

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ЧАСТОТНО-РЕГУЛИРУЕМЫМИ АСИНХРОННЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ В РЕЖИМАХ ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО ХАОСА

Проведены теоретические и экспериментальные исследования переходов электротехнических систем с частотно-регулируемыми асинхронными двигателями с положительной обратной связью из режима развитого хаоса к различным регулярным и хаотическим симметричным колебаниям.

На основе структурного подхода к движению электротехнической системы в фазовом пространстве возможно исследование устойчивости межгрупповых движений, рассматриваемых во всем их разнообразии, как задача структурного анализа устойчивости. При этом в связи с простотой и обзорностью структур межгрупповых движений к исследованию устойчивости последних могут успешно применяться качественные методы.

Ключевые слова: хаотический режим, синфазные колебания, стабилизация хаотических колебаний.

Исторически первым является следующее определение режима детерминированного хаоса: детерминированный хаос — это суперпозиция очень большого числа неустойчивых периодических движений. Второе определение детерминированного хаоса формулируется так: детерминированный хаос связан с устойчивостью системы к малым изменениям своих начальных условий. Это — так называемый «эффект бабочки» [1]. Итак, детерминированный хаос — это неустойчивое и чувствительное к начальным условиям явление. При этом траектории движения в фазовом пространстве ограничены, в то время как показатель Ляпунова имеет положительное значение. Если имеется хотя бы один положительный показатель Ляпунова, то это означает наличие спонтанно образующейся положительной обратной связи (ПОС) в контурах замкнутой системы управления [2].

Электротехническая система (ЭТС) с частотно-регулируемым асинхронным двигателем (ЧРАД) представляет собой сложную систему с замкнутым контуром управления, которая имеет несколько переменных и параметров, её параметры включают в себя электрическое сопротивление, индуктивность, механическую инерцию вращения, коэф-

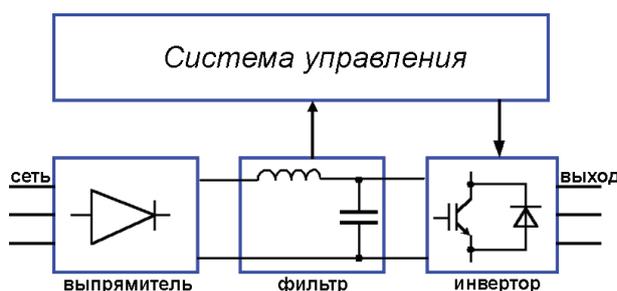


Рис. 1. Структурная схема преобразователя частоты

фициента демпфирования и т.д. Входные переменные включают напряжение, ток, частоту и т.д. [3]. Выходные переменные включают в себя скорость вращения, мощность (момент) на валу и т.д. Изучение изменения этих переменных в ЭТС с ЧРАД под влиянием хаоса станет важной основой исследования всей системы с ЧРАД в хаотическом режиме [4]. Осуществление перехода математической модели трехфазного асинхронного двигателя из трехфазной системы координат к двухфазной (d, q)

синхронно вращающейся системе отсчета представлено системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dt} = \frac{n_p L_m}{J L_r} (i_{sq} \Psi_{rd} - i_{sd} \Psi_{rq}) - \frac{n_p}{J} T_L \\ \frac{d\Psi_{rd}}{dt} = \frac{1}{T_r} \Psi_{rd} + (\omega_1 - \omega) \Psi_{rq} + \frac{L_m}{T_r} i_{sd} \\ \frac{d\Psi_{rq}}{dt} = -\frac{1}{T_r} \Psi_{rq} - (\omega_1 - \omega) \Psi_{rd} + \frac{L_m}{T_r} i_{sq} \\ \frac{di_{sd}}{dt} = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \Psi_{rd} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega \Psi_{rq} - \\ - \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2} i_{sd} + \omega_1 i_{sq} + \frac{u_{sd}}{\sigma L_s} \\ \frac{di_{sq}}{dt} = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \Psi_{rq} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega \Psi_{rd} - \\ - \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2} i_{sq} + \omega_1 i_{sd} + \frac{u_{sq}}{\sigma L_s} \end{cases} \quad (1)$$

Математическая модель ЭТС с ЧРАД (1) позволяет анализировать режим детерминированного хаоса, используя положительную обратную связь выдержкой времени. Результаты имитационного моделирования показывают, что реализовать ЭТС с ЧРАД с хаотической генерацией осуществимо с помощью метода управления.

