УДК/UDC 514.1:519.6
DOI: 10.25206/1813-8225-2025-196-12-17
EDN: KQTVOK
Научная статья/Original article

СТРУКТУРНАЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АССОЦИИРОВАННЫХ МНОЖЕСТВ КРИВЫХ

В. Ю. Юрков, М. А. Чижик, И. А. Шевелёва

Омский государственный технический университет, Россия, 644050, г. Омск, пр. Мира, 11

В статье описывается итерационный алгоритм построения однопараметрического семейства множеств взаимно связанных кривых. Взаимная связь означает существование взаимно однозначного и непрерывного соответствия между точками кривых. Каждое множество кривых семейства удовлетворяет своему набору граничных условий, оставляющих свободным один параметр для каждой кривой множества. Этот параметр позволяет организовать итерационный процесс приближения каждой кривой к заданному для неё набору граничных условий. Подробно рассмотрен частный случай описанного подхода, в котором предлагается структурная геометрическая модель прогнозирования формы трехслойного тканевого пакета, изгибающегося под действием внешней силы. Геометрическая модель нормального поперечного сечения такого пакета представляет собой однопараметрическое семейство взаимно связанных парабол высших степеней. Свободный параметр функционально связан с суммарной жесткостью пакета. Зависимость суммарной жесткости от компонентов пакета может быть определена только экспериментально. В статье эта зависимость предполагается линейной. Одним из условий построения однопараметрического семейства является постоянство длин дуг взаимно связанных кривых. Предложенный подход может быть применен к решению ряда теоретических и прикладных задач инженерной геометрии в области конструирования многослойных тканевых пакетов.

Ключевые слова: геометрическая форма, параметризация, прогнозирование, взаимно связанные кривые, однопараметрическое множество, многослойный тканевый пакет, деформация.

Для цитирования: Юрков В. Ю., Чижик М. А., Шевелёва И. А. Структурная геометрическая модель ассоциированных множеств кривых // Омский научный вестник. 2025. № 4 (196). С. 12–17. DOI: 10.25206/1813-8225-2025-196-12-17. EDN: KQTVOK.

STRUCTURAL GEOMETRIC MODEL OF ASSOCIATED SETS OF CURVES

V. Yu. Yurkov, M. A. Chizhik, I. A. Sheveleva

Omsk State Technical University, Russia, Omsk, Mira Ave., 11, 644050

The paper is devoted to an iterative algorithm for constructing a one-parameter family of sets of mutually connected curves. Mutual connection means existence some one-to-one and continuous correspondence between the points of the curves. Each set of curves in the family satisfies its own set of boundary conditions that leave one parameter free for each curve of the set. This parameter allows us to organize an iterative process of approaching for each curve to the set of boundary conditions set for it. A special case of the described approach is considered in detail. The structural geometric model for predicting the shape of three-layer fabric package is proposed. Deformation of the package occurs through the action of an external force. The structural geometric model of normal cross-sectional image of such package is a one-parameter family of interconnected parabolas of higher degrees. Only one free parameter is connected functionally with the total stiffness of the package. The total stiffness of the package and its function can only be determined experimentally. In the paper, we consider this function as a linear one. One of the conditions for constructing one-parameter family is constancy of the lengths of arcs of mutually connected curves. Proposed approach may be applied to solving a number of theoretical and applied problems of engineering geometry in the field of designing multilayer fabric packages.

Keywords: geometric shape, parameterization, forecasting, mutually connected curves, one-parameter set, multilayer fabric package, deformation.

For citation: Yurkov V. Yu., Chizhik M. A., Sheveleva I. A. Structural geometric model of associated sets of curves. *Omsk Scientific Bulletin.* 2025. No. 4 (196). P. 12–17. DOI: 10.25206/1813-8225-2025-196-12-17. EDN: KQTVOK.

Введение

Прогнозирование изменения геометрической формы, описанной в виде отсека кривой или поверхности, обычно моделируется однопараметрическим семейством кривых или поверхностей, определенном на некотором, достаточно малом промежутке изменения параметра. Если же отсеки принадлежат разным геометрическим объектам, но тем не менее взаимно связаны друг с другом, то есть, если между ними существует какое-либо соответствие, необходимо включать в изучение однопараметрическое семейство соответствий (гомотопии). Такого рода геометрические задачи встречаются, например, в моделировании многофакторных технологических процессов.

Довольно сложной проблемой является прогнозирование изменения формы элементов конструкций, выполненных из материалов, в которых деформации не следуют закону Гука. Такого рода конструкции часто встречаются в архитектурных сооружениях. К ним относятся, например, тентовые шатровые оболочки [1]. Формообразование таких объектов изучено мало, что приводит к возникновению ошибок в проектировании, конструировании и раскрое. Для расчета таких объектов применяются схемы разбивки на элементы ромбовидной или треугольной формы (метод конечных элементов).

