

¹Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова, г. Павлодар, Республика Казахстан

²Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет, г. Омск

³Калининградский государственный технический университет, г. Калининград

РАСЧЕТ КУЛАЧКОВ ВОГНУТОГО ПРОФИЛЯ В СИСТЕМЕ MATHCAD

В статье показаны особенности кулачка вогнутого профиля, приведена методика кинематического расчета толкателя при его движении по вогнутой и закругленной поверхности. Уточнена формула для определения величины скорости толкателя на вогнутой поверхности кулачка. Предложена методика определения центра координат для радиуса вогнутой поверхности кулачка. Для увеличения скорости движения плунжера и интенсификации процесса впрыска топлива в насосах высокого давления малооборотных дизелей рекомендуется применять кулачки с вогнутым профилем. Выполнен расчет с использованием системы MATHCAD хода, скорости и ускорения толкателя в зависимости от угла поворота кулачкового вала. С использованием программы MATHCAD для кулачков с вогнутым профилем построены графики подъема толкателя, изменения его скорости и ускорения.

Ключевые слова: механизмы двигателя, вогнутый кулачок, вывод формул, расчет кинематики толкателя, программа MATHCAD, графики.

В современной технике широкое применение получили механизмы, которые служат для преобразования вращательного движения кулачковых валов в поступательное движение клапанов механизма газораспределения двигателей внутреннего сгорания, плунжеров насоса высокого давления, толкателей. Профилируют кулачки с использованием окружностей различных радиусов, которые расположены на определенном расстоянии друг от друга, применяя прямые линии, выпуклые или вогнутые дуги. «В двухтактных судовых двигателях с прямоточно-клапанной продувкой устанавливают один распределительный вал с кулачковыми шайбами вогнутого профиля для насоса высокого давления и для выпускных клапанов» [1, с. 38]. При реверсе двигателя (изменение направления вращения коленчатого вала) эти шайбы (кулачки) поворачиваются в одну сторону.

На рис. 1 показана нижняя часть насоса высокого давления судового двигателя фирмы RTA Зульцер (Швейцария) с вогнутым профилем кулачка. У двухтактного дизеля Зульцер RTA96С мощность равна 65880 кВт, число цилиндров 12,

диаметр поршня 96 см, ход поршня 250 см, частота вращения коленчатого вала 100 мин⁻¹ [2, с. 348]. Цикловая подача топлива для одного цилиндра на режиме номинальной мощности равна 163 см³.

Для тихоходных дизелей с целью увеличения скорости подъема плунжера насоса высокого давления и интенсивной подачи топлива в камеру сгорания рекомендуется применять кулачки вогнутого профиля с увеличенной крутизной. При интенсивной подаче топлива повышается давление топлива (мазута) перед распыливающими отверстиями форсунки, уменьшается продолжительность впрыска, улучшается распыливание топлива, снижается расход топлива и токсичность отработавших газов. По внешнему виду кулачки, которые используют в системах и механизмах двигателей внутреннего сгорания, бывают тангенциальные, выпуклые и вогнутые. Вогнутый профиль кулачка применяют для подъема плунжера насоса высокого давления с использованием роликовых толкателей.

Исследованию вопросов моделирования кулачковых механизмов посвящен ряд работ как

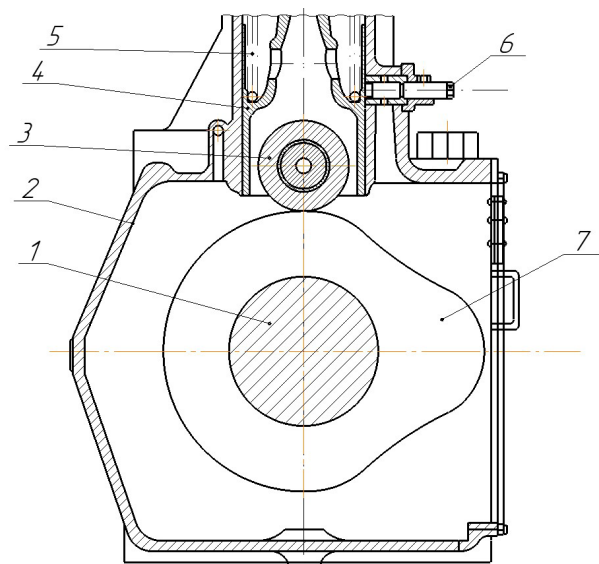


Рис. 1. Вид нижней части насоса высокого давления судового двигателя RTA Зульцер:

- 1 — распределительный вал; 2 — корпус насоса;
 3 — ролик толкателя; 4 — толкатель плунжера насоса;
 5 — пружина возвратная; 6 — механизм подъема плунжера (ручное выключение насоса);
 7 — кулачок вогнутого профиля

отечественных, так и зарубежных авторов. И. А. Халилов и А. С. Иманов, описывая свой метод профилирования выпуклых кулачков, говорят о том, что «для обеспечения контактной прочности высшей кинематической пары кулачок — толкатель необходимо профилировать кулачок с заданной кривизной», отмечая при этом, что «кривая профиля кулачка может быть получена из решения дифференциального уравнения кривизны» [3, с. 127]. А. В. Васильев, Ю. С. Бахрачёва и У. Каборе обращают внимание на «преимущества численного метода профилирования кулачков с верхним выступом толкателя по сравнению с традиционными ... при наличии ограничений на радиус кривизны профиля и контактное напряжение в сопряжении кулачок-толкатель»

[4, с. 96]. Результаты, полученные авторами, свидетельствуют о том, что разработанный ими метод «позволяет на основе единого подхода проектировать предельные по эффективности кулачки с учетом различных ограничений на их характеристики» [4, с. 101]. В работе В. Г. Муфтьева (с соавт.) на основе функционала программно-методического комплекса FairCurveModeler разработаны методы моделирования профиля кулачка, которые, по словам авторов, способны обеспечить «современные требования к геометрии профиля кулачка: метод геометрического моделирования профиля кулачка высокого качества по параметрам плавности: высокий порядок (до 9-го порядка) гладкости с плавным изменением кривизны и с фиксированными участками, геометрически точно совпадающими с дугами окружностей» [5, с. 54].