Одним из ограничивающих условий формирования преобразователей частоты выступает малая исследованность их нелинейных динамических качеств.

Подчеркнем то, что математические модификации частотных преобразователей обязаны принимать во внимание не только лишь нелинейные качества широтно-импульсной модуляции, но и нелинейности, сопряженные с неопределенностью факторов коммутации неконтролируемых полупроводниковых компонентов в режимах непрерывных токов, так как присутствие подобного рода нелинейностей значимым способом обогащает разнообразие существования и формирования разных детерминированных и беспорядочных состояний замкнутой системы автоматического регулирования [5]. Структурная схема, показанная на рис. 1, представлена идеальными компонентами, но математические модели данных компонентов предусматривают нелинейности и общие посто-

янные времени, что дает возможность определить и рассмотреть наиболее важные зависимости развития динамических систем [6].

Существует два главных вида преобразователей частоты: с прямой взаимосвязью и с переходным контуром непрерывного тока. В первоначальном случае выходное напряжение синусоидальной формы складывается из зон синусоид преобразуемого входного усилия. Ввиду этого наибольшее значение выходной частоты принципиально никак не может быть одинаковым частоте питающей сети. Колебание на выходе преобразователя данного вида, как правило, находится в диапазоне от 0 до 25–33 Гц. Однако максимальное распространение приобрели преобразователи частоты с переходным контуром непрерывного тока, сделанные на основе инверторов напряжения [7].

Математическая модель такого рода схемы записывается (2) и методика численно-аналитического решения отображающей её концепции нелинейных дифференциальных уравнений, с переменными матрицами A_i и b_i вида

$$\frac{dX}{dt} = A_i[K_r(\xi)]X + b_i[K_r(\xi)], \quad i = 1 \dots 3. \quad (2)$$

Коэффициенты матрицы находятся в зависимости от значения коммутационной функции $K_r[\xi(X, t)]$ незнакомого вектора неустойчивых состояний X , значения которого формируются последовательностью, $k = 1, 2, \dots$, [8].

При достижении коэффициентом усиления противоположной связи предельного значения свойственна утрата стабильности рабочего режима, сопровождающаяся появлением низкочастотных субгармоник.

Из полученных бифуркационных диаграмм, приведенных на рис. 2, и фазовых портретов виден характер процессов, протекающих в системе.

Математическая модель асинхронного двигателя и его механической нагрузки. Для асинхронных двигателей в синхронно вращающейся системе отсчета с угловой скоростью ω_e для ротора и обмотки статора, соответственно [6]:

$$\begin{bmatrix} i^a(t) \\ i^b(t) \\ i^c(t) \end{bmatrix} = C_1 \begin{bmatrix} i^{ds}(t) \\ i^{qs}(t) \\ i^0(t) \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_b(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} = C_1 \begin{bmatrix} v_{ds}(t) \\ v_{qs}(t) \\ v_0(t) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

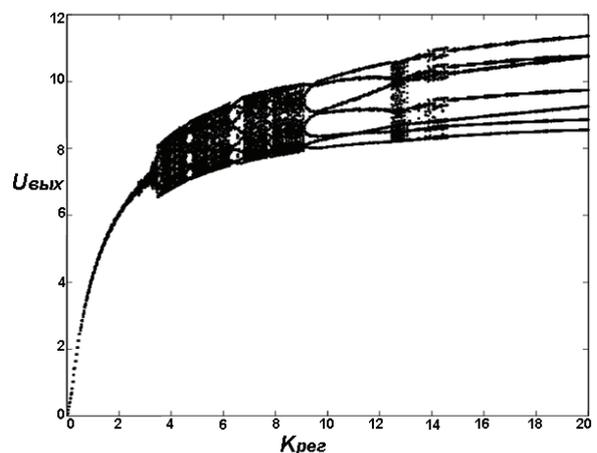
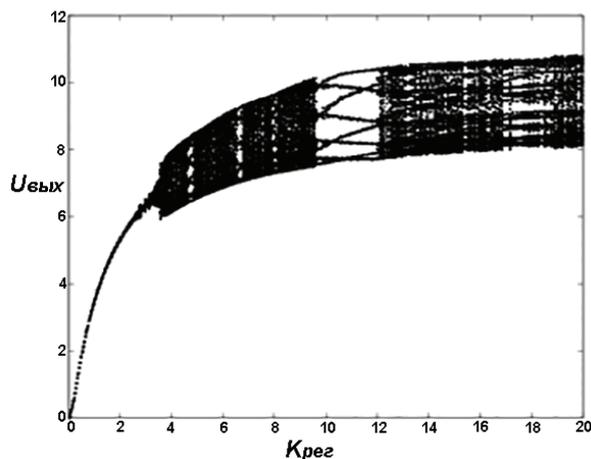


Рис. 2. Бифуркационные диаграммы

$$\begin{bmatrix} i^\alpha(t) \\ i^\beta(t) \end{bmatrix} = C_2 \begin{bmatrix} i^{dr}(t) \\ i^{qr}(t) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} v_\alpha(t) \\ v_\beta(t) \end{bmatrix} = C_2 \begin{bmatrix} v_{dr}(t) \\ v_{qr}(t) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Используя уравнения (3) и (4), модель асинхронного двигателя выражается следующим образом:

$$\frac{di}{dt}(t) = -L^{-1} \{ Ri(t) + \lambda J \omega_e(t) i(t) - v(t) \}, \quad (5)$$

где

$$i(t) = \begin{bmatrix} i^{dr}(t) \\ i^{qs}(t) \\ i^{ds}(t) \\ i^{qs}(t) \end{bmatrix}, v(t) = \begin{bmatrix} u_{dr}(t) \\ u_{qr}(t) \\ u_{ds}(t) \\ u_{qs}(t) \end{bmatrix},$$

$$R = \begin{bmatrix} R_r & -L_r & 0 & -M_{\omega_e} \\ L_r \omega_e & R_r & M_{\omega_e} & 0 \\ 0 & -M_{\omega_e} & R_s & -L_s \omega_e \\ M_{\omega_e} & 0 & L_s \omega_e & R_s \end{bmatrix},$$

$$L = \begin{bmatrix} L_r & 0 & M & 0 \\ 0 & L_r & 0 & M \\ M & 0 & L_s & 0 \\ 0 & M & 0 & L_s \end{bmatrix},$$

$$M = \begin{bmatrix} 0 & L_r & 0 & M \\ -L_r & 0 & -M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

где i^{dr} — ток ротора по оси d ; i^{qr} — ток ротора по оси q ; i^{ds} — ток статора по оси d ; i^{qs} — ток статора по оси q ; u^{dr} — напряжение ротора по оси d ; u^{qr} — напряжение ротора по оси q ; u^{ds} — напряжение статора по оси d ; u^{qs} — напряжение статора по оси q ; ω — угловая скорость ротора; R_r — сопротивление обмоток ротора; R_s — сопротивление обмоток статора; L_r — индуктивность рассеяния; L_s — собственная индуктивность статорной обмотки; M — взаимная индуктивность; λ — число пар полюсов.

Динамическая модель вращательного движения выражается как:

$$\frac{d\omega_e}{dt}(t) = -\frac{1}{J} \{ \delta \omega_e(t) + T_L(\theta) - \lambda i^t(t) J(t) \},$$

$$\frac{d\theta}{dt}(t) = \omega(t),$$

где J — момент инерции; δ — коэффициент затухания; T_L — внешний момент нагрузки.

Вращающий момент нагрузки T_L определяется характеристиками механической нагрузки [4].

T_L равна константе и периодически изменяется по θ .

$$T_L(\theta) = T_L(\theta + 2\pi). \quad (6)$$

В реальных ЭТС с ЧРАД есть много примеров механических нагрузок, которые удовлетворяют уравнