

## ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ИЗГИБА ЛИСТОВОЙ ЗАГОТОВКИ РАЗЛИЧНОЙ ТОЛЩИНЫ ПРИ ЕЕ ВАЛЬЦЕВАНИИ

В работе проводится анализ технологического процесса вальцевания листовой заготовки для получения цилиндрической обечайки большого диаметра. Анализ проведен на основе прочностных расчетов упругопластического изгиба листовой заготовки с учетом эффекта пружинения. Вычисление пружинения осуществлялось на основе имеющихся соотношений энергии пластических и упругих деформаций, формирующихся в материале листовой заготовки. Сделаны выводы и приведены практические рекомендации, которые можно использовать в процессе настройки технологических параметров вальцевочных станков.

**Ключевые слова:** цилиндрические оболочки, упругие и пластические деформации, радиус кривизны, энергия формирования упругих и пластических деформаций, технологические параметры вальцевания.

**Введение.** В настоящее время в различных отраслях промышленности широко используются технологические процессы, связанные с холодной обработкой металлов давлением, и в частности с листовой штамповкой. В основе данного способа обработки материала находится процесс пластического изменения формы заготовки, которая представляет собой: лист металла, полученный прокаткой; полосу или ленту, свернутую в рулон. Листовая штамповка в сочетании со сваркой позволяет получить различные по размерам и форме тонкостенные конструкции, которые не могут быть изготовлены иными способами. Такие узлы имеют высокую точность изготовления совместно с высоким качеством шероховатости и чистоты поверхности детали.

Однако для применения таких технологических процессов необходимо решить различные научно-технические задачи, связанные с определением параметров конструкций минимальной массы с требуемой несущей способностью. В работе [1] рассмотрены вопросы проектирования оболочечных конструкций минимальной массы с выбором материалов, расчетных схем, коэффициентов безопасности, критериев эффективности материалов, а также прочности данных тонкостенных конструкций. В работах [2–4] авторы рассматривают различные случаи сложного сопротивления, кривые стержни и оболочки, напряжения в толстостенных и тонкостенных сосудах различного типа. Вольмир А. С. в работе [5] изучает различные случаи расчета устойчивости сжатых стержней и стержневых систем, а также оболочек с учетом разнообразных ситуаций приложения нагрузки. Григолюк и др. [6] рассматривают неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек. В работах [7, 8] Лы-

сов М. И. и др. систематизируют и обобщают исследования по процессам формообразования деталей из листового металла и профилей, используя полученные аналитические зависимости для определения кривизны и перемещения нейтрального слоя пластически изогнутого элемента при различных схемах нагружения. В публикациях [9, 10] авторы приводят методики расчетов определения силовых, настроечных и программируемых параметров гибочного оборудования, предназначенного для изготовления деталей из листового и профильного материалов с учетом геометрической нелинейности, формируемой технологическим процессом гибки. В работах [11–15] авторы рассматривают отдельные вопросы, связанные с технологией фрезерования и последующего вальцевания вафельных оболочек на основе различных методов обработки материала, исключающих деформацию заготовки в не жестко закрепленных местах с учетом формообразования заданной геометрической формы обрабатываемых конструктивных элементов.

В данной публикации будут рассмотрены вопросы, связанные с силовым расчетом технологического процесса вальцевания гладких пластин. В частности, будет рассмотрен эффект пружинения. Обозначения физических величин, принятые в данной статье, приведены в табл. 1.

**Постановка задачи.** Для изготовления цилиндрических или конических заготовок большого диаметра используют листы металла различной толщины. Под большим диаметром будем понимать диаметры изделий более 1,5 м.

Для формирования цилиндрической поверхности плоский прямоугольный лист металла помещают на два нижних вала трехвалкового станка

## Обозначения в формулах

Символы	Описание	Размерность
1	2	3
$F$	Сила прижатия упорного вала к заготовке	Н
$F_{1+\Delta}$	Сила прижатия упорного вала к заготовке с учетом пружинения	Н
$T$	Крутящий момент, вращающий подающие валки	Н·м
$r_i$	Радиусы соответствующих номеров валков	м
$\rho(z)$	Текущий радиус кривизны листовой заготовки	м
$q$	Распределённая нагрузка, изгибающая листовую заготовку	Н/м
$R_0, R_A, R_B$	Реакции опоры листовой заготовки и нижних валков	Н
$h$	Толщина листовой заготовки	м
$l$	Расстояние между центрами нижних валков	м
$L$	Длина изгиба листа заготовки	м
$E_1, E_2$	Модуль Юнга материала верхнего вала и листовой заготовки	Па
$\mu_1, \mu_2$	Коэффициент Пуассона материала верхнего вала и листовой заготовки	—
$b$	Ширина площадки контакта заготовки и верхнего вала	м
$n-n$	Текущее сечение заготовки, рис. 6	—
$Y(z)$	Уравнение поперечного изгиба заготовки, рис. 6	—
$f(z)$	Уравнение прогиба заготовки, рис. 6	—
$z$	Текущая координата поперечного сечения заготовки, рис. 6	м
$J_x$	Момент инерции площади поперечного сечения заготовки длиной $L$	м <sup>4</sup>
$a$	Координата точки приложения силы $F$	м
$\chi$	Коэффициент, связывающий величины $a$ и $l$	—
$\xi$	Коэффициент, связывающий величины $z$ и $l$	—
$W_x$	Осевой момент сопротивления площади поперечного сечения заготовки длиной $L$ при упругих деформациях	м <sup>3</sup>
$W_{\text{пл}}$	Осевой момент сопротивления площади поперечного сечения заготовки длиной $L$ при пластических деформациях	м <sup>3</sup>
$A_{\Sigma}$	Общая энергия формоизменения заготовки	Дж
$A_{\text{упр}}$	Энергия упругих деформаций при формоизменении заготовки	Дж
$A_{\text{пласт}}$	Энергия пластических деформаций при формоизменении заготовки	Дж
C	Углерод	
Mn	Марганец	
Cr	Хром	
W	Вольфрам	

1	2	3
V	Ванадий	
Cu	Медь	
Mg	Магний	
HRC	Твердость по шкале Роквелла	
HB	Твердость по шкале Бринеля	
$\sigma_{\text{щ}}$	Предел пропорциональности материала	МПа
$\sigma_{\text{в}}$	Предел прочности (временное сопротивление) материала	МПа
M1	Закаленная углеродистая инструментальная сталь	
M2	Частично отожженная инструментальная сталь	
M3	Отожженная инструментальная сталь	
M4	Дюралюминий, российский аналог Д16	
M5	Алюминий, российский аналог АДС (алюминий технический)	
M6	Прессованный свинец	



Рис. 1. Гидравлическая вальцовочная машина с ЧПУ для гибки листового металла



Рис. 2. Процесс вальцовки листового металла на вальцовочной машине с тремя роликми