Попытка графического построения различных типов профилей кулачков представлена в научной работе Anindya Ghosh [6]. В исследовании Н. Abderazek, А. R. Yildiz, S. Mirjalili рассмотрено «применение семи алгоритмов метаэвристической оптимизации для автоматизации проектирования дискового кулачкового механизма с направляющим роликовым толкателем в соответствии с четырьмя законами движения толкателя» [7]. Авторами сформулирована задача оптимальной конструкции кулачка с учетом трех целей, «включая минимальную перегрузку, максимальную производительность и максимальную прочность кулачка», а также проанализировано «влияние выбора закона движения следящего устройства на оптимальную конструкцию механизма» [7]. F. Gao, Y. Liu, W. Liao в своей работе предлагают удобный метод проектирования профиля кулачка для кулачково-пружинного механизма, включающий в себя анализ модели с учётом силы трения; проведение на основе этой модели различных процессов вывода для получения выражения крутящего момента пружины; вывод аналитического решения уравнения и дальнейшее формирование на его основе профиля кулачка [8].

Согласно исследованиям, проведенным авторами, «профиль кулачка, созданный методом прямого вывода, может точно имитировать

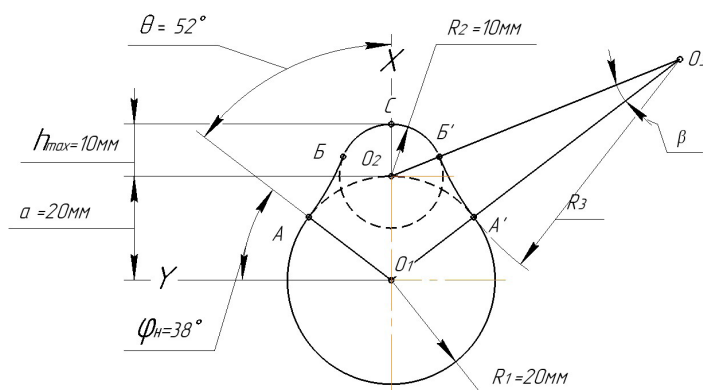


Рис. 2. Кулачок с вогнутым профилем

желаемые характеристики крутящего момента» [8].

В работах [9, 10] авторами настоящей статьи предложен кинематический анализ кулачков тангенциального и выпуклого профилей. Продолжая начатое исследование кулачковых механизмов, произведем кинематический расчет кулачков вогнутого профиля.

1. Аналитический и графический расчет кулачка с вогнутым профилем.

Исходные данные:

1. Радиус начальной окружности, $R_1 = 20$ мм (рис. 2).

2. Радиус дуги (закругления) вершины кулачка, $R_2 = 10$ м (выбран из конструктивных соображений [11, с. 503]).

3. Радиус боковой дуги вогнутого кулачка $R_3 = 50$ мм (выбран из конструктивных соображений).

4. Радиус роликового толкателя $R_p = 10$ мм.

5. Максимальный ход роликового толкателя, $h_{\max} = 10$ мм.

6. Угол от оси Y начала подъема толкателя (до точки A) $\varphi_n = 38^\circ$.

7. Угол $\Theta = 52^\circ$ высоты подъема толкателя.

8. Максимальный угол $\varphi_{1\max} = 22^\circ$ движения толкателя на участке вогнутого профиля кулачка от точки A до точки B .

9. Максимальный угол $\varphi_{2\max} = 30^\circ$ движения толкателя на участке закругления профиля вершины кулачка от точки B до точки C .

Для определения положения центра координат радиуса боковой дуги вогнутого кулачка $R_3 = 50$ мм поступаем следующим образом:

1. Определяем радиус вспомогательной окружности R_4 , выходящей из центра O_1 : $R_4 = R_3 + R_1 = 50 + 20 = 70$ мм.

2. Определяем радиус другой вспомогательной окружности R_5 , выходящей из центра O_2 : $R_5 = R_3 + R_2 = 50 + 10 = 60$ мм.

3. Из центра O_1 радиусом $R_4 = 70$ мм проводим дугу. Дополнительно проводим дугу из центра O_2 радиусом $R_5 = 60$ мм. Точка пересечения двух дуг и есть центр окружности O_3 радиуса боковой дуги выпуклого кулачка $R_3 = 50$ мм. При помощи радиуса $R_3 = 50$ мм делаем плавное сопряжение двух окружностей с радиусами $R_1 = 20$ мм и $R_2 = 10$ мм.

В точке A (контакт наружной поверхности ролика толкателя с поверхностью кулачка) высота подъема толкателя равна нулю.

При движении толкателя по вогнутой поверхности от точки A до точки B начинается его подъем (22°). Высоту подъема толкателя при повороте кулачкового вала от $\varphi_1 = 0^\circ$ до 22° (первый участок) определим по формуле [12, с. 453]

$$\Delta h_1 = (R_1 + R_3) \times \left(\cos \varphi_1 - \frac{1}{k} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi_1} \right) - (R_1 + R_p), \quad (1)$$

где коэффициент $k = \frac{R_1 + R_3}{R_3 - R_p} = \frac{20 + 50}{50 - 10} = 1,75$, $R_p = 10$ мм — радиус ролика.

Определим по формуле (1) величину Δh_1 при $\varphi_1 = 22^\circ$ ($\cos 22^\circ = 0,927$, $\sin 22^\circ = 0,374$).

$$\Delta h_1 \approx (20 + 50) \cdot \left(0,927 - \frac{1}{1,75} \sqrt{1 - 3,06 \cdot 0,1398} \right) - (20 + 10) \approx 4,67 \text{ мм.}$$

При $\varphi_1 = 0^\circ$, с учетом формулы (1) величина $\Delta h_1 \approx 0$ мм:

$$\Delta h_1 \approx (20 + 50) \cdot \left(1 - \frac{1}{1,75} \right) - (20 + 10) \approx 0 \text{ мм.}$$

Второй участок начинается от точки B до точки C , угол $\varphi_{2\max}$ на нем равен 30° . Это участок скругления радиусом $R_2 = 10$ мм вершины кулачка. Отчет $\varphi_{2\max} = 30^\circ$ начинается от точки B ($\varphi_2 = 0^\circ$) до точки C ($\varphi_2 = 30^\circ$).

Выше точки B начинается сопряжение вогнутой линии и дуги. Угол поворота соответствует качению ролика по дуге окружности радиуса R_2 до точки максимального подъема толкателя.

Приращение хода толкателя на втором участке (закругления вершины кулачка) определяется по формуле [13, с. 288]

$$\Delta h_2 = a \times \left(\frac{\cos[\theta - (\varphi_{1\max} + \varphi_2)] + \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2[\theta - (\varphi_{1\max} + \varphi_2)]}}{\lambda} \right) - (R_1 + R_p), \quad (2)$$

где $a = 20$ мм — расстояние от центров окружностей радиусом R_1 и R_2 ; λ — постоянный коэффициент, зависящий от принятых размеров кулачка.

Обозначив $\theta_1 = \theta - \varphi_{1\max} = 52^\circ - 22^\circ = 30^\circ$, перепишем формулу (2) в виде

$$\Delta h_2 = a \cdot \left[\frac{\cos(\theta_1 - \varphi_2) + \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\theta_1 - \varphi_2)}}{\lambda} \right] - (R_1 + R_p). \quad (3)$$

Коэффициент λ зависит от межцентрового расстояния a , радиуса вершины кулачка R_2 , радиуса ролика R_3 и определяется в нашем примере по формуле

$$\lambda = a / (R_2 + R_p) = 20 / (10 + 10) = 1. \quad (4)$$

Для $\lambda = 1$ формула (2) примет более простой вид

$$\Delta h_2 = 2a \cdot \cos[\theta - (\varphi_{1\max} + \varphi_2)] - (R_1 + R_p), \quad (5)$$

или, с учётом $\theta_1 = \theta - \varphi_{1\max} = 52^\circ - 22^\circ = 30^\circ$, из формулы (5) следует, что

$$\Delta h_2 = 2a \cdot \cos(\theta_1 - \varphi_2) - (R_1 + R_p). \quad (6)$$

Предположим, что качение ролика по вогнутой поверхности закончилось при $\varphi_{1\max} = 22^\circ$ и только началось качение по дуге. Для $\Theta = 52^\circ$, $\varphi_{1\max} = 22^\circ$ и $\varphi_2 = 0^\circ$ (точка B) по формуле (5) получим

$$\Delta h_2 = 2 \cdot 20 \cdot \cos[52^\circ - (22^\circ + 0^\circ)] - (20 + 10) \approx 40 \cdot 0,866 - 30 = 4,64 \text{ мм}$$

По формулам (1) и (5) увеличение хода центра ролика при его движении соответственно по вогнутой линии от точки A до точки B и от точки B до точки C будет примерно одинаковым (4,67 мм и 4,64 мм). В точке B величина $\Delta h_1 \approx \Delta h_2$. Это поясняет то, что формула для определения высоты подъема толкателя от точки B до точки C выбрана правильно. Для определения скорости толкателя на каждом участке продифференцируем по времени t функцию перемещения (хода) толкателя, заданную формулами (1) и (3) на соответствующих участках движения. Учтём при этом зависимость угла поворота толкателя φ от времени t : $\varphi = \omega \cdot t$, где $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ — угловая скорость вращения кулачкового вала в рассматриваемый момент времени (в нашем примере $\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \approx \frac{3,14 \cdot 1000}{30} \approx 104,6 \text{ с}^{-1}$).

