, у которых несколько трехфазных вторичных обмоток, соединенных в схемы «звезда», «треугольник», «зигзаг», «скользящий треугольник», что позволяет обеспечить необходимое смещение синусоидальных ЭДС между собой и получить многофазную систему ЭДС с кратным первичной обмотке числом фаз;

2) многообмоточными трансформаторами, за счет разных схем соединения катушек с различным количеством витков на стержнях магнитопровода и (или) соединением между собой трехфазно-двухфазных ТПФ, при этом можно получить любое количество фаз вторичной обмотки ( $m > 3$ ) [2, 6, 7].

Рассмотрим подробнее трехфазно-многофазный ТПФ (рис. 1).

Активная часть такого ТПФ (см. рис. 1) состоит из плоского трехстержневого магнитопровода, на котором размещается трехфазная первич-

ная обмотка. Каждая фаза вторичной обмотки состоит из трех последовательно соединенных катушек с числом витков ( $W_{p,i}$ ), расположенных на каждом из трех стержней магнитопровода и соединенных последовательно между собой. При этом:  $p$  — номер стержня сердечника, на котором размещается катушка вторичной обмотки ( $p = 1, 2, 3$ );  $i$  — номер фазы многофазной вторичной обмотки ( $1 \leq i \leq m$ ),  $m$  — число фаз вторичной обмотки ТПФ ( $m \geq 3$ ).

Для обеспечения  $m$ -фазной симметричной системы ЭДС на выводах вторичной обмотки количество витков катушек вторичной обмотки ( $W_{p,m}$ ) будет различным, при этом в каждой фазе возможно согласное или встречное включение катушек между собой.

Необходимо отметить, что трехфазно-двухфазный ТПФ Леблана является частным случаем рассматриваемого преобразователя (см. рис. 1), двухфазная вторичная обмотка обеспечивает формирование двухфазной системы напряжений при различном соотношении чисел витков катушек [1–4].

При расчетах примем следующие допущения: первичная обмотка ТПФ подключается к трехфазной симметричной системе напряжений с неизменной частотой; в активной части преобразователя отсутствуют потери; отсутствуют потери поля рассеивания; не учитывается нелинейность характеристик магнитной цепи. В этом случае синусоидальные магнитные потоки каждого стержня, смещенные между собой на треть периода переменного напряжения, наводят в катушках вторичной обмотки синусоидальные ЭДС с действующим значением ( $E_{p,i}$ ), которое зависит от числа витков ( $W_{p,i}$ ) каждой катушки.

Для определения ЭДС катушек фаз вторичной обмотки ТПФ, при которых на выводах этой обмотки будет обеспечена многофазная симметричная система ЭДС, должно выполняться следующее условие:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{2(i)} &= E_{1,i} + E_{2,i}a^2 + E_{3,i}a = \\ &= E_2 \exp\left(-j \frac{2\pi}{m}(i-1)\right), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $a$  — комплексный оператор ( $a = -0,5 + j0,866$ ).

Для различных заданных значений числа фаз  $m$  вторичной обмотки система уравнений (1) содержит  $(3m)$  неизвестных значений ЭДС ( $E_{p,i}$ ) и  $(2m)$  уравнений (с учетом действительных и мнимых частей комплексных чисел), поэтому такая система линейных алгебраических уравнений является недоопределенной.

Характер множества решений линейной системы уравнений зависит только от рангов основной и расширенной матриц этой системы [9]. Ранги основной матрицы и расширенной матрицы системы уравнений (1) равны  $2m$ . С учетом того, что число неизвестных в системе уравнений равно  $3m$  ( $2m < 3m$ ), поэтому система уравнений (1) разрешима и имеет множество решений [9].

Для того чтобы уменьшить массогабаритные показатели ТПФ (см. рис. 1), необходимо определить минимальные значения ЭДС ( $E_{p,i}$ ), при которых будет обеспечиваться выполнение условия

(1), что позволит сформировать симметричную многофазную систему ЭДС на выводах при минимальном количестве витков катушек вторичной обмотки ( $W_{p,i}$ ).

При решении задачи рассмотрим количество витков катушек вторичной обмотки ТПФ в относительных единицах:

$$w_{p,i} = \frac{W_{p,i}}{W_2} = \frac{E_{p,i}}{E_2}, \quad (2)$$

где  $W_2$  — количество витков катушки вторичной обмотки трехфазного трансформатора необходимое для наведения на выводах этой катушки трансформаторной ЭДС с действующим значением  $E_2$ .

При подключении нагрузки к вторичной обмотке потребляемая мощность симметричной многофазной нагрузки должна быть равномерно распределена по трем фазам первичной обмотки ТПФ, для этого необходимо к условию (1) добавить дополнительные ограничения.

Примем комплексную проводимость нагрузки каждой фазы вторичной обмотки, равной  $Y \exp(j\psi)$ , при этом комплексные значения токов фаз равны:

$$\hat{I}_i = E_2 Y \exp\left(-j\left(\frac{2\pi}{m}(i-1)\right)\right) \exp(j\psi). \quad (3)$$

Комплексное значение полной мощности каждой катушки многофазной вторичной обмотки можно определить по выражениям:

$$\dot{S}_{1,i} = E_{1,i} \hat{I}_i = E_{1,i} E_2 Y \exp\left(j\left(\frac{2\pi}{m}(i-1) - \psi\right)\right); \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \dot{S}_{2,i} &= a^2 E_{2,i} \hat{I}_i = \\ &= E_{2,i} E_2 Y \exp\left(j\left(\frac{2\pi}{m}(i-1) - \psi - \frac{2\pi}{3}\right)\right); \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{S}_{3,i} &= a E_{3,i} \hat{I}_i = \\ &= E_{3,i} E_2 Y \exp\left(j\left(\frac{2\pi}{m}(i-1) - \psi + \frac{2\pi}{3}\right)\right). \end{aligned} \quad (6)$$

С учетом выражения (2) полная мощность, потребляемая катушками вторичной обмотки, размещенными на каждом стержне, равна:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \dot{S}_{1,i} &= \frac{m}{3} E_2^2 Y \exp(-j\psi) = \\ &= E_2^2 Y \exp(-j\psi) \sum_{i=1}^m w_{1,i} \exp\left(j\frac{2\pi}{m}(i-1)\right); \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \dot{S}_{2,i} &= \frac{m}{3} E_2^2 Y \exp(-j\psi) = \\ &= a^2 E_2^2 Y \exp(-j\psi) \sum_{i=1}^m w_{2,i} \exp\left(j\frac{2\pi}{m}(i-1)\right); \end{aligned} \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^m \dot{S}_{3,i} = \frac{m}{3} E_2^2 Y \exp(-j\psi) =$$

$$= a E_2^2 Y \exp(-j\psi) \sum_{i=1}^m w_{3,i} \exp\left(j\frac{2\pi}{m}(i-1)\right). \quad (9)$$

Таким образом, дополнительные ограничения для обеспечения равномерного распределения мощности многофазной симметричной нагрузки по трем фазам можно записать следующим образом:

$$\frac{m}{3} = \sum_{i=1}^m \left[ w_{1,i} \exp\left(j\frac{2\pi}{m}(i-1)\right) \right]; \quad (10)$$

$$\frac{m}{3} = a^2 \sum_{i=1}^m \left[ w_{2,i} \exp\left(j\frac{2\pi}{m}(i-1)\right) \right]; \quad (11)$$

$$\frac{m}{3} = a \sum_{i=1}^m \left[ w_{3,i} \exp\left(j\frac{2\pi}{m}(i-1)\right) \right]. \quad (12)$$

С учетом дополнительных ограничений (10) – (12) система уравнений будет содержать  $3m$  неизвестных переменных и  $(2m + 6)$  уравнений. Ранги основной и расширенной матриц этой системы уравнений равны  $(2m + 2)$ . При  $m \geq 3$  ранг  $(2m + 2)$  будет меньше количества неизвестных  $3m$  системы уравнений, поэтому система уравнений с учётом дополнительных ограничений также разрешима и имеет множество решений [9].

Система линейных уравнений, которые задают ограничения при решении оптимизационной задачи, состоит из  $(2m + 6)$  уравнений, ранг матрицы этой системы линейных уравнений равен  $(2m + 2)$ , поэтому в соответствии с теоремой о ранге матрицы можно исключить из системы четыре уравнения, которые представляют линейную комбинацию других уравнений этой системы [9].

Систему линейных уравнений, которые задают ограничения можно записать с использованием разреженной матрицы. Значения элементов разреженной матрицы приведены в табл. 1.

Матрица системы состоит из  $2m$ -строк и  $3m$ -столбцов без учета ограничения для равномерного распределения мощности по трем фазам или  $(2m + 2)$ -строк и  $3m$ -столбцов с учетом этого ограничения.

Для решения оптимизационной задачи необходимо записать вектор неизвестных переменных:

$$X = \{w_{1,1}, w_{2,1}, w_{3,1}, \dots, w_{1,m}, w_{2,m}, w_{3,m}\}^t. \quad (13)$$

Таким образом, необходимо определить значения действительных переменных  $x_k$ , для которых нелинейная целевая функция

$$F = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^{3m} |x_k| \quad (14)$$

принимает минимальное значение на множестве точек, координаты которых обеспечивают выполнение условий, приведенных в табл. 1.

В качестве примера определим минимальное количество витков катушек вторичной обмотки

Значения элементов разреженной матрицы ограничений

Ограничения	Значения элементов основной матрицы системы линейных уравнений	Значения элементов матрицы-столбца свободных членов системы уравнений
для обеспечения многофазной симметричной системы ЭДС	$A_{2i-1,3i-2} = 1; \quad A_{2i-1,3i-1} = A_{2i-1,3i} = -0,5;$ $A_{2i,3i-1} = \sqrt{3}/2; \quad A_{2i,3i} = -\sqrt{3}/2$	$b_{2i-1,1} = \cos\left(\frac{2\pi}{m}(i-1)\right);$ $b_{2i,1} = \sin\left(\frac{2\pi}{m}(i-1)\right)$
дополнительно, для равномерного распределения мощности по трем фазам	$A_{2m+1,3i-2} = \cos\left(\frac{2\pi}{m}(i-1)\right);$ $A_{2m+2,3i-2} = \sin\left(\frac{2\pi}{m}(i-1)\right)$	$b_{2m+1,1} = \frac{m}{3};$ $b_{2m+2,1} = 0$

Таблица 2

Минимальное количество витков катушек вторичной обмотки преобразователя фаз в относительных единицах при  $m = 5$ 

$w_{p,i}$	Без учета ограничения для равномерного распределения мощности по трем фазам			С учетом ограничения для равномерного распределения мощности по трем фазам		
	$p$			$p$		
$i$	1	2	3	1	2	3
1	1,000	0,000	0,000	0,907	-0,093	-0,093
5	0,000	0,240	-0,858	0,000	0,240	-0,858
3	-0,470	0,678	0,000	-0,469	0,679	0,000
4	-0,470	0,000	0,678	-0,469	0,000	0,679
5	0,000	-0,858	0,240	0,000	-0,858	0,240
$\Sigma w_{p,i} /m$	1,098			1,117		

ТПФ с последовательным соединением катушек вторичной обмотки (см. рис. 1) при  $m = 5$  без и с учетом дополнительного ограничения, которое учитывает необходимость равномерного распределения мощности по трем фазам первичной трехфазной обмотки (табл. 2).

Для решения оптимизационной задачи с ограничениями в виде системы линейных уравнений использован численный метод внутренней точки [10].

По известным значениям количества витков в относительных единицах ( $w_{p,i}$ ) с использованием выражения (2) можно определить количество витков ( $W_{p,i}$ ) для любого заданного значения ЭДС фазы вторичной обмотки  $E_2$  ТПФ.

Для формирования одной фазы многофазной вторичной обмотки, состоящей из последовательно соединенных трех катушек при  $m = 5$  в среднем нужно на 11,7 % больше витков, чем у катушки вторичной обмотки обычного трехфазного трансформатора с таким же значением ЭДС  $E_2$ .

По выражениям (4)–(6) определены значения полной мощности, потребляемой катушками вторичной обмотки преобразователя фаз, количество витков которых соответствует данным табл. 2. Расчет выполнен для заданной многофазной симметричной нагрузки с одинаковой проводимостью в фазах (1–j) См и фазной ЭДС  $E_2 = 1$  В. Результаты расчета полной мощности приведены в табл. 3.

Каждая катушка вторичной обмотки может потреблять или генерировать активную и реактивную мощность (см. табл. 3). Полная мощность катушек каждой фазы вторичной обмотки равна (1–j) ВА, мощность катушек, размещенных на каждом стержне — (5/3 – j 5/3) ВА, мощность всех катушек вторичной обмотки ТПФ при  $m = 5$  составляет (5 – j 5) ВА.

Полные мощности катушек вторичной обмотки ТПФ, размещенных на каждом из трех стержней, равны между собой, если число витков определено с учетом дополнительного ограничения (см. табл. 1). В этом случае каждая фаза

Полная мощность, потребляемая катушками  
вторичной обмотки преобразователя фаз при  $m = 5$

$S_{p,i}$ ВА	Без учета ограничения для равномерного распределения мощности по трем фазам			С учетом ограничения для равномерного распределения мощности по трем фазам		
	$P$			$P$		
$i$	1	2	3	1	2	3
1	$1,00 + j1,00$	$0,00 + j0,00$	$0,00 + j0,00$	$0,91 + j0,91$	$-0,03 + j0,13$	$0,13 - j0,03$
5	$0,00 + j0,00$	$0,34 - j0,02$	$0,66 + j1,02$	$0,00 + j0,00$	$0,34 - j0,02$	$0,66 + j1,02$
3	$0,66 + j0,10$	$0,34 + j0,90$	$0,00 + j0,00$	$0,66 + j0,10$	$0,34 + j0,90$	$0,00 + j0,00$
4	$0,10 + j0,66$	$0,00 + j0,00$	$0,90 + j0,34$	$0,10 + j0,66$	$0,00 + j0,00$	$0,90 + j0,34$
5	$0,00 + j0,00$	$1,02 + j0,66$	$-0,02 + j0,34$	$0,00 + j0,00$	$1,02 + j0,66$	$-0,02 + j0,34$
$\Sigma S_{p,i}$	<b><math>1,76 + j1,76</math></b>	<b><math>1,70 + j1,54</math></b>	<b><math>1,54 + j1,70</math></b>	<b><math>1,67 + j1,67</math></b>	<b><math>1,67 + j1,67</math></b>	<b><math>1,67 + j1,67</math></b>

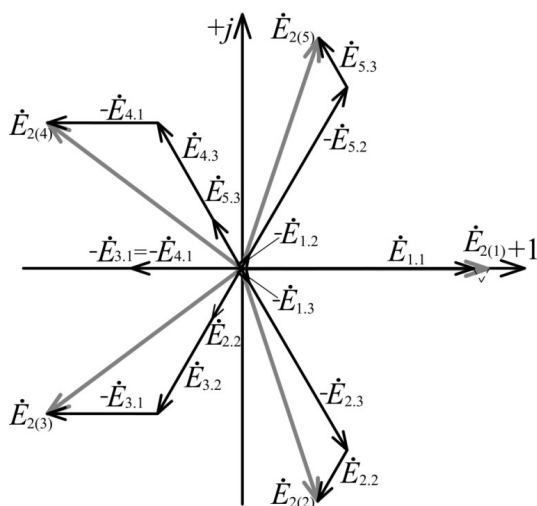


Рис. 2. Векторная диаграмма ЭДС катушек вторичной обмотки трехфазно-пятифазного ТПФ

первичной обмотки ТПФ будет потреблять из трехфазной сети одинаковую мощность, по отношению к трехфазной сети преобразователь будет трехфазной симметричной нагрузкой.

Если выполнить расчет только с учетом ограничения (1), то существует решение оптимизационной задачи, которое удовлетворяет этому условию (см. табл. 1), но при этом мощности катушек, размещенных на каждом стержне магнитопровода, не будут равны между собой (см. табл. 3).

На рис. 2 приведена векторная диаграмма ЭДС катушек вторичной обмотки ТПФ при  $m = 5$  с равномерным распределением мощности симметричной нагрузки.

ЭДС катушек вторичной обмотки позволяют обеспечить на выводах вторичной обмотки симметричную пятифазную систему ЭДС (см. рис. 2).

На основании изложенного можно сделать следующие выводы:

1. Существующие преобразователи числа фаз можно классифицировать следующим образом: преобразователи фаз, использующие фазосдви-

гающие реактивные элементы; электромеханические; трансформаторные и автотрансформаторные; преобразователи фаз, реализованные с использованием электронных схем.

2. В статье приведено решение оптимизационной задачи для определения минимального числа витков катушек вторичной обмотки трехфазно-многофазного ТПФ; каждая фаза вторичной обмотки такого преобразователя состоит из трех катушек, размещенных на каждом из трех стержней магнитопровода и соединенных последовательно между собой.

3. Предложенный подход позволяет определить минимальное число витков катушек многофазной вторичной обмотки ТПФ с трехфазной первичной обмоткой и многофазной вторичной обмоткой, число фаз которой более двух.

4. В качестве примера выполнен расчет минимального числа витков вторичной обмотки трехфазно-пятифазного ТПФ, определена полная мощность потребляемая катушками вторичной обмотки без и с учетом дополнительного условия для равномерного распределения мощности многофазной нагрузки по трем фазам. Построена векторная диаграмма ЭДС катушек вторичной обмотки, поясняющая формирование симметричной пятифазной системы ЭДС.

#### Библиографический список

1. Зиновьев Г. С. Основы силовой электроники. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1999. Ч. 1. 195 с. ISBN 5-7782-0264-4.
2. Рогинская Л. Э., Горбунов А. С., Ялалова З. И. Улучшение электромагнитной совместимости преобразовательных устройств с сетью и нагрузкой с помощью многофазных трансформаторов // Электротехнические и информационные комплексы и системы. 2014. № 3. Т. 10. С. 21–29.
3. Karekar S. Modeling and Simulation of Three Phases to Seven Phases Transformer Connection // International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology. 2016. Vol. 4, no. 3. P. 273–280.
4. Бамдас А. М., Кулинич В. А., Шапиро С. В. Статические электромагнитные преобразователи частоты и числа фаз. Москва: Госэнергоиздат, 1961. 208 с.

5. Пат. 2487455 Российская Федерация, МПК Н 02 М 5/14. Девятифазный преобразователь числа фаз / С. Н. Григорьев, В. А. Сучков, Е. В. Афонина [и др.]. № 2012109621/07; заявл. 14.03.12; опубл. 10.07.13. Бюл. № 19.

6. Yusoff N., Karim K., Ghani S. [et al.]. Analysis of Multiphase Transformer Supplying a Static and Dynamic Load // Journal of Engineering and Applied Sciences. 2016. Vol. 11, no. 14. P. 8987–8991.

7. Закарюкин В. П., Крюков А. В. Моделирование многофазных линий электропередачи: моногр. Иркутск: Изд-во ИрГУПС, 2014. 168 с.

8. Харламов В. В., Москалев Ю. В., Лысенко В. С. Моделирование работы преобразователя для подключения трехфазного асинхронного двигателя к однофазной сети // Практическая силовая электроника. 2020. № 4 (80). С. 14–19.

9. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. Москва: Наука, 1980. 976 с.

10. Nocedal J., Wright S. Numerical Optimization. Second Edition. New York: Springer, 2006. 664 p. ISBN 0-387-30303-0, 978-0387-30303-1.

**МОСКАЛЕВ Юрий Владимирович**, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Электрические машины и общая электротехника» Омского государственного университета путей сообщения, г. Омск.

SPIN-код: 1422-1951

AuthorID (РИНЦ): 657144

ORCID: 0000-0002-0970-937X

AuthorID (SCOPUS): 57200088110

Адрес для переписки: yuriyvm@mail.ru

#### Для цитирования

Москалев Ю. В. Определение минимального числа витков катушек вторичной обмотки трансформаторного трехфазно-многофазного преобразователя числа фаз // Омский научный вестник. 2022. № 1 (181). С. 61–66. DOI: 10.25206/1813-8225-2022-181-61-66.

Статья поступила в редакцию 13.01.2022 г.

© Ю. В. Москалев