(рис. 1 – 3). Вращательное движение в процессе работы данного станка сообщается только двум нижним рабочим валкам 3, которые при этом могут горизонтально сближаться или отдаляться друг от друга для изменения расстояния между продольными осями валков. Это необходимо для изменения диаметра, формируемой цилиндрической поверхно-

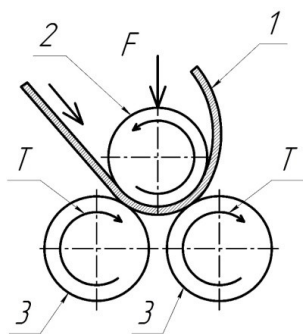


Рис. 3. Условная схема вальцовки листового металла на вальцовочной машине с тремя роликами:  
1 — листовая заготовка, 2 — верхний (упорный) валок, 3 — нижние (подающие) валки

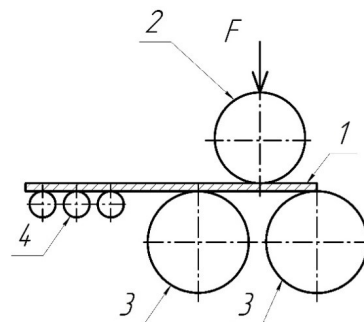


Рис. 4. Установка заготовки на станок: 4 — дополнительные (поддерживающие заготовку) валки

сти. Верхний валок данного станка 2, который называется упорным, совершает свое вращение за счет сил трения, возникающих между его поверхностью и поверхностью обрабатываемого листа металла.

Данный валок обладает возможностью перемещаться в вертикальном направлении, прижимая заготовку к нижним валкам с заданным усилием. Дополнительно верхний валок может откидываться в сторону для освобождения готового изделия, а также для быстрой его замены на валок другого диаметра для получения изделия с другими геометрическими параметрами.

На практике производственные предприятия не проектируют вальцовочное оборудование самостоятельно, а приобретают его у специализированных отечественных и зарубежных производителей. Примерные технические и технологические рекомендации производителей по выбору параметров настройки станков для производства конкретной продукции во многих случаях не подходят. Поэтому покупателю станков приходится подбирать их оптимальные режимы настройки методом проб и ошибок для получения минимальных остаточных напряжений, заданной кривизны и других требуемых параметров выпускаемой продукции.

В процессе вальцевания листа металла формируется так называемый «**эффект пружинения**». Углом пружинения при гибке листового материала или профилей называется угол, на который разгибается согнутая до заданного радиуса кривизны заготовки за счет упругости материала после снятия нагрузки. Величина угла пружинения зависит от геометрических, прочностных, силовых и иных факторов, действующих в процессе вальцевания заготовки. На практике технологические процессы учета эффекта пружинения хорошо отработаны опытным путем для вальцевания труб по причине их массового производства.

Изготовление цилиндрических заготовок диаметрами более 1,5 м встречается значительно реже, так как продукция машиностроения, использующая такие комплектующие, как правило, относится к мелкосерийному или индивидуальному производству. Поэтому технологические ошибки при вальцевании таких заготовок могут привести к дорогостоящему браку продукции.

В данной работе для компенсации эффекта пружинения в процессе вальцевания листовой заготов-

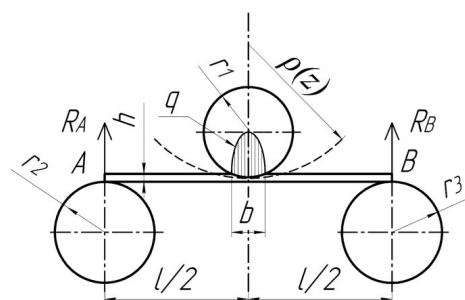


Рис. 5. Расчетная схема подгибки кромки листа

ки предлагается рассмотреть соотношения величин энергий упругих и пластических деформации материала заготовки, которые формируются в зонегиба.

**Теория.** Для решения поставленной задачи необходимо разделить операцию вальцевания на несколько этапов. В данной статье будет рассмотрен первый этап — установка заготовки на станок и гибка кромки листа (рис. 4).

На данном этапе рассматриваемой операции вальцевания на плоском листе заготовки необходимо сформировать изгиб ее правого края. В этой зоне будет находиться продольный сварочный шов, необходимый для изготовления цилиндрической оболочки (рис. 4).

Непосредственно изгиб заготовки происходит за счет контактных напряжений и деформаций, возникающих при нажатии упорного валка 2 на верхнюю поверхность листа 1. Однако данные напряжения зависят от упругих свойств материала и не являются линейной функцией нагрузки, так как с увеличением нагрузки увеличиваются размеры площадки контакта. В справочнике [16] приведено выражение (1) для расчета размера полосы контакта цилиндра и цилиндрической впадины с параллельными осями (рис. 5).

$$b = 2,256 \times \sqrt{\frac{F}{L} \frac{r_1 \rho(z)}{\rho(z) - r_1} \left( \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \right)}. \quad (1)$$

Для определения размеров  $b$  используем данные физических свойств материалов, приведенные в публикации [17] и в табл. 2 и табл. 3. В качестве материала валков примем закаленную углеродистую

Физические характеристики материалов для определения ширины зоны действия контактных напряжений Герца [17]

Материал	$E, 1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$	$\sigma_{\text{шт}}, \text{ МПа}$	$\sigma_{\text{в}}, \text{ МПа}$	$\mu$	Твердость	Легирующие элементы, %				
						C 0,90	Mn 1,20	Cr 0,50	W 0,50	V 0,20
M1	2,041	937,7	1245	0,286	60-64 HRC	C 0,90	Mn 1,20	Cr 0,50	W 0,50	V 0,20
M2	2,041	489,5	970	0,286	17-32 HRC	C 0,90	Mn 1,20	Cr 0,50	W 0,50	V 0,20
M3	2,041	206,8	655	0,286	6-12 HRC	C 0,90	Mn 1,20	Cr 0,50	W 0,50	V 0,20
M4	0,731	365,4	477	0,33	74 НВ	Cu 0,90	Mn 1,20	Mg 0,50	—	—
M5	0,731	82,7	132	0,33	24 НВ	Нет данных				
M6	0,237	8,3	9,03	0,45	Нет данных					

Таблица 3

Физические характеристики расчетных величин для определения ширины зоны действия контактных напряжений Герца

Параметр	Величина параметра	Параметр	Величина параметра
$L$	4000 мм = 4 м	$F$	20000 Н
$r_1$	320 мм = 0,32 м	$\rho$	1500 мм = 1,5 м
$l$	500 мм = 0,5 м		

инструментальную сталь (M1). В качестве материала заготовки рассмотрим все виды материалов, приведенные в табл. 2.