Тогда функция $h = h(\varphi) = h(\varphi(t))$, следовательно,

$$\begin{aligned} \vartheta_1 &= \frac{dh}{dt} = \frac{dh}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \omega \cdot \frac{dh}{d\varphi_1} = \\ &= \omega \cdot \left[\left((R_1 + R_3) \times \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \left(\cos \varphi_1 - \frac{1}{k} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi_1} \right) - (R_1 + R_p) \right) \right]_{\varphi_1} = \\ &= \omega \cdot \left[(R_1 + R_3) \cdot \left(-\sin \varphi_1 - \frac{-2k^2 \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1}{2k \cdot \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi_1}} \right) \right] = \\ &= \omega \cdot (R_1 + R_3) \cdot \left(\frac{k \cdot \sin 2\varphi_1}{2 \cdot \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi_1}} - \sin \varphi_1 \right), \end{aligned}$$

— для **вогнутого** участка и, соответственно, для участка с закруглением

$$\begin{aligned} \vartheta_2 &= \frac{dh}{dt} = \frac{dh}{d\varphi_2} \cdot \frac{d\varphi_2}{dt} = \omega \cdot \frac{dh}{d\varphi_2} = \\ &= \omega \cdot \left(a \cdot \left[\frac{\cos(\theta_1 - \varphi_2) +}{\lambda \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\theta_1 - \varphi_2)}} \right] - (R_1 + R_p) \right)_{\varphi_2} = \\ &= \omega \cdot a \cdot \left[\frac{\sin(\theta_1 - \varphi_2) +}{- \lambda^2 \cdot 2 \sin(\theta_1 - \varphi_2) \cdot \cos(\theta_1 - \varphi_2) \cdot (-1)} \right] = \\ &= \omega \cdot a \cdot \sin(\theta_1 - \varphi_2) \cdot \left[1 + \frac{\lambda \cos(\theta_1 - \varphi_2)}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\theta_1 - \varphi_2)}} \right]. \end{aligned}$$

Таким образом, формулы для нахождения скорости толкателя на вогнутом участке (ϑ_1) и участке с закруглением (ϑ_2) имеют вид

$$\vartheta_1 = \omega \cdot (R_1 + R_3) \cdot \left(\frac{k \cdot \sin 2\varphi_1}{2 \cdot \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi_1}} - \sin \varphi_1 \right). \quad (7)$$

Если в формулу (7) подставить угловую скорость $\omega = 104,6 \text{ 1/с}$, $R_1 = 20 \text{ мм}$, $R_3 = 50 \text{ мм}$, $k = 1,75$, $\sin 22^\circ = 0,374$, то величина $\vartheta = 3,14 \text{ м/с}$.

$$\vartheta_2 = \omega \cdot a \cdot \sin(\theta_1 - \varphi_2) \cdot \left[1 + \frac{\lambda \cos(\theta_1 - \varphi_2)}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\theta_1 - \varphi_2)}} \right], \quad (8)$$

где $\theta_1 = \theta - \varphi_{\text{imax}} = 52^\circ - 22^\circ = 30^\circ$.

Для нахождения ускорения (j) на каждом участке, по аналогии с нахождением скорости, продифференцируем по времени функцию скорости, учитывая, что $j = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d\vartheta}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega \cdot \frac{d\vartheta}{d\varphi}$.

На прямолинейном участке продифференцируем функцию скорости, заданную уравнением (7).

$$\begin{aligned} j_1 &= \frac{d\vartheta_1}{dt} = \frac{d\vartheta_1}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \omega \cdot \frac{d\vartheta_1}{d\varphi_1} = \\ &= \omega^2 \cdot (R_1 + R_3) \cdot \left(\frac{k \cdot \sin 2\varphi_1}{2 \cdot \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi_1}} - \sin \varphi_1 \right)_{\varphi_1} = \\ &= \omega^2 \cdot (R_1 + R_3) \cdot \left(\frac{k \cdot \cos 2\varphi_1 - k^3 \cdot \sin^4 \varphi_1}{(1 - k^2 \sin^2 \varphi_1)^{\frac{3}{2}}} - \cos \varphi_1 \right). \end{aligned}$$

Таким образом, на **вогнутом** участке ускорение толкателя кулачка определяется по формуле

$$j_1 = \omega^2 \cdot (R_1 + R_3) \times \left(\frac{k \cdot \cos 2\varphi_1 - k^3 \cdot \sin^4 \varphi_1}{(1 - k^2 \sin^2 \varphi_1)^{\frac{3}{2}}} - \cos \varphi_1 \right), \quad (9)$$

где $\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \approx \frac{3,14 \cdot 1000}{30} \approx 104,6 \text{ с}^{-1}$, $k = 1,75$.

Аналогично приходим к формуле для нахождения ускорения толкателя на участке с закруглением, продифференцировав по переменной t функцию скорости, заданную уравнением (8),

$$\begin{aligned} j_2 &= \frac{d\vartheta_2}{dt} = \frac{d\vartheta_2}{d\varphi_2} \cdot \frac{d\varphi_2}{dt} = \omega \cdot \frac{d\vartheta_2}{d\varphi_2} = \\ &= \omega^2 \cdot a \cdot \left(\frac{\sin(\theta_1 - \varphi_2) \times}{\left[1 + \frac{\lambda \cos(\theta_1 - \varphi_2)}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\theta_1 - \varphi_2)}} \right]} \right)_{\varphi_2}. \end{aligned}$$

Продифференцировав по переменной φ_2 вышеуказанное выражение, путем преобразований получим формулу для нахождения ускорения толкателя вогнутого кулачка на участке с закруглением

$$j_2 = -\omega^2 \cdot a \cdot \left(\frac{\cos(\theta_1 - \varphi_2) + \frac{\lambda}{q} \cdot \cos[2(\theta_1 - \varphi_2)] +}{+ \frac{\lambda^3}{4q^3} \cdot \sin^2[2(\theta_1 - \varphi_2)]} \right), \quad (10)$$

где $q = \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\theta_1 - \varphi_2)}$, $\theta_1 = \theta - \varphi_{\text{imax}}$, $\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \approx \frac{3,14 \cdot 1000}{30} \approx 104,6 \text{ с}^{-1}$.

В настоящей работе для случая $\lambda = 1$ на закруглённом участке вершины кулачка получим следующие расчетные формулы пути, скорости и ускорения толкателя:

$$\Delta h_2 = 2a \cdot \cos(\theta_1 - \varphi_2) - (R_1 + R_p). \quad (11)$$

$$\vartheta_2 = 2\omega \cdot a \cdot \sin(\theta_1 - \varphi_2). \quad (12)$$

$$j_2 = -2\omega^2 \cdot a \cdot \cos(\theta_1 - \varphi_2). \quad (13)$$

В точке *Б* происходит переход вогнутой линии в выпуклую (закругление вершины кулачка) и для уточнения формулы (12) в нее вводится поправочный коэффициент $\psi = 1,5$

$$\vartheta_2 = \psi \cdot 2\omega \cdot a \cdot \sin(\theta_1 - \varphi_2). \quad (14)$$

$$\vartheta_2 = 3\omega \cdot a \cdot \sin(\theta_1 - \varphi_2). \quad (15)$$

В табл. 1 представлены результаты расчета хода, скорости и ускорения толкателя для выпуклого кулачка на участках 1 и 2 (для случая $\lambda = 1$).

На втором участке закругления вершины кулачка скорость подсчитывалась по уточненной формуле (15).

Участок ($22^\circ - 52^\circ$), или $0^\circ - 30^\circ$ начинается от точки *Б* и продолжается до точки *С*. В точке *Б* начинается расчет второго участка (закругление вершины кулачка). Ход толкателя в конце первого участка (вогнутого профиля) при 22° , определенный по формуле (1), должен совпадать со значением, полученным по формуле (11) для начала второго участка (для $\varphi_2 = 0^\circ$). Расчет начинают с $\varphi_2 = 0^\circ, 5^\circ, 10^\circ$ и т. д. до 30° . Угол поворота кулачкового вала (φ_n) на первом участке ($0^\circ - 22^\circ$), на втором ($22^\circ - 52^\circ$), или 30° .

По данным табл. 1 построен график (рис. 3) хода толкателя (сплошная линия) и скорости (прерывистая линия) в зависимости от угла поворота вала для кулачка с вогнутым профилем.

2. Расчет кулачка с вогнутым профилем в системе MATHCAD. При решении задач, связанных с проектированием кулачковых механизмов используются различные программные средства. Одним из таких средств выступает система MATHCAD. Возможности применения MATHCAD в решении технических задач, в том числе задач кинематического расчёта кулачков различного профиля, представлены в работах [9, 10, 14, 15]. Ниже приведен пример кинематического расчёта кулачка с вогнутым профилем в системе MATHCAD.

2.1. Исходные данные.

$R_1 = 20$ мм; $R_2 = 10$ мм; $R_3 = 50$ мм; $R_p = 10$ мм; $a = 20$ мм;

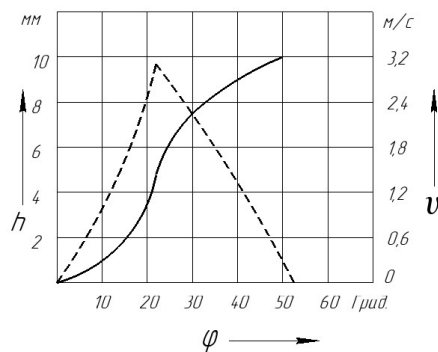


Рис. 3. Зависимость хода и скорости толкателя от частоты вращения вала кулачка с вогнутым профилем

$h_{Tmax} = 10$ мм; $h_{max} = 10$ мм;
 $\varphi_n = 38$ град; $\varphi_{1max} = 22$ град; $\varphi_{2max} = 30$ град;
 $\Theta = 52$ град;
 $\pi = 3,142$; $\omega = 104,6$ 1/с — угловая скорость вращения вала кулачка;

$$\text{Коэффициент } k := \frac{R_1 + R_3}{R_3 - R_p} = 1,75.$$

2.2. Расчёт высоты подъёма толкателя.

А. Высота подъёма толкателя на первом участке АБ (рис. 2) при повороте кулачкового вала от 0° до 22° (вогнутый участок)

$$h_1(\varphi) := (R_1 + R_3) \times \left(\cos(\varphi \cdot \text{deg}) - \frac{1}{k} \cdot \sqrt{1 - k^2 \cdot \sin(\varphi \cdot \text{deg})^2} \right).$$

Для обобщения всех дальнейших расчётов перейдём к углу поворота кулачка φ .