Проблема формообразования и прогнозирования существует и в проектировании одежды [2, 3]. Характер формообразования зависит от жесткости ткани, способа закрепления деталей, сил трения между поверхностями тканей, жесткости элементов конструкции и многих других факторов. С учетом жесткости ткани созданы модели, имитирующие поведение тканевой конструкции на различных опорных поверхностях, в частности, на манекене [4, 5].

Однако во всех опубликованных исследованиях изучалось формообразование тканевого пакета, состоящего из одного слоя материала. Многослойные тканевые пакеты встречаются в авиастроении. Но они, как правило, состоят из нескольких склеенных слоев ткани. Такая многослойная конструкция при формообразовании ведет себя как единое целое.

В настоящей работе рассмотрена структурная геометрическая модель взаимно связанных плоских кривых, имитирующая формообразование сечения тканевой трехслойной конструкции (пакета), состоящей из покровных тканей — верхней и нижней и мягкого наполнителя. Покровные ткани жестко связаны друг с другом только по периметру трехслойного пакета. Поэтому поведение покровных тканей при изгибе различно. Деформация пакета происходит под действием внешней изгибающей силы. Форма опорной поверхности может быть разной, и она влияет на форму и складкообразование тканевых элементов многослойного пакета.

Ассоциированные множества

Пусть в n-мерном пространстве E^n с координатной системой $O_{x1\cdots xn}$ имеются два точечных множества $\boldsymbol{A} = \{A_1, \ldots, A_p\}$ и $\boldsymbol{B} = \{B_1, \ldots, B_q\}$. Пусть известны координаты каждой точки $A_i(a_{1i}, \ldots, a_{ni})$, $B_j(b_{1j}, \ldots, b_{nj})$, $i = 1, \ldots, p$, $j = 1, \ldots, q$. Множества $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ назовем ассоциированными, если существуют две системы функций $b_{kj} = f_{kj}(a_{1i}, \ldots, a_{ni})$, $a_{ki} = g_{ki}(b_{1j}, \ldots, b_{nj})$, $k = 1, \ldots, n$. Обозначим такие множества $\boldsymbol{A} \sim \boldsymbol{B}$. Будем считать множества ассоциированными и в том случае, когда существует только одна система функций. Если $p = q$ и f_{kj} — линейные, то множества являются взаимно ассоциированными и $g_{ki} = f_{kj}^{-1}$. Другими словами, любое изменение хотя бы одной координаты хотя бы одной точки любого множества (деформация множества) вызовет соответствующее изменение положений всех точек другого множества.

Возможны различные частные случаи ассоциированности множеств. Например, если $b_{kj} = f_{kj}(a_{ki})$, то деформация множества $\boldsymbol{A}$ только в направлении оси Ox_k приведет к деформации множества $\boldsymbol{B}$ тоже только вдоль этой же оси. Если для всех значений i, j какие-либо координаты a_{ki}, b_{kj} остаются постоянными, то система $\boldsymbol{A} \sim \boldsymbol{B}$ является расслоенной в пучке гиперплоскостей, перпендикулярных оси Ox_k. Возможны варианты, при которых изменение координат какой-либо точки множества $\boldsymbol{B}$ зависит от изменения координат не всех точек множества $\boldsymbol{A}$, а некоторого его подмножества. И наоборот. Такие случаи соответствуют принципу «ближайших соседей» или принципу стратификации множества $\boldsymbol{A}$.

Если два множества являются линейно ассоциированными, т. е. все уравнения связи координат всех их точек — линейные, то для расчета коэффициентов этих уравнений необходимо иметь $np + 1$ «моментальных снимков» конфигурации точек этих множеств, если $p > q$, и $nq + 1$ «моментальных снимков», если $p < q$.

Таким способом можно получить $n^2pq + nq$ систем линейных уравнений порядка $np + 1$ или $n^2pq + np$ систем линейных уравнений порядка $nq + 1$.

Пример 1. Пусть $\boldsymbol{A} = \{A_1, A_2\}$, $\boldsymbol{B} = \{B_1, B_2, B_3, B_4\}$, $n = 2$, $p = 2$, $q = 4$. Уравнения связи

$$x_{B1} = a_1^x \cdot x_{A1} + a_2^x \cdot x_{A2} + b_1^x \cdot y_{A1} + b_2^x \cdot y_{A2} + c_1^x,$$

$$y_{B1} = a_1^y \cdot x_{A1} + a_2^y \cdot x_{A2} + b_1^y \cdot y_{A1} + b_2^y \cdot y_{A2} + c_1^y,$$

$$xB_2 = \ldots, \text{ и т. д.}$$

Пусть имеется только два «моментальных снимка»: $A_1^1(0, 0)$, $A_2^1(1, 0)$, $B_1^1(-1, 0)$, $B_2^1(0, -1)$, $B_3^1(2, 0)$, $B_4^1(0, 1)$ и $A_1^2(1, 1)$, $A_2^2(2, 1)$, $B_1^2(0, 2)$, $B_2^2(2, -1)$, $B_3^2(3, 0)$, $B_4^2(2, 2)$. Системы линейных уравнений являются неопределенными. Поэтому выберем одно из множества возможных решений:

$$x_{B1} = x_{A2} - 2,\ y_{B1} = 2y_{A1},\ x_{B2} = 2x_{A1},\ y_{B2} = x_{A1} - x_{A2},$$

$$x_{B3} = 2x_{A2} - x_{A1},\ y_{B3} = 0,\ x_{B4} = 2x_{A1},\ y_{B4} = y_{A2} + 1.$$