1. M1 и M1.

$$b = 2,256 \times \sqrt{\frac{2 \cdot 10^4}{4} \frac{0,32 \cdot 1,5}{(1,5 - 0,32)} \times \left( \frac{1 - 0,286^2}{2,04 \cdot 10^{11}} + \frac{1 - 0,286^2}{2,04 \cdot 10^{11}} \right)} = 0,118 \text{ мм.}$$

2. M1 и M2.

$$b = 2,256 \times \sqrt{\frac{2 \cdot 10^4}{4} \frac{0,32 \cdot 1,5}{(1,5 - 0,32)} \times \left( \frac{1 - 0,286^2}{2,04 \cdot 10^{11}} + \frac{1 - 0,286^2}{2,04 \cdot 10^{11}} \right)} = 0,118 \text{ мм.}$$

3. M1 и M3.

$$b = 2,256 \times \sqrt{\frac{2 \cdot 10^4}{4} \frac{0,32 \cdot 1,5}{(1,5 - 0,32)} \div \left( \frac{1 - 0,286^2}{2,04 \cdot 10^{11}} + \frac{1 - 0,286^2}{2,04 \cdot 10^{11}} \right)} = 0,118 \text{ мм.}$$

4. M1 и M4.

$$b = 2,256 \times \sqrt{\frac{2 \cdot 10^4}{4} \frac{0,32 \cdot 1,5}{(1,5 - 0,32)} \times \left( \frac{1 - 0,286^2}{2,04 \cdot 10^{11}} + \frac{1 - 0,33^2}{7,31 \cdot 10^{10}} \right)} = 0,161 \text{ мм.}$$

5. M1 и M5.

$$b = 2,256 \times \sqrt{\frac{2 \cdot 10^4}{4} \frac{0,32 \cdot 1,5}{(1,5 - 0,32)} \times \left( \frac{1 - 0,286^2}{2,04 \cdot 10^{11}} + \frac{1 - 0,33^2}{7,31 \cdot 10^{10}} \right)} = 0,161 \text{ мм.}$$

6. M1 и M6.

$$b = 2,256 \times \sqrt{\frac{2 \cdot 10^4}{4} \frac{0,32 \cdot 1,5}{(1,5 - 0,32)} \times \left( \frac{1 - 0,286^2}{2,04 \cdot 10^{11}} + \frac{1 - 0,45^2}{2,37 \cdot 10^{10}} \right)} = 0,244 \text{ мм.}$$

Таким образом, можно отметить, что ширина зоны действия контактных напряжений при вальцевании цилиндрических оболочек большого диаметра мала по сравнению с геометрическими размерами заготовки и вальцов. Поэтому при теоретических расчетах процессов гибки листа силовое воздействие на заготовку со стороны упорного вала можно принять сосредоточенным при условии  $\rho > r_1$ .

Для определения опорных реакций, поперечных сил, изгибающих моментов, действующих на заготовку, а также вычисления значений ее прогибов и углов поворота сечений необходимо составить расчетную схему изгиба заготовки (рис. 6).

При расчете примем следующие допущения.

1. На рассматриваемом этапе вальцевания нижние валки не вращаются.
2. Как известно, напряженное и деформированное состояние заготовки при изгибе зависит

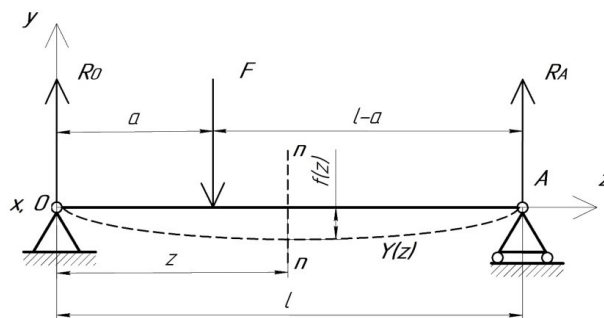


Рис. 6. Расчетная схема вальцевания заготовки на основе примера расчета изгиба двухопорной статически определимой балки

от формы и размеров ее поперечного сечения. Для исследуемого случая считаем заготовку широкой, т.е. ее ширина несоизмеримо больше ее толщины.

Для расчетной схемы, приведенной на рис. 6, определим уравнения реакции опор  $R$ , перерезывающей силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$ , используя известные методы сопротивления материалов, [16].

$$R_0 = F \frac{(l-a)}{l}, R_A = F \frac{a}{l}. \quad (2)$$

Для условия  $0 \leq z \leq a$  получим следующие выражения.

$$Q(z) = F \frac{(l-a)}{l}. \quad (3)$$

$$M(z) = F \frac{(l-a)z}{l}. \quad (4)$$

Для условия  $a \leq z \leq l$  получим выражения вида:

$$Q(z) = -F \frac{a}{l}. \quad (5)$$

$$M(z) = F \frac{a}{l} (l-z). \quad (6)$$

Координата опасного сечения  $z_0$  и величина максимального изгибающего момента  $M_{\max}$  будут определяться:

$$z_0 = a \text{ и } M_{\max} = F \frac{a(l-a)}{l}.$$

Рассмотрим уравнения поперечного изгиба  $Y(z)$  и максимального прогиба  $f(z)$  нейтральной линии заготовки [16].

Для условия  $0 \leq z \leq a$  при  $0 \leq a \leq l/2$  получим следующие выражения.

$$Y(z) = -\frac{Fa^2(l-a)^2}{6E_2J_x l} \left[ 2\frac{z}{a} + \frac{z}{l-a} - \frac{z^3}{a^2(l-a)} \right]. \quad (7)$$

Для условия  $a \leq z \leq l$  получим выражения вида:

$$Y(z) = -\frac{Fa^2(l-a)^2}{6E_2J_x l} \times \left[ 2\frac{l-z}{l-a} + \frac{l-z}{a} - \frac{(l-z)^3}{a(l-a)^2} \right]. \quad (8)$$

Величина максимального прогиба заготовки  $f(z)$  будет определена следующими выражениями.

$$f(z) = -\frac{F(l-a)l^2\sqrt{3}}{27EJ_x} \sqrt{\left(1 - \frac{(l-a)^2}{l^2}\right)^3}$$

при

$$z = \sqrt{\frac{l^2 - (l-a)^2}{3}}. \quad (9)$$

Величины максимальных углов поворота сечений заготовки будут равны.

$$\theta = -\frac{F(l-a)a}{6EJ_x l} (a + 2(l-a)) \text{ при } z = 0 \quad (10)$$

$$\theta = -\frac{Fa}{6EJ_x l} (l^2 - a^2) \text{ при } z = l. \quad (11)$$

Уравнения поперечного изгиба нейтральной линии  $Y(z)$  в исследуемом случае представляют собой плоские кривые, заданные в явном виде для функции  $y=f(x)$  в декартовой системе координат (рис. 6). Для того, чтобы определить радиус кривизны заготовки при вальцевании, используем известные математические выражения [18].

$$\rho(z) = \frac{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{dY}{dz}\right)^2\right]^3}}{d^2Y/dz^2}. \quad (12)$$

Для условия  $0 \leq z \leq a$  вставим выражение (7) в (12).

$$\rho(z) = \frac{E_2J_x l}{F(l-a)z} \times \sqrt{\left[1 + \frac{F^2(l-a)^2}{36E_2^2J_x^2} (a(2l-a) - 3z^2)^2\right]^3}, \quad (13)$$

$$J_x = \frac{Lh^3}{12}. \quad (14)$$

Выражение (13) показывает радиус кривизны нейтральной линии заготовки при вальцевании (рис. 6). Для дальнейшего анализа целесообразно выразить величины  $a$  и  $z$  в выражении (13) через величину  $l$ , т.е. выразить в безразмерном виде.

Для условия  $0 \leq z \leq a$  при  $0 \leq a \leq l$  введем  $a = \chi l$ , где  $0 \leq \chi \leq 1$ . Тогда запишем  $0 \leq z \leq a$ ,  $0 \leq z \leq \chi l$ ,

$0 \leq \frac{z}{l} \leq 1$ . Введем обозначение  $\xi = \frac{z}{\chi l}$ , где  $0 \leq \xi \leq 1$ .

Тогда выражение (13) можно переписать в следующем виде:

$$\rho(z) = \frac{E_2J_x}{Fl} \frac{1}{(1-\chi)\chi\xi} \times \sqrt{\left[1 + \frac{F^2l^4}{36E_2^2J_x^2} (1-\chi)^2\chi^2(2-\chi(1+3\xi^2))^2\right]^3}. \quad (15)$$

Выражение (7) примет вид:

$$Y(z) = -\frac{Fl^3}{6E_2J_x} (1-\chi)\xi\chi^2(2-\chi-\xi^2\chi). \quad (16)$$

Для условия  $a \leq z \leq l$  вставим выражение (8) в (12).

$$\rho(z) = \frac{E_2J_x l}{Fa(l-z)} \times \sqrt{\left[1 + \frac{F^2a^2}{36E_2^2J_x^2} (a^2 - l^2 + 3(l-z)^2)^2\right]^3}. \quad (17)$$

Для условия  $a \leq z \leq l$  при  $0 \leq a \leq l$  введем  $a = \chi l$ , где  $0 \leq \chi \leq 1$ . Тогда запишем  $a \leq z \leq l$ ,  $\chi l \leq z \leq l$ ,

$1 \leq \frac{z}{\chi l} \leq \frac{1}{\chi}$ . Введем обозначение  $\xi = \frac{z}{\chi l}$ , где  $1 \leq \xi \leq \frac{1}{\chi}$ .

Тогда выражение (16) можно переписать в следующем виде:

$$\rho(z) = \frac{E_2J_x}{Fl} \frac{1}{\chi(1-\xi\chi)} \times \sqrt{\left[1 + \frac{F^2l^4}{36E_2^2J_x^2} \chi^2(\chi^2 - 1 + 3(1-\xi\chi)^2)^2\right]^3}. \quad (18)$$



Выражение (8) примет вид:

$$Y(z) = \frac{Fl^3}{6E_2J_x} \chi^2 (1 - \xi\chi)(\chi - 2\xi + \xi^2\chi). \quad (19)$$

По аналогии выразим выражения (3–6) через величину  $l$ . Для условия  $0 \leq z \leq a$  получим следующие выражения:

$$Q(z) = F(1 - \chi). \quad (20)$$

$$M(z) = Fl(1 - \chi)\xi\chi. \quad (21)$$

Для условия  $a \leq z \leq l$  получим уравнения:

$$Q(z) = -F\chi. \quad (22)$$

$$M(z) = Fl\chi(1 - \xi\chi). \quad (23)$$

Как правило, большинство методик расчетов на прочность деталей машин основаны на оценке прочности материала в опасной точке или сечении на базе допускаемых напряжений. Такие напряжения определяются из условия недостижения опасных величин — предела текучести (для пластического материала) или временного сопротивления (для хрупкого материала). При обработке материалов давлением необходимо исходить не из закона Гука, а из появления местных напряжений в обрабатываемом материале, исходя из его предела текучести. Такая оценка прочности называется расчетом на прочность по предельному состоянию, т.е. когда материал конструкции теряет способность сопротивляться внешним воздействиям. В нашем случае в заготовке развиваются чрезмерные деформации от статических нагрузок, и под действием пластического течения материал заготовки приобретает желаемую форму.

В теории обработки металлов давлением, с целью упрощения расчетов, вводится допущение Прандтля, при котором в диаграмме напряжения — деформации ( $\sigma - \epsilon$ ) участок прямой, выражающий закон Гука, непосредственно переходит в горизонтальную прямую без плавного перехода [7, 8].

Таким образом, допускается равенство между пределами пропорциональности и текучести. Длина горизонтального участка диаграммы не ограничивается, т.е. материал считается идеально пластичным, не упрочняющимся. Такая диаграмма называется диаграммой Прандтля.

Замена реальных диаграмм напряжения — деформации схематизированной диаграммой Прандтля допустима для стали, сплавов на основе меди и алюминия, а также для материалов, имеющих диаграммы с ограниченной длиной площадки текучести.

При изгибе, как в рассматриваемом случае, расчет ведется по нормальным напряжениям, распределенным по высоте сечения неравномерно (рис. 7).

В обычном случае допустимые напряжения изгиба находятся в пределах действия закона Гука. Согласно формуле Навье, максимальные напряжения действуют на краях сечения (рис 7а).

$$\sigma_{\text{ynp}} = \frac{M(z)}{W_x}. \quad (24)$$

$$W_x = \frac{Lh^2}{6}. \quad (25)$$

По мере возрастания нагрузки напряженное состояние поперечного сечения заготовки переходит из упругой зоны в зону пластического течения материала. Данная зона распространяется от краев сечения в направлении нейтральной оси (рис 7б). Предельное состояние наступит тогда, когда пластические деформации распространятся по всему поперечному сечению заготовки (рис 7в). После этого дальнейшая деформация сечения будет происходить без увеличения изгибающего момента. В данной зоне формируется так называемый пластический шарнир. Пластический момент сопротивления данного сечения определяется следующим выражением [16]:

$$W_{\text{пл}} = \frac{Lh^2}{4}. \quad (26)$$

При вальцевании, особенно для случая, когда радиус сгибаемой заготовки намного больше, чем радиус вальцов, в поперечном сечении заготовки формируются как пластическая, так и упругая зоны. Это связано с тем, что часть заготовки в поперечном сечении испытывает окружное растяжение, а другая ее часть — окружное сжатие. При снятии внешних нагрузок растянутые слои стремятся сократить свою длину, а сжатые — увеличить. Это вызывает изменение формы (радиуса кривизны) и размеров (разную толщину) заготовки. Данное явление называют пружинением.

В основе теоретических расчетов пружинения находится теорема А. А. Ильюшина о разгрузке. Согласно этой теореме, разгрузка происходит по закону Гука. Если тело при нагружении испытывало неоднородную деформацию, то при разгрузке в нем возникнут остаточные напряжения, которые определяются разностью между напряжениями, действующими в нагруженном теле, и фиктивными напряжениями, которые возникли бы в теле при упругом деформировании той же кривизны [8].

В специальной литературе и справочниках имеются и другие теории, а также диаграммы и графики для различных металлов и сплавов. Анализ

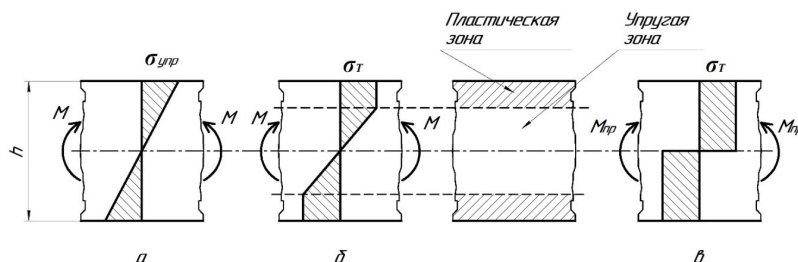


Рис. 7. Расчет нормальных напряжений при изгибе

информации показывает, что изменение радиуса гибки зависит от пластичности металла, толщины заготовки, угла изгиба и других факторов.

В данной работе для расчета пружинения предлагается использовать энергетический подход. В работе [17] получены абсолютные и относительные данные о преобразовании энергии в ходе деформации при вдавливании стального закаленного шара в различные материалы.

Как известно, работа, совершаемая силой над телом, равна произведению величины данной силы на пройденное телом расстояние. Для нашего случая сила давления упорного вала  $F$  прогибает плоский лист заготовки на некоторое максимальное расстояние  $f(z)$ , уравнение (9). Тогда энергия прогиба заготовки будет определяться выражением:

$$A_{\Sigma} = Ff(z) = -\frac{F^2(l-a)l^2\sqrt{3}}{27E_2J_x} \sqrt{\left(1 - \frac{(l-a)^2}{l^2}\right)^3}$$

при

$$z = \sqrt{\frac{l^2 - (l-a)^2}{3}}. \quad (27)$$

Как и ранее, выразим величины  $a$  и  $z$  в выражении (27) через величину  $l$ :

$$A_{\Sigma} = Ff(z) = -\frac{F^2l^3}{E_2J_x} \frac{\sqrt{3}}{27} (1-\chi)\sqrt{\chi^3(2-\chi)^3}$$

при

$$\xi = \sqrt{\frac{2}{3\chi} - \frac{1}{3}}, \quad 0 \leq \xi \leq \frac{1}{\chi}. \quad (28)$$

Введем допущение, что энергия формоизменения расходуется только на упругие и пластические деформации заготовки, т.е. иные потери энергии малы.

$$\frac{A_{\text{упр}}}{A_{\Sigma}} + \frac{A_{\text{пласт}}}{A_{\Sigma}} = 1. \quad (29)$$

Для удобства введем следующие обозначения:

$$\frac{A_{\text{упр}}}{A_{\Sigma}} = n_{\text{упр}} \quad \text{и} \quad \frac{A_{\text{пласт}}}{A_{\Sigma}} = n_{\text{пласт}}.$$

Из-за эффекта пружинения необходимо добавить дополнительную энергию  $\Delta A_{\Sigma}$ , которая должна компенсировать эффект пружинения и достичь заданного значения радиуса кривизны  $\rho$  заготовки после окончания вальцевания.

$$\frac{A_{\text{упр}} + \Delta A_{\text{упр}}}{A_{\Sigma} + \Delta A_{\Sigma}} + \frac{A_{\text{пласт}} + \Delta A_{\text{пласт}}}{A_{\Sigma} + \Delta A_{\Sigma}} = 1. \quad (30)$$

Главным условием является то, что дополнительная энергия пластических деформаций должна быть равна энергии упругих деформаций, вызывающих эффект пружинения —  $\Delta A_{\text{пласт}} = A_{\text{упр}} = A_{\Sigma} n_{\text{упр}}$ .

$$\frac{A_{\text{упр}} + \Delta A_{\text{упр}}}{A_{\Sigma} + \Delta A_{\Sigma}} + \frac{A_{\text{пласт}} + A_{\Sigma} n_{\text{упр}}}{A_{\Sigma} + \Delta A_{\Sigma}} = 1. \quad (31)$$

Введем допущение, что при малом увеличении энергии деформации  $A_{\Sigma} + \Delta A_{\Sigma}$  соотношение между энергиями упругих и пластических деформаций не меняется. Тогда запишем следующее выражение:

$$\frac{A_{\text{пласт}} + A_{\Sigma} n_{\text{упр}}}{A_{\Sigma} + \Delta A_{\Sigma}} = n_{\text{пласт}}, \quad \frac{A_{\text{пласт}}}{A_{\Sigma}} = n_{\text{пласт}}. \quad (32)$$

$$\frac{A_{\Sigma} n_{\text{пласт}} + A_{\Sigma} n_{\text{упр}}}{A_{\Sigma} + \Delta A_{\Sigma}} = n_{\text{пласт}}. \quad (33)$$

Преобразуем выражение (33):

$$\Delta A_{\Sigma} = A_{\Sigma} \frac{(1 - n_{\text{пласт}})}{n_{\text{пласт}}}. \quad (34)$$

$$A_{\Sigma} + \Delta A_{\Sigma} = A_{\Sigma} \left[ 1 + \frac{(1 - n_{\text{пласт}})}{n_{\text{пласт}}} \right]. \quad (35)$$

Как следует из уравнения (28), компенсировать эффект пружинения на практике можно только за счет увеличения силы  $F$ .

Перепишем выражение (28).

$$A_{\Sigma} + \Delta A_{\Sigma} = -\frac{F_{1+\Delta}^2 l^3 \sqrt{3}}{E_2 J_x 27} (1-\chi)\sqrt{\chi^3(2-\chi)^3}. \quad (36)$$

Вставим в выражение (36) уравнения (28) и (36).

$$-\frac{F_{1+\Delta}^2 l^3 \sqrt{3}}{E_2 J_x 27} (1-\chi)\sqrt{\chi^3(2-\chi)^3} = -\frac{F^2 l^3 \sqrt{3}}{E_2 J_x 27} (1-\chi)\sqrt{\chi^3(2-\chi)^3} \left[ 1 + \frac{(1 - n_{\text{пласт}})}{n_{\text{пласт}}} \right]. \quad (37)$$

$$F_{1+\Delta}^2 = F^2 \left[ 1 + \frac{(1 - n_{\text{пласт}})}{n_{\text{пласт}}} \right]. \quad (38)$$

$$F_{1+\Delta} = F \frac{1}{\sqrt{n_{\text{пласт}}}}. \quad (39)$$

Таким образом, выражение (39) показывает величину силы давления упорного вала  $F_{1+\Delta'}$ , которая позволяет получить заданный радиус кривизны  $\rho$  заготовки с учетом ее пружинения.

**Результаты теоретических исследований.** Как известно, при настройке параметров вальцовочного станка можно решать прямую и обратную технологические задачи. В первом случае по известному значению параметров настройки станка определяется кривизна деформированной заготовки. Во втором — вычисление параметров настройки процесса вальцевания по заданной кривизне заготовки. В данном случае целесообразно выбрать комбинацию этих двух способов. Сначала необходимо выбрать типовые параметры настройки валков, и далее, используя численные методы, подобрать величину силы давления упорного вала  $F_{1+\Delta'}$ , которая позволяет получить заданный радиус кривизны  $\rho$  заготовки с учетом ее пружинения.

Примем, что верхний (упорный валок) станка размещен на одинаковом расстоянии от центров нижних (подающих) валков. Это означает, что относительные параметры имеют следующие значения:

$$a = \chi l = 0,5l; \quad \chi = 0,5.$$

$$\xi = \sqrt{\frac{2}{3\chi} - \frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3 \cdot 0,5} - \frac{1}{3}} = 1.$$

Подставим полученные значения в выражения (15) и (18).

$$\rho(z) = \frac{E_2 J_x}{Fl} \frac{1}{(1-0,5)0,5 \cdot 1} \times \sqrt{\left[ 1 + \frac{F^2 l^4}{36 E_2^2 J_x^2} (1-0,5)^2 0,5^2 (2-0,5(1+3 \cdot 1^2))^2 \right]^3}$$

Относительное распределение энергии упругих и пластических деформаций при контактном взаимодействии различных материалов

№ опыта	F, кН	A <sub>упр</sub> , Дж	A <sub>пласт</sub> , Дж	$n_{упр} = A_{упр} / A_{\Sigma}$	$n_{пласт} = A_{пласт} / A_{\Sigma}$
Материал валка — М1, материал заготовки — М1					
1, 2	52,71	3,509	2,553	0,579	0,421
3	72,55	4,37	5,893	0,426	0,574
4	100,13	8,194	13,168	0,384	0,616
5	105,42	7,257	14,986	0,326	0,674
A	106,76	7,189	15,768	0,313	0,687
$n_{пласт} = 236,992F^{0,001} - 240,202$					
Материал валка — М1, материал заготовки — М2					
6	18,37	0,509	0,867	0,370	0,630
7	28,29	0,993	2,373	0,295	0,706
8	42,70	1,81	5,139	0,260	0,740
9	57,34	2,365	9,412	0,201	0,799
10	63,52	2,669	15,144	0,15	0,85
11	71,17	2,682	20,434	0,116	0,883
B	35,57	1,744	4,533	0,278	0,722
C	71,17	3,851	29,204	0,117	0,884
D	88,96	2,27	24,339	0,085	0,915
$n_{пласт} = 5,605 \cdot 10^{-4} F^{0,594} - 0,443$					
Материал валка — М1, материал заготовки — М3					
12	6,81	0,176	0,164	0,482	0,518
13	8,27	0,123	0,239	0,340	0,660
14	17,31	0,481	1,952	0,198	0,802
$n_{пласт} = 1,641 \cdot 10^3 F^{1,664 \cdot 10^{-4}} - 1,643 \cdot 10^3$					
Материал валка — М1, материал заготовки — М4					
15	10,14	0,225	0,86	0,207	0,793
16	16,19	0,444	2,418	0,155	0,845
17	23,18	0,735	4,825	0,132	0,868
18	30,87	0,892	10,139	0,081	0,919
19	40,39	1,404	20,155	0,049	0,951
20	39,23	1,121	20,774	0,051	0,949
E	16,01	0,457	2,305	0,165	0,835
F	31,14	0,852	9,882	0,079	0,921
G	44,01	0,996	27,06	0,036	0,964
H	44,48	0,771	28,547	0,026	0,974
$n_{пласт} = 0,003F^{0,437} + 0,601$					
Материал валка — М1, материал заготовки — М5					
21	2,58	0,838	0,162	0,072	0,928
22	6,06	0,045	0,934	0,046	0,954
23	9,39	0,074	3,029	0,025	0,975
24	13,23	0,053	7,737	0,007	0,993
I	9,79	0,099	4,652	0,021	0,979
$n_{пласт} = 8,558 \cdot 10^{-4} F^{0,517} + 0,878$					
Материал валка — М1, материал заготовки — М6					
25	0,97	0,004	0,219	0,017	0,983
26	1,13	0,0036	0,471	0,008	0,992
J	0,89	0,0095	0,351	0,026	0,974
$n_{пласт} = 15,381F^{0,005} - 14,897$					



$$\rho(z) = 4 \frac{E_2 J_x}{Fl}$$

$$\rho(z) = \frac{E_2 J_x}{Fl} \frac{1}{0,5(1 - 1 \cdot 0,5)} \times \sqrt{\left[ 1 + \frac{F^2 l^4}{36 E_2^2 J_x^2} 0,5^2 (0,5^2 - 1 + 3(1 - 1 \cdot 0,5)^2)^2 \right]^3}$$

$$\rho(z) = 4 \frac{E_2 J_x}{Fl} \quad (40)$$

Изменим выражение (40).

$$F = 4 \frac{E_2 J_x}{\rho(z) l} \quad (41)$$

Перепишем выражение (39) с учетом (40).

$$F_{1+\Delta} = 4 \frac{E_2 J_x}{\rho(z) l} \sqrt{\left[ 1 + \frac{(1 - n_{\text{пласт}})}{n_{\text{пласт}}} \right]} \quad (42)$$

$$F_{1+\Delta} = 4 \frac{E_2 J_x}{\rho(z) l} \frac{1}{\sqrt{n_{\text{пласт}}}} \quad (43)$$

Для решения уравнения (43) необходимо воспользоваться результатами работы [17].

**Результаты практических исследований.** В работе [17] получены интерполяционные характеристики распределения энергии в ходе внедрения стального закаленного шара в различные материалы. Список данных материалов приведен в табл. 2. Применяя методику обработки экспериментальных графиков [17], показывающих соотношение между силой внедрения шара в исследуемые материалы и глубиной внедрения шара в данные материалы получены данные по соотношению энергий упругих и пластических деформаций в зоне контакта шара и материала (табл. 4).

Рассмотрим применение выражения (43) на примере вальцевания заготовки из дюралюмина. В табл. 2 и табл. 4 данный случай определяется сочетанием материалов М1 и М4.

Определим значение первоначальной силы вальцевания из выражения (41).

$$F_{M4} = 4 \frac{E_{M4} J_x}{\rho(z) l} = 4 \frac{E_{M4} L h^3}{12 \rho(z) l} = \frac{7,308 \cdot 10^{10} \cdot 4 \cdot (0,02)^3}{3 \cdot 1,5 \cdot 0,5} = 1039 \text{ кН.} \quad (44)$$

По табл. 4 определим величину удельной энергии пластической деформации.

$$n_{\text{пласт}} = 0,003 F^{0,437} + 0,601 = 0,003 \cdot (1039)^{0,437} + 0,601 = 0,663. \quad (45)$$

С учетом выражения (43) получим:

$$F_{1+\Delta} = 4 \frac{E_{M4} L h^3}{12 \rho(z) l} \frac{1}{\sqrt{n_{\text{пласт}}}} = 1039 \frac{1}{\sqrt{0,663}} = 1276 \text{ кН.} \quad (46)$$

Таким образом, в зависимости от толщины листа заготовки можно численно определить величину силы вальцевания с учетом эффекта пружинения.

**Обсуждение результатов.** При изготовлении цилиндрических заготовок большого диаметра (более 1,5 м) методом вальцевания в первую очередь необходимо рассчитать технологические параметры станка. На практике при имеющихся габаритах вальцовочных барабанов проще всего изменить усилие прижатия верхнего (упорного) вала к листовой заготовке для получения заданной кривизны заготовки. В работе получены аналитические зависимости, позволяющие вычислить данные усилия прижатия для различных толщин листовой заготовки с учетом эффекта пружинения. Учет пружинения осуществлялся на основе соотношения энергий упругих и пластических деформаций, возникающих в материале заготовки в процессе вальцевания.

**Выводы и заключение.** Предлагаемая авторами методика расчета технологических параметров вальцевания листовой заготовки различной толщины позволяет получить заданные конструктивные параметры радиуса кривизны цилиндрической обечайки с целью дальнейшего использования сварки в процессе изготовления изделия.

#### Библиографический список

- Лизин В. Т., Пяткин В. А. Проектирование тонкостенных конструкций. Москва: Машиностроение, 1994. 384 с.
- Феодосьев В. И. Сопротивление материалов. 17-е изд., испр. Москва: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018. 542 с.
- Тимошенко С. П. Сопротивление материалов. В 2 т. Москва: Наука, 1965.
  1. Элементарная теория и задачи. 1965. 364 с.
  2. Более сложные вопросы теории и задачи. 1965. 480 с.
- Беляев Н. М. Сопротивление материалов. Москва: Наука, 1976. 608 с.
- Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. Москва: Наука, 1967. 984 с.
- Григолюк Э. И., Селезнева И. Т. Механика твердых деформируемых тел. В 7 т. Т. 5. Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек. Москва: Наука, 1973. 272 с.
- Лысов М. И. Теория и расчет процессов изготовления деталей методами гибки. Москва: Машиностроение, 1966. 236 с.
- Лысов М. И., Сосов Н. В. Формообразование деталей гибкой. Москва: Машиностроение, 2001. 388 с.
- Metal forming handbook // Schuler. Berlin; Heidelberg; New York; Barcelona; Budapest; Hong Kong; London; Milan; Paris; Santa Clara; Singapore; Tokyo: Springer, 1998. 573 p.
- Multiscale Modelling in Sheet Metal Forming, ESAFORM Bookseries on Material Forming / Ed. D. Banabic. Springer International Publishing Switzerland, 2016. 416 p. DOI: 10.1007/978-3-319-44070-58.
- Кривонос Е. В. Исследование деформации обечайки с вафельным подкреплением при вальцевании и разработка метода компенсации отклонений формы // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2020. Т. 4, № 4. С. 90–98. DOI: 10.25206/2588-0373-2020-4-4-90-98.
- Кривонос Е. В. Обоснование схемы фрезерования вафельного фона // Омский научный вестник. Сер. Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение. 2021. Т. 5, № 3. С. 83–90. DOI: 10.25206/2588-0373-2021-5-83-90.
- Hosford W. F., Caddell R. M. Metall Forming. Mechanics and Metallurgy. Cambridge University Press, 2007. 328 p. ISBN 978-0-511-35453-3.
- Rott O., Hцmberg D., Mense C. A comparison of analytical cutting force models. Preprint. No. 1151. Berlin: WIAS, 2006. 23 p.
- Ibaraki S., Shimizu T. A long-term control scheme of cutting forces to regulate tool life in end milling processes // Precision Engineering. 2010. Vol. 34, Issue 4. P. 675–682. DOI: 10.1016/j.precisioneng.2010.05.001.

16. Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. Справочник по сопротивлению материалов. 2-е изд., перераб. и доп. Киев: Наукова думка, 1988. 736 с.

17. Чернявский Д. И., Чернявский Д. Д. Исследование динамических характеристик удара двух твердых деформируемых тел при скорости удара до 100 м/с // Омский научный вестник. 2021. № 5 (179). С. 5–14. DOI: 10.25206/1813-8225-2021-179-5-14.

18. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. Санкт-Петербург: Лань, 2010. 608 с.

**ЧЕРНЯВСКИЙ Дмитрий Иванович**, доктор технических наук, доцент (Россия), профессор кафедры «Машиноведение» Омского государственного технического университета (ОмГТУ), г. Омск. SPIN-код: 8610-2957

AuthorID (РИНЦ):473365  
ORCID: 0000-0002-7585-433X  
Author ID (SCOPUS): 6506002416  
ResearcherID: N-2038-2015

Адрес для переписки: dichernyavskiy@omgtu.tech  
**ЧЕРНЯВСКИЙ Даниил Дмитриевич**, студент гр. ФИТ-201 факультета информационных технологий и компьютерных систем ОмГТУ, г. Омск.

#### Для цитирования

Чернявский Д. И., Чернявский Д. Д. Исследование упруго-пластического изгиба листовой заготовки различной толщины при ее вальцевании // Омский научный вестник. 2023. № 2 (186). С. 44–54. DOI: 10.25206/1813-8225-2023-186-44-54.

Статья поступила в редакцию 10.02.2023 г.

© Д. И. Чернявский, Д. Д. Чернявский

UDC 629.78  
DOI: 10.25206/1813-8225-2023-186-44-54

**D. I. CHERNYAVSKY**  
**D. D. CHERNYAVSKY**

**Omsk State  
Technical University,  
Omsk, Russia**

## STUDY ELASTOPLASTIC BENDING OF A SHEET BLANK OF DIFFERENT THICKNESS WHILE ROLLING

The work analyzes the process of rolling the sheet blank to obtain a cylindrical shell of large diameter. The analysis is carried out on the basis of strength calculations of elastoplastic bending of the sheet billet taking into account the springing effect. Springing calculation is carried out on the basis of available ratios of energy of plastic and elastic deformations formed in the material of the sheet blank. Conclusions are drawn and practical recommendations are given, which can be used in the process of adjustment of process parameters of rolling machines.

**Keywords:** cylindrical shells, elastic and plastic deformations, radius of curvature, energy of formation of elastic and plastic deformations, technological parameters of rolling.

#### References

1. Lizin V. T., Pyatkin V. A. *Proyektirovaniye tonkostennykh konstruktsey* [Designing thin-walled constructions]. Moscow, 1994. 384 p. (In Russ.).
2. Feodos'yev V. I. *Soprotivleniye materialov* [Strength of materials]. 17th ed. Moscow, 2018. 542 p. (In Russ.).
3. Timoshenko S. P. *Soprotivleniye materialov. V 2 t.* [Strength of materials. In 2 vols.]. Moscow, 1965. (In Russ.).  
Vol. 1. *Elementarnaya teoriya i zadachi* [Elementary theory and tasks]. 1965. 364 p.  
Vol. 2. *Boleye slozhnyye voprosy teorii i zadachi* [More complex issues of theory and task]. 1965. 480 p.
4. Belyayev N. M. *Soprotivleniye materialov* [Strength of materials]. Moscow, 1976. 608 p. (In Russ.).

5. Vol'mir A. S. *Ustoychivost' deformiruyemykh sistem* [The stability of deformable systems]. Moscow, 1967. 984 p. (In Russ.).
6. Grigolyuk E. I., Selezneva I. T. *Mekhanika tverdykh deformiruyemykh tel. V 7 t.* T. 5. *Neklassicheskiye teorii kolebaniy stержney, plastin i obolochek* [Mechanics of Solid Deformable Bodies. In 7 vols. Vol. 5. Non-classical theories of vibrations of rods, plates and shells]. Moscow, 1973. 272 p. (In Russ.).
7. Lysov M. I. *Teoriya i raschet protsessov izgotovleniya detaley metodami gibki* [Theory and processes of manufacturing parts bending methods]. Moscow, 1966. 236 p. (In Russ.).
8. Lysov M. I., Sosov N. V. *Formoobrazovaniye detaley gibkoy* [Forming parts of bending methods]. Moscow, 2001. 388 p. (In Russ.).
9. *Metal forming handbook* // Schuler. Berlin; Heidelberg; New York; Barcelona; Budapest; Hong Kong; London; Milan;

Paris; Santa Clara; Singapore; Tokyo: Springer, 1998. 573 p. (In Engl.).

10. Multiscale Modelling in Sheet Metal Forming, ESAFORM Bookseries on Material Forming / Ed. D. Banabic. Springer International Publishing Switzerland, 2016. 416 p. DOI: 10.1007/978-3-319-44070-58. (In Engl.).

11. Krivonos E. V. Issledovaniye deformatsii obechayki s vafel'nyim podkrepleniym pri val'tsevanii i razrabotka metoda kompensatsii otkloneniy formy [Investigation of deformation of shell with waffle reinforcement during rolling and development of method for compensation of deviations forms] // Omskiy nauchnyy vestnik. Ser. Aviatsonno-raketnoye i energeticheskoye mashinostroyeniye. *Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering*. 2020. Vol. 4, no. 4. P. 90–98. DOI: 10.25206/2588-0373-2020-4-4-90-98. (In Russ.).

12. Krivonos E. V. Obosnovaniye skhemy frezerovaniya vafel'nogo fona [Justification scheme for milling waffle background] // Omskiy nauchnyy vestnik. Ser. Aviatsonno-raketnoye i energeticheskoye mashinostroyeniye. *Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering*. 2021. Vol. 5, no. 3. P. 83–90. DOI: 10.25206/2588-0373-2021-5-83-90. (In Russ.).

13. Hosford W. F., Caddel R. M. Metall Forming. Mechanics and Metallurgy. Cambridge University Press, 2007. 328 p. ISBN 978-0-511-35453-3. (In Engl.).

14. Rott O., Hömberg D., Mense C. A comparison of analytical cutting force models. Preprint. No. 1151. Berlin: WIAS, 2006. 23 p. (In Engl.).

15. Ibaraki S., Shimizu T. A long-term control scheme of cutting forces to regulate tool life in end milling processes // Precision Engineering. 2010. Vol. 34, Issue 4. P. 675–682. DOI: 10.1016/j.precisioneng.2010.05.001. (In Engl.).

16. Pisarenko G. S., Yakovlev A. P., Matveyev V. V. Spravochnik po soprotivleniyu materialov [Handbook of Strength of Materials]. 2nd ed. Kyiv, 1988. 736 p. (In Russ.).

17. Чернявский Д. И., Чернявский Д. Д. Issledovaniye dinamicheskikh kharakteristik udara dvukh tverdykh deformiruyemykh tel pri skorosti udara do 100 m/s [Study of dynamic characteristics of impact of two solid deformable bodies at impact speed of up to 100 m/s] // Omskiy nauchnyy vestnik. *Omsk Scientific Bulletin*. 2021. No. 5 (179). P. 5–14. DOI: 10.25206/1813-8225-2021-179-5-14. (In Russ.).

18. Bronshteyn I. N., Semendyayev K. A. Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya vtuzov [Handbook of mathematics for engineers and university students]. St. Petersburg, 2010. 608 p. (In Russ.).

**CHERNYAVSKY Dmitriy Ivanovich**, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of Machine Engineering Technology Department, Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk.

SPIN-code: 8610-2957

AuthorID (RSCI):473365

ORCID: 0000-0002-7585-433X

Author ID (SCOPUS): 6506002416

ResearcherID: N-2038-2015

Correspondence address: dichernyavskiy@omgtu.tech

**CHERNYAVSKY Daniil Dmitriyevich**, Student gr. FIT-201 of Information Technologies and Computer Systems Faculty, OmSTU, Omsk.

#### For citations

Chernyavsky D. I., Chernyavsky D. D. Study elastoplastic bending of a sheet blank of different thickness while rolling // *Omsk Scientific Bulletin*. 2023. No. 2 (186). P. 44–54. DOI: 10.25206/1813-8225-2023-186-44-54.

Received February 10, 2023.

© D. I. Chernyavsky, D. D. Chernyavsky