$\varphi = 0, 5, \dots, 22$

$\varphi = h_1(\varphi) =$

0 0

5 0,202

10 0,828

15 1,954

20 3,737

22 4,699

Б. Высота подъёма толкателя на втором участке ББ' при повороте кулачкового вала от 22° до 82° (участок с закруглением)

Таблица 1

Изменение хода, скорости и ускорения толкателя от кулачка с вогнутым профилем

Вогнутый участок				Криволинейный участок			
$\varphi_{p1}, ^\circ$	$h_1, \text{ мм}$	$\vartheta_1, \text{ м/с}$	$j_1, \text{ м/с}^2$	$\varphi_{p2}, ^\circ$ ($\varphi_n, ^\circ$) ¹	$h_2, \text{ мм}$	$\vartheta_2, \text{ м/с}$	$j_2, \text{ м/с}^2$
0	0	0,00	574,41	0 (22)	4,64	3,13	-379,00
5	0,19	0,49	604,40	5 (27)	6,24	2,65	-396,51
10	0,85	1,03	699,11	10 (32)	7,56	2,14	-411,40
15	1,96	1,70	872,87	15 (37)	8,60	1,62	-422,77
20	3,76	2,64	1167,64	20 (42)	9,36	1,08	-431,08
22	4,67	3,14	1344,32	25 (47)	9,84	0,51	-435,90
				30 (52)	10,00	0,00	-437,65

($\varphi_n, ^\circ$) — угол поворота кулачкового вала относительно оси, в градусах

$\varphi: = 22, 27, \dots 82$ (в табл. 1 этот угол соответствует углу φ_n — угол поворота кулачкового вала относительно оси)

$$a = 20$$

$$h_{\max}: = 10 \quad \Theta = 52$$

$$h_2(\varphi): = 2a \cdot \cos[(\Theta - \varphi) \cdot \text{deg}] - (R_1 + R_p)$$

$\varphi =$	$h_2(\varphi) =$	$\varphi =$	$h_2(\varphi) =$
22	4,64	57	9,848
27	6,251	62	9,392
32	7,587	67	8,637
37	8,637	72	7,587
42	9,392	77	6,251
47	9,848	82	4,64
52	10		

В. Высота подъёма толкателя на третьем участке Б'А' при повороте кулачкового вала от 82° до 104° (вогнутый участок)

$$h_3(\varphi) := (R_1 + R_3) \times \left(\cos[(2\Theta - \varphi) \cdot \text{deg}] - \frac{1}{k} \cdot \sqrt{1 - k^2 \cdot \sin[(2\Theta - \varphi) \cdot \text{deg}]^2} \right) - (R_1 + R_p).$$

$$\varphi: = 84, 89, \dots, 104$$

$$\varphi = \quad h_3(\varphi) =$$

$$84 \quad 3,736$$

$$89 \quad 1,954$$

$$94 \quad 0,828$$

$$99 \quad 0,202$$

$$104 \quad 0$$

Пусть $\varphi: = 0 \dots 104$. Объединение трёх графиков подъёма толкателя в один осуществляется с использованием программного модуля Add Line"

$$h(\varphi) := \begin{cases} h_1(\varphi) & \text{if } \varphi \geq 0 \leq 22 \\ h_2(\varphi) & \text{if } \varphi \geq 22 \leq 82 \\ h_3(\varphi) & \text{if } \varphi > 82 \leq 104 \end{cases}$$

На рис. 4 представлен график хода толкателя для вогнутого кулачка.

2.3. Расчёт скорости толкателя.

А. Скорость толкателя на первом участке АБ (вогнутый участок) при изменении угла поворота кулачка от 0° до 22°

$$\varphi: = 0, 5, \dots 22.$$

$$v_1(\varphi) := 10^{-3} \cdot \omega \cdot (R_1 + R_3) \times \left(\frac{k \cdot \sin(2\varphi \cdot \text{deg})}{2\sqrt{1 - k^2 \cdot \sin(\varphi \cdot \text{deg})^2}} - \sin(\varphi \cdot \text{deg}) \right).$$

$$\varphi = \quad v_1(\varphi) =$$

$$0 \quad 0$$

$$5 \quad 0,488$$

$$10 \quad 1,029$$

$$15 \quad 1,698$$

$$20 \quad 2,637$$

$$22 \quad 3,152$$

Б. Скорость толкателя на втором участке ББ' при повороте кулачкового вала от 22° до 82°

$\varphi: = 22, 27, \dots 82$ (в табл. 1 этот угол соответствует углу φ_n — угол поворота кулачкового вала относительно оси)

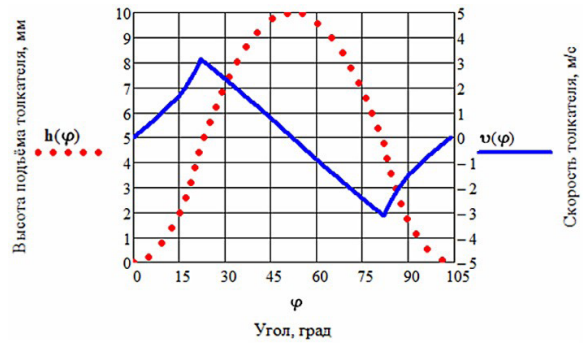


Рис. 4. Путь и скорость толкателя кулачка с вогнутым профилем

$$a = 20 \quad \Theta = 52$$

$$v_2(\varphi): = 10^{-3} \cdot 3 \cdot a \cdot \omega \cdot \sin[(\Theta - \varphi) \cdot \text{deg}]$$

$\varphi =$	$v_2(\varphi) =$	$\varphi =$	$v_2(\varphi) =$
22	3,138	57	-0,547
27	2,653	62	-1,09
32	2,147	67	-1,625
37	1,625	72	-2,147
42	1,09	77	-2,653
47	0,547	82	-3,138
52	0		

В. Скорость толкателя на третьем участке Б'А' (вогнутый участок) при повороте кулачкового вала от 82° до 104°

$$\varphi: = 84, 89, \dots, 104$$

$$v_3(\varphi) := -10^{-3} \cdot \omega \cdot (R_1 + R_3) \times$$

$$\left(\frac{k \cdot \sin[(4\Theta - 2\varphi) \cdot \text{deg}]}{2\sqrt{1 - k^2 \cdot \sin[(2\Theta - \varphi) \cdot \text{deg}]^2}} - \sin[(2\Theta - \varphi) \cdot \text{deg}] \right).$$

$\varphi =$	$v_3(\varphi) =$
84	-2,637
89	-1,698
94	-1,029
99	-0,488
104	0

Пусть $\varphi: = 0 \dots 104$. Объединение трёх графиков скорости толкателя в один осуществляется с использованием программного модуля Add Line"

$$v(\varphi) := \begin{cases} v_1(\varphi) & \text{if } \varphi \geq 0 \leq 22 \\ v_2(\varphi) & \text{if } \varphi \geq 22 \leq 82 \\ v_3(\varphi) & \text{if } \varphi > 82 \leq 104 \end{cases}$$

На рис. 4 представлены совмещенные графики высоты подъёма и скорости толкателя кулачка с вогнутым профилем, построенные с помощью MATHCAD.

2.4. Расчёт ускорения толкателя.

А. Ускорение толкателя на первом участке АБ (вогнутый участок) при изменении угла поворота кулачка от 0° до 22°

$$\varphi: = 0, 5, \dots, 22.$$

$$j_1(\varphi) := 10^{-3} \cdot \omega^2 \cdot (R_1 + R_3) \times \left(\frac{k \cdot \cos(2\varphi \cdot \text{deg}) - k^3 \cdot \sin(\varphi \cdot \text{deg})^4}{(1 - k^2 \cdot \sin(\varphi \cdot \text{deg})^2)^2} - \cos(\varphi \cdot \text{deg}) \right).$$

$\varphi =$	$j_1(\varphi) =$
0	574,411
5	604,161
10	697,952
15	872,264
20	1168,351
22	1341,423

Б. Ускорение толкателя на втором участке ББ' при повороте кулачкового вала от 22° до 82°

$\varphi = 22, 27, \dots, 82$ (в табл. 1 этот угол соответствует углу $\varphi_{\text{п}}$ — угол поворота кулачкового вала относительно оси)

$$a = 20 \quad \Theta = 52$$

$$j_2(\varphi) := -2 \cdot 10^{-3} \cdot a \omega^2 \cdot \cos[(\Theta - \varphi) \cdot \text{deg}]$$

$\varphi =$	$j_2(\varphi) =$	$\varphi =$	$j_2(\varphi) =$
22	-378,998	57	-435,981
27	-396,632	62	-430,996
32	-411,246	67	-422,73
37	-422,73	72	-411,246
42	-430,996	77	-396,632
47	-435,981	82	-378,998
52	-437,646		

В. Ускорение толкателя на третьем участке Б'А' (вогнутый участок) при повороте кулачкового вала от 82° до 104°

$$\varphi = 84, 89, \dots, 104$$

$$j_3(\varphi) := 10^{-3} \cdot \omega^2 \cdot (R_1 + R_3) \times$$

$$\times \left[\frac{k \cdot \cos[(4\Theta - 2\varphi) \cdot \text{deg}] - k^3 \cdot \sin[(2\Theta - \varphi) \cdot \text{deg}]^4}{(1 - k^2 \cdot \sin[(2\Theta - \varphi) \cdot \text{deg}]^2)^3 - \cos[(2\Theta - \varphi) \cdot \text{deg}]} \right]$$

$\varphi =$	$j_3(\varphi) =$
84	1168,351
89	872,264
94	697,952
99	604,161
104	574,411

Пусть $\varphi = 0 \dots 104$, тогда

$$j(\varphi) := \begin{cases} j_1(\varphi) & \text{if } \varphi \geq 0 \leq 22 \\ j_2(\varphi) & \text{if } \varphi \geq 22 \leq 82 \\ j_3(\varphi) & \text{if } \varphi \geq 82 \leq 104 \end{cases}$$

На рис. 5 представлен график ускорения толкателя для кулачка с вогнутым профилем.

Выводы

1. Приведены особенности кулачка с вогнутым профилем, дана методика кинематического расчета толкателя при его движении по вогнутой и закругленной поверхности.

2. Предложена методика определения положения центра координат радиуса боковой дуги вогнутого кулачка.

3. Уточнена формула для определения величины скорости толкателя на вогнутой поверхности кулачка.

4. Для увеличения скорости движения плунжера и интенсификации процесса впрыска топлива в насосах высокого давления мало оборотных дизелей рекомендуется применять кулачки с вогнутым профилем.

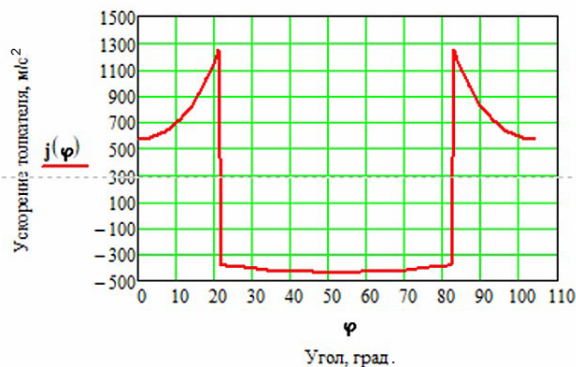


Рис. 5. Ускорение толкателя кулачка с вогнутым профилем

5. Приведен расчет кулачков вогнутого профиля и выполнено построение графиков высоты подъема, скорости и ускорения толкателя в системе MATHCAD.

Библиографический список

1. Конкс Г. А. Мировое судовое дизелестроение. Концепции конструирования, анализ международного опыта. Москва: Машиностроение, 2005. 512 с. ISBN 5-217-03290-1.
2. Конкс Г. А., Лашко В. А. Современные подходы к конструированию поршневых двигателей. Москва: Моркнига, 2009. 388 с. ISBN 978-5-903080-53-3.
3. Халилов И. А., Иманов А. С. Моделирование кулачкового механизма с учетом критериев качества // Вестник Херсонского национального технического университета. 2017. № 4 (63). С. 126–134.
4. Васильев А. В., Бахрачева Ю. С., Каборе У. Профилирование высокоэффективных кулачков газораспределения двигателей внутреннего сгорания // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 10: Инновационная деятельность. 2013. № 2 (9). С. 96–102.
5. Муфтеев В. Г., Зиатдинов Р. А., Зелев А. П. [и др.] Программа faircurvemodeler моделирования кривых и поверхностей класса «f» и разработка на ее основе прикладных САПР // Электротехнические и информационные комплексы и системы. 2018. Т. 14, № 2. С. 53–63.
6. Ghosh A. Kinematic Analysis of Different Shedding Cams Used in Weaving Looms // Industrial Engineering Journal. 2019. Vol. 12 (12). DOI: 10.26488/IEJ.12.12.1201.
7. Abderazek H., Yildiz A. R., Mirjalili S. Comparison of recent optimization algorithms for design optimization of a cam-follower mechanism // Knowledge-Based Systems. 2020. Vol. 191. 105237. DOI: 10.1016/j.knosys.2019.105237.
8. Gao F., Liu Y., Liao W. Cam Profile Generation for Cam-Spring Mechanism with Desired Torque // Journal of Mechanisms Robotics. 2018. Vol. 10 (4): 041009. DOI: 10.1115/1.4040270
9. Макушев Ю. П., Полякова Т. А., Волкова Л. Ю. [и др.]. Кинематический расчет и построение графиков высоты подъема и скорости толкателя тангенциальных кулачков с использованием программы MATHCAD // Омский научный вестник. 2021. № 4 (178). С. 5–12. DOI: 10.25206/1813-8225-2021-178-5-12.
10. Полякова Т. А., Макушев Ю. П., Волкова Л. Ю. [и др.]. Кинематический расчет кулачков выпуклого профиля с использованием программы MATHCAD // Омский научный вестник. 2021. № 5 (179). С. 34–40. DOI: 10.25206/1813-8225-2021-179-34-40.

11. Архангельский В. М., Вихерт М. М., Воинов А. Н. [и др.]. Автомобильные двигатели. Москва: Машиностроение, 1977. 590 с.
12. Вихерт М. М., Доброгаев Р. П., Ляхов М. И. [и др.]. Конструкция и расчет автотракторных двигателей / под ред. Ю. А. Степанова. Москва: Машиностроение, 1957. 552 с.
13. Колчин А. И., Демидов В. П. Расчет автомобильных и тракторных двигателей. Москва: Высшая школа, 2008. 496 с.
14. Макаров Е. Г. Инженерные расчеты в MATHCAD 15. Санкт-Петербург: Питер, 2011. 400 с.
15. Рындин В. В., Волкова Л. Ю. Применение системы MATHCAD при статистическом анализе экспериментальных данных // Наука и техника Казахстана. 2018. № 4. С. 6–17.

РЫНДИН Владимир Витальевич, кандидат технических наук, профессор кафедры «Механика и нефтегазовое дело» Павлодарского государственного университета им. С. Торайгырова, г. Павлодар.
SPIN-код: 1687-9720
AuthorID (РИНЦ): 929600
AuthorID (SCOPUS): 7007057327
Адрес для переписки: rvladvit@yandex.kz

МАКУШЕВ Юрий Петрович, кандидат технических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Автомобили и энергетические установки» Сибирского государственного автомобильно-дорожного университета (СибАДИ), г. Омск.
SPIN-код: 4777-2831

AuthorID (РИНЦ): 650763
AuthorID (SCOPUS): 57210975800
Адрес для переписки: makushev321@mail.ru

ПОЛЯКОВА Татьяна Анатольевна, кандидат педагогических наук, доцент (Россия), доцент кафедры «Физика и математика» СибАДИ, г. Омск.
SPIN-код: 4090-8339
AuthorID (РИНЦ): 652910
AuthorID (SCOPUS): 57287283100
ORCID: 0000-0002-9673-1750
Адрес для переписки: ta_polyakova@mail.ru

ВОЛКОВА Лариса Юрьевна, кандидат технических наук, доцент кафедры судовых энергетических установок и теплоэнергетики Калининградского государственного технического университета, г. Калининград.
SPIN-код: 9822-6287
AuthorID (РИНЦ): 1013467
AuthorID (SCOPUS): 57210983249
Адрес для переписки: volkova0969@mail.ru

Для цитирования

Рындин В. В., Макушев Ю. П., Полякова Т. А., Волкова Л. Ю. Расчет кулачков вогнутого профиля в системе MATHCAD // Омский научный вестник. 2022. № 1 (181). С. 25–32. DOI: 10.25206/1813-8225-2022-181-25-32.

Статья поступила в редакцию 28.12.2021 г.
© В. В. Рындин, Ю. П. Макушев, Т. А. Полякова,
Л. Ю. Волкова