Для этого решения имеем следующие варианты:

— если $A_1^3(3, 2)$, $A_2^2(2, 1)$, то $B_1^3(2, 4)$, $B_2^3(6, -1)$, $B_3^3(5, 0)$, $B_4^3(6, 3)$;

— если $A_1^3(3, -1)$, $A_2^2(4, -1)$, то $B_1^3(2, -2)$, $B_2^3(6, -1)$, $B_3^3(5, 0)$, $B_4^3(6, 0)$; и т. д.

Рассмотрим другой вид ассоциированности множеств — ассоциированность через параметры. Пусть $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{A})$ и $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{B})$ — две фигуры в пространстве $\boldsymbol{E}^n$, $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ — векторы их параметров в соответствующих пространствах параметров. Можно утверждать, что $\boldsymbol{A} \sim \boldsymbol{B} \leftrightarrow \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{A}) \sim \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{B})$.

Пример 2. Пусть $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{A})$ – две параболы в $\boldsymbol{E}^2$. Пусть их уравнения соответственно $y = x^2 - 2x$ и $y = x^2/2 - 3x + 2{,}5$. Тогда $\boldsymbol{A} = \{A^1 = \{1, -2, 0\}, A^2 = \{1/2, -3, 2{,}5\}\}$. Пусть $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{B})$ — две кубические параболы в $\boldsymbol{E}^2$. Пусть их уравнения соответственно $y = 16/3x^3 - 16x^2 + 32/3$ и $y = 1/3x^3 - 2x^2 + 8/3$. Тогда $\boldsymbol{B} = \{B^1 = \{16/3, -16, 32/3, 0\}, B^2 = \{1/3, -2, 8/3, 0\}\}$. Для построения линейной ассоциированности множеств необходимо иметь семь «моментальных снимков» положений образов в пространстве параметров. Нам дано только два. Поэтому системы линейных уравнений являются неопределенными, что позволяет выбрать любое решение из бесконечного множества. Выберем одно из самых простых, например: $b_1 = -2a_3 + 16/3$, $b_2 = 7a_3 - 16$, $b_3 = -16/5a_3 + 32/3$, $b_4 = 0$.

Если теперь $A^3 = \{1/4, -2, 3\}$, то $B^3 = \{-2/3, 5, 16/15, 0\}$.

Очевидны следующие свойства ассоциированных множеств:

— если $\boldsymbol{A} \sim \boldsymbol{B}$, то $\boldsymbol{B} \sim \boldsymbol{A}$;

— если $\boldsymbol{A} \sim \boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{B} \sim \boldsymbol{C}$, то $\boldsymbol{A} \sim \boldsymbol{C}$.

Задачи инженерной геометрии, связанные с ассоциированными множествами, встречаются в различных областях науки. Например, они могут встречаться при геометрическом моделировании взаимодействий физических полей [6–8]. При этом на некоторые точки одного скалярного поля может оказывать воздействие совокупность соседних точек другого скалярного поля, что соответствует принципу ближнего действия, или совокупность отдаленных точек, что соответствует принципу дальнего действия. С ассоциированными множествами кривых связаны задачи из разных областей науки и техники, например [9, 10].

Обозначения и определения

Обозначим $[AB]$ дугу кривой — образ отрезка $[a, b]$ действительной числовой прямой, $f[a, b] = [AB]$, $f(a) = A$, $f(b) = B$. Длину дуги обозначим $L[AB]$.

Дуга $[A^iB^i]$ есть элемент некоторого множества $\boldsymbol{M} = \{[A^1B^1], ..., [A^mB^m]\}$ дуг.

Дуга $[A^i_tB^i_t]$ есть член некоторого однопараметрического семейства $\boldsymbol{T} = \{[A^i_0B^i_0], ..., [A^i_1B^i_1]\}$, $0 \le t \le 1$.

Ассоциированным множеством $\boldsymbol{M}^*$ дуг кривых назовем такое множество $\boldsymbol{M}$, которое подчиняется следующим условиям:

1. $\forall i, j : i \neq j \ \exists \ f_i : \left[A^iB^i\right] \leftrightarrow \left[A^jB^j\right]$;
2. $\forall i \ \exists \ f_0^i : \left[a^i, b^i\right] \leftrightarrow \left[A^iB^i\right]$.

Здесь f_i — взаимно однозначное и непрерывное отображение.

Ассоциированным семейством $\boldsymbol{T}^*$ назовем такое семейство $\{\boldsymbol{M}^*\}$, которое подчиняется следующим условиям:

1. Каждая дуга $[A^i_tB^i_t]$ задается совокупностью $\boldsymbol{G}^i_t(t)$ своих граничных условий, определяющих её так, что остается один свободный параметр;
2. $\forall i, t : \exists \ f_i : \left[A^i_tB^i_t\right] = \boldsymbol{M}^*_t \cap \boldsymbol{T}_t$;
3. $L\left[A^i_tB^i_t\right] = k^i_t \cdot L\left[A^i_0B^i_0\right]$.

Предположим, что все дуги принадлежат классу $\boldsymbol{C}^k$ на своем отрезке действительной числовой оси.

Постановка задачи

Пусть дано ассоциированное множество $\boldsymbol{M}^*_0$, то есть все дуги $[A^i_0B^i_0]$ полностью определены и известны их длины $L^i_0 = L[A^i_0B^i_0]$. Пусть задано структурированное множество $\boldsymbol{G}^i_t(\boldsymbol{t})$ граничных условий и множество коэффициентов k^i_t. Задача заключается в том, чтобы построить однопараметрическое ассоциированное семейство $\boldsymbol{T}^*$, каждое ассоциированное множество которого удовлетворяет своему набору граничных условий из заданного структурированного множества. При этом каждая дуга ассоциированного множества удовлетворяет своему набору граничных условий. Для однозначности решения необходимо, чтобы каждая дуга была метрически связана со всеми остальными дугами и с дугами $[A^i_0B^i_0]$. Метрическую связь можно установить соотношениями длин дуг. Точное решение задачи в общем виде довольно сложно. Поэтому приведем её к дискретной форме и применим итерационный метод с последующей аппроксимацией дискретных данных.

Общий алгоритм решения задачи

Опишем алгоритм решения при следующих ограничениях:

— все указанные множества и семейства будем считать плоскими в евклидовом двумерном пространстве;

— все заданные и искомые дуги аналитически будем записывать в виде $y = f(x)$;

— дискретизация для всех элементов будет основана на одном и том же принципе, то есть дуга $[A^i_tB^i_t]$ будет образом соответствующего отрезка $[a^i_tb^i_t]$, несущего равномерную сетку $a^i_t = x_0 < x_1 < ... < x_n = b^i_t$.

Дискретизация задачи заключается в вычислении длин всех звеньев ломаной $C^i_0C^i_1...C^i_n$, вписанной в дугу $[A^i_tB^i_t]$ на основе построенной для неё сетки. Длины всех звеньев ломаной умножаются на один и тот же действительный коэффициент k^i_t. Задается закон изменения граничных условий $\boldsymbol{G}^i_t(\boldsymbol{t})$ в зависимости от параметра t. По заданным законам изменения граничных условий при фиксированном значении параметра каждая дуга занимает некоторую область пространства. В этой области выбирается одна точка, которая позволяет из однопараметрического множества дуг выбрать конкретную дугу. Таким способом строятся дуги $[A^i_tB^i_t]$. Эти выбранные точки и построенные с их помощью дуги являются начальным приближением итерационного процесса. Если в каждую дугу $[A^i_tB^i_t]$ вписать ломаную с соответствующими длинами звеньев, то её последняя точка в общем случае не совпадет с крайней точкой дуги по причине случайного выбора положения промежуточной точки. Итерационный процесс заключается в пошаговом целенаправленном задании координат промежуточных точек в допустимой области, построении соответствующих дуг и вписывании в них соответствующих ломаных так, чтобы с каждой итерацией расстояние между крайними точками дуги и ломаной уменьшалось. Критерием остановки работы алгоритма будет некоторая заранее заданная величина и момент, когда расстояние между крайними точками дуги

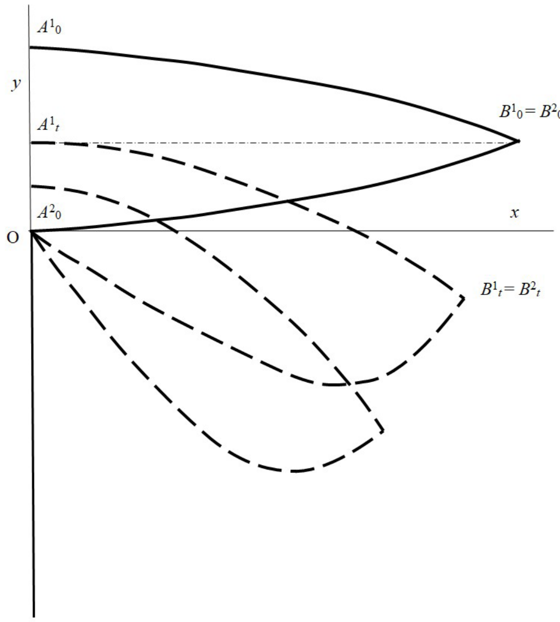

Рис. 1. Схема изменения формы трехкомпонентной тканевой системы на линейной опоре
Fig. 1. Shape change scheme of three-component tissue system on a linear support

и соответствующей ломаной, вычисленное в евклидовой метрике, окажется меньше заданной величины.

Структурная модель трехкомпонентного тканевого пакета

Рассмотрим частный случай, схема которого приведена на рис. 1. Схема представляет собой половину нормального поперечного сечения пакета в виде бесконечной полосы, состоящей из верхней покровной ткани, нижней покровной ткани и наполнителя. Пакет обладает определенной жесткостью, зависящей от жесткости тканей, жесткости и плотности наполнителя и многих других факторов, которые в данной работе не учитываются. Полоса опирается на прямолинейную узкую опору. Форма опоры может быть различной, но рассматриваются только частные случаи: линейная, плоская и цилиндрическая форма опоры. Ширина линейной опоры принята стремящейся к нулю. Пакет деформируется под действием собственного веса так, что его края опускаются, а форма покровной ткани меняется. Закон изменения формы всей трехслойной полосы непрерывен и зависит от суммарной жесткости пакета и формы опоры. Дифференциальные геометрические характеристики формы пакета в данной работе не исследуются.

Начало ортогональной системы координат поместим в точку опоры трехкомпонентной системы. Ассоциированное множество состоит из двух дуг ($m = 2$): $\boldsymbol{M}_0 = \{[A^1{}_0B^1{}_0], [A^2{}_0B^2{}_0]\}$. Дуга $[A^1{}_0B^1{}_0]$ изображает половину верхней покровной ткани, а дуга $[A^2{}_0B^2{}_0]$ — нижней. Их структурированные модели в первом приближении: $y = a_{2,0}(t)x^2 + a_{0,0}(t)$, $y = a_{2,1}(t)x^2$, $t = 0$.

При этом $a_{2,0} = -a_{2,1}$. Пространство между дугами заполнено линиями связи соответственных точек дуг (на схеме не показаны), которые моделируют взаимно однозначное и непрерывное соответствие между дугами.

Граничные условия: $A_0^1(0, a_{1,0}), B_0^1(x_{B,0},\ a_{0,0}/2), B_0^2 = B_0^1, A_0^2(0,0)$.

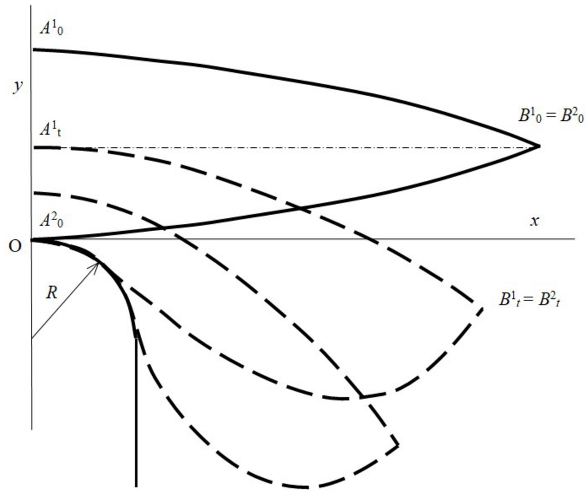

Рис. 2. Схема изменения формы трехкомпонентной тканевой системы на цилиндрической опоре
Fig. 2. Shape change scheme of three-component tissue system on a cylindrical support

Радиус кривизны: $R(A_0^1) = R_0, R(A_0^2) = 0$.
Длина дуги: $L[A_0^1B_0^1] = L[A_0^2B_0^2]$.
Условия образования семейства $\boldsymbol{T}$:

$$x(A_t^1) = 0, y(A_t^1) = a_{0,0}(1-t), 0 \le t \le 1;$$
$$R(A_t^1) = R_0(1-t);$$

$$x(A_t^2) = 0, y(A_t^2) = 0; R(A_t^2) = 0;$$

$$\forall\, t, L[A_t^1B_t^1] = L[A_t^2B_t^2] = const;$$

$$[A_t^1B_t^1] \cap [A_t^2B_t^2] = B_t^1 = B_t^2.$$

Каждая дуга семейства $[A^2{}_tB^2{}_t]$ строится по следующему итерационному алгоритму.

Шаг 1. На $[0, x_{B,0}]$ строится равномерная сетка $0 = x_0 < x_1 < ... < x_n = x_{B,0}$. Для каждого узла x_i сетки вычисляется значение y_i параболы $[A^1{}_0B^1{}_0]$.

Шаг 2. Вычисляются длины всех звеньев L_i ломаной, вписанной в параболу $[A^1{}_0B^1{}_0]$. Вершинами ломаной являются узлы (x_i, y_i).

Шаг 3. Вычисляется радиус кривизны R_0 и задается закон изменения радиуса $R(A^1{}_t) = R(t)$. Выше этот закон был принят линейным, но его более или менее истинный вид может быть установлен только экспериментально.

Шаг 4. Для выбранного значения параметра t по вершине $A^1{}_t$ и радиусу $R(A^1{}_t)$ строится дуга $[A^1{}_0B^1{}_0]$ параболы и в неё вписывается ломаная с длинами звеньев L_i. Последняя точка ломаной определяет точку $B^1{}_t(x_{B,t}, y_{B,t})$ дуги параболы.

Шаг 5. На $[0, x_{B,0}]$ выбирается некоторая точка (например, точка с абсциссой $x_{B,t}/2$) и в ней задается ордината $y(x_{B,t}/2)$.

Шаг 6. По трем точкам $(0, 0)$, $(x_{B,t}/2, y(x_{B,t}/2)$, $(x_{B,t}, y_{B,t})$ строится дуга параболы $[A^2{}_tB^2{}_t]$.

Шаг 7. В параболу $[A^2{}_tB^2{}_t]$, начиная с точки $(0, 0)$ вписывается ломаная с длинами звеньев L_i.

Шаг 8. Если расстояние между последней точкой вписанной ломаной и точкой $B^1{}_t$ больше заранее заданной величины, то целенаправленно изменяется ордината $y(x_{B,t}/2)$ и выполняется возврат к шагу 6. Если длина ломаной оказывается больше длины параболы, то необходимо увеличить абсолютное значение ординаты, если меньше, то — уменьшить. Цикл шагов с 6 по 8 выполняется до тех пор, пока

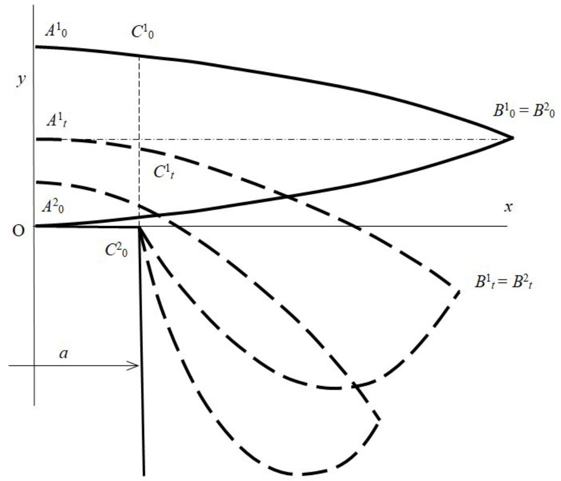

Рис. 3. Схема изменения формы трехкомпонентной тканевой системы на плоской опоре
Fig. 3. Shape change scheme of three-component tissue system on a flat support

расстояние между последними точками не станет меньше или равным заданной величине. В этом случае дугу $[A^2_t B^2_t]$ можно считать найденной.

Шаг 9. Выбирается новое значение параметра t, и алгоритм повторяется с шага 4. Таким образом будет построено семейство T^*.

Для построения адекватной геометрической модели описанной системы необходимо экспериментально найти зависимость между параметром t и суммарной жесткостью системы.

В случае цилиндрической опоры семейства дуг $[A^1_t B^1_t]$ и $[A^2_t B^2_t]$ могут быть описаны уравнениями $y = a_{6,1}(t)x^6 + a_{4,1}(t)x^4 + a_{2,1}(t)x^2$, каждое из которых определяется на соответствующем отрезке оси абсцисс (рис. 2).

В случае плоской опоры каждая дуга семейства дуг $[A^2_t B^2_t]$ состоит из прямолинейного участка $[A^2_0 C^2_0]$ и параболического участка $[C^2_0 B^2_t]$. Параболический участок может быть описан уравнениями вида $y = a_{2,1}(t)x^2 + a_{1,1}(t)x + a_{0,1}$, каждое из которых определяется на соответствующем отрезке оси абсцисс (рис. 3).

Заключение

Рассмотрена возможность геометрического моделирования ассоциированных множеств, т. е. множеств, элементы одного из которых зависят от всех или некоторых элементов другого множества. Геометрическая модель получается многомерной и ассоциированность множеств выражается системами взаимосвязанных уравнений.

Предложен алгоритм построения однопараметрического семейства множеств взаимно связанных кривых, удовлетворяющих соответствующим множествам граничных условий. Оставленный свободным параметр служит для организации итерационного процесса приближения построенных кривых к соответствующим граничным условиям. Форма кривых определяется структурой аппроксимирующей функции и значениями числовых коэффициентов.

Рассмотрен практический пример применения описанного подхода. Он заключается в построении прогнозирующей геометрической модели изменения формы трехслойного тканевого пакета, находящегося под воздействием внешней силы. Свободный параметр имитирует суммарную жесткость пакета. Описанный подход возможен для численного моделирования многослойных пакетов, но этот вопрос мы оставляем для следующих публикаций, как и вопрос о суммарной жесткости пакета.

Список источников / References

1. Кудрявцева В. И., Удлер Е. М. Численное моделирование геометрии тентовых шатров на жестком квадратном контуре // Фундаментальные исследования. 2017. № 10. С. 466 – 470. EDN: ZRRAMX.

Kudryavtseva V. I., Udler E. M. Chislennoye modelirovaniye geometrii tentovykh shatrov na zhestkom kvadratnom konture [Numerical modeling of the geometry of tent marquees on a hard square contour]. Fundamental'nyye issledovaniya. *Fundamental Research*. 2017. No. 10. P. 466 – 470. EDN: ZRRAMX. (In Russ.).

2. Усов А. Г., Коровкин В. В. Об исследовании механических свойств текстильного полотна при его изгибе // Швейная промышленность. 2010. № 1. С. 26 – 28.

Usov A. G., Korovkin V. V. Ob issledovanii mekhanicheskikh svoystv tekstil'nogo polotna pri ego izgibe [About researches of textile cloths mechanical properties in its bending]. *Shveynaya Promyshlennost'*. 2010. No. 1. P. 26 – 28. (In Russ.).

3. Смирнова Н. А., Козловский Д. А. Совершенствование метода оценки жесткости на изгиб текстильных полотен // Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности. 2005. № 2. С. 12 – 15. EDN: HSAQBH.

Smirnova N. A., Kozlovskiy D. A. Sovershenstvovaniye metoda otsenki zhestkosti na izgib tekstil'nykh poloten [The modification of method for determination of bending rigidity of textile linen]. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti. *Proceedings of Higher Educational Institutions. Textile Industry Technology*. 2005. No. 2. P. 12 – 15. EDN: HSAQBH. (In Russ.).

4. Артикбаева Н. М., Нигматова Ф. У., Шин И. Г. Особенности складкообразования для оценки формоустойчивости тканевых оболочек, пропитанных полимерной композицией // Universum: технические науки. 2023. № 1 (106). С. 9 – 15. DOI: 10.32743/UniTech.2023.106.1.14898. EDN: KBKNQP.

Artikbayeva N. M., Nigmatova F. U., Shin I. G. Osobennosti skladkoobrazovaniya dlya otsenki formoustoychivosti tkanevykh obolochek, propitannykh polimernoy kompozitsiyey [Features of folding for evaluation of form stability of fabric shells impregnated with a polymer composition]. Universum: tekhnicheskiye nauki. *Universum: Technical Sciences*. 2023. No. 1 (106). P. 9 – 15. DOI: 10.32743/UniTech.2023.106.1.14898. EDN: KBKNQP. (In Russ.).

5. Максач В. В., Чижик М. А., Юрков В. Ю. Разработка математической модели процесса формообразования поверхности из драпируемых материалов // Известия высших учебных заведений. Технология легкой промышленности. 2024. Т. 65, № 1. С. 9 – 14. DOI: 10.46418/0021-3489_2024_65_01_02. EDN: TIKPUZ.

Maksach V. V., Chizhik M. A., Yurkov V. Yu. Razrabotka matematicheskoy modeli protsessa formoobrazovaniya poverkhnosti iz drapiruyemykh materialov [Development of a mathematical model of the process of shape formation of a surface from draped materials]. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Tekhnologiya legkoy promyshlennosti. *The News of Higher Educational Institutions. Technology of Light Industry*. 2024. Vol. 65, no. 1. P. 9 – 14. DOI: 10.46418/0021-3489_2024_65_01_02. EDN: TIKPUZ. (In Russ.).

6. Гребенников Р. В. Решение задачи об оптимальном поведении толпы с использованием метода оптимизации роя частиц // Вестник Воронежского государственного университета. Системный анализ и информационные технологии. 2009. № 2. С. 107 – 111. EDN: KZJGIV.

Grebennikov R. V. Resheniye zadachi ob optimal'nom povedenii tolpy s ispol'zovaniyem metoda optimizatsii roya chastits [The solving of the optimal crowd behavior problem, based on the method particle swarm optimization]. Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Sistemnyy analiz i informatsionnyye tekhnologii. *Proceedings of Voronezh State University. Series: Systems Analysis and Information Technologies.* 2009. No. 2. P. 107–111. EDN: KZJGIV. (In Russ.).

7. Погребной А. Е., Самодуров А. С. Эволюция перемешанных слоев в стратифицированной области черноморского антициклонического вихря // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2014. Т. 50, № 6. С. 704. DOI: 10.7868/S0002351514060121. EDN: SYYYMH.

Pogrebnoy A. E., Samodurov A. S. Evolyutsiya peremeshannykh sloyev v stratifitsirovannoy oblasti chernomorskogo antitsiklonicheskogo vikhrya [Evolution of mixed layers in a stratified region of the black sea anticyclonic eddy]. *Izvestiya Rossiyskoy Akademii Nauk. Fizika Atmosfery i Okeana.* 2014. Vol. 50, no. 6. P. 704. DOI: 10.7868/S0002351514060121. EDN: SYYYMH. (In Russ.).

8. Серафимов Л. А., Челюскина Т. В., Бушина Д. И. Особенности диаграмм скалярных полей температур и векторных полей нод трехкомпонентных двухфазных систем // Теоретические основы химической технологии. 2006. Т. 40, № 6. С. 645–651. EDN: HVTANT.

Serafimov L. A., Chelyuskina T. V., Bushina D. I. Osobennosti diagramm skalyarnykh poley temperatur i vektornykh poley nod trekhkomponentnykh dvukhfaznykh system [Specific features of temperature scalar field and tie-line vector field diagrams for three-component two-phase systems]. *Teoreticheskiye Osnovy Khimicheskoy Tekhnologii.* 2006. Vol. 40, no. 6. P. 645–651. EDN: HVTANT. (In Russ.).

9. Акопянц Г. Ц. Разбиение плоскости регулярной системой кривых // Вестник Национального политехнического университета Армении. Информационные технологии, электроника, радиотехника. 2021. № 2. С. 22–29. DOI: 10.53297/18293336-2021.2-22. EDN: WIGQGA.

Akopyants G. Ts. Razbiyeniye ploskosti regulyarnoy sistemoy krivykh [Cutting a plane by a regular curve system]. Vestnik Natsional'nogo politekhnicheskogo universiteta Armenii. Informatsionnyye tekhnologii, elektronika, radiotekhnika. *Proceedings of National Polytechnic University of Armenia. Information Technologies, Electronics, Radio Engineering.* 2021. No. 2. P. 22–29. DOI: 10.53297/18293336-2021.2-22. EDN: WIGQGA. (In Russ.).

10. Хохлов А. В. Кривые ползучести, порождаемые нелинейной моделью течения тиксотропных вязкоупругопластических сред, учитывающей эволюцию структуры // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. 2024. № 4. С. 42–51. DOI: 10.55959/MSU0579-9368-1-65-4-6. EDN: JJHLSN.

Khokhlov A. V. Krivyye polzuchesti, porozhdayemyye nelineynoy model'yu techeniya tiksotropnykh vyazkouprugoplasticheskikh sred, uchityvayushchey evolyutsiyu struktury [Creep curves generated by a nonlinear flow model for tixotropic viscoelastic media with consideration of structure evolution]. *Vestnik Moskovskogo Universiteta. Seriya 1: Matematika. Mekhanika.* 2024. No. 4. P. 42–51. DOI: 10.55959/MSU0579-9368-1-65-4-6. EDN: JJHLSN. (In Russ.).

ЮРКОВ Виктор Юрьевич, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры «Конструирование и технологии изделий легкой промышленности» Омского государственного технического университета (ОмГТУ), г. Омск.
SPIN-код: 2414-1438
AuthorID (РИНЦ): 173644
AuthorID (SCOPUS): 55857657200
ORCID: 0000-0003-2667-8103
Адрес для переписки: viktor_yurkov@mail.ru
ЧИЖИК Маргарита Анатольевна, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры «Конструирование и технологии изделий легкой промышленности» ОмГТУ, г. Омск.
SPIN-код: 7582-7019
AuthorID (РИНЦ): 474040
AuthorID (SCOPUS): 13406046300
ORCID: 0000-0003-0797-875X
Адрес для переписки: margarita-chizhik@rambler.ru
ШЕВЕЛЁВА Инна Александровна, старший преподаватель кафедры «Дизайн костюма» ОмГТУ, г. Омск.
SPIN-код: 2224-1971
AuthorID (РИНЦ): 716314

Прозрачность финансовой деятельности: авторы не имеют финансовой заинтересованности в представленных материалах и методах. Конфликт интересов отсутствует.

Статья поступила в редакцию 06.05.2025; одобрена после рецензирования 02.09.2025; принята к публикации 17.10.2025.

YURKOV Viktor Yuryevich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Design and Technology of Light Industry Product Manufacture Department, Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk.
SPIN-code: 2414-1438
AuthorID (RSCI): 173644
AuthorID (SCOPUS): 55857657200
ORCID: 0000-0003-2667-8103
Correspondence address: viktor_yurkov@mail.ru
CHIZHIK Margarita Anatolyevna, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Design and Technology of Light Industry Product Manufacture Department, OmSTU, Omsk.
SPIN-code: 7582-7019
AuthorID (RSCI): 474040
AuthorID (SCOPUS): 13406046300
ORCID: 0000-0003-0797-875X
Correspondence address: margarita-chizhik@rambler.ru
SHEVELEVA Inna Aleksandrovna, Senior Lecturer of the Costume Design Department, OmSTU, Omsk.
SPIN-code: 2224-1971
AuthorID (RSCI): 716314

Financial transparency: the authors have no financial interest in the presented materials or methods. There is no conflict of interest.

The article was submitted 06.05.2025; approved after reviewing 02.09.2025; accepted for publication 17.10.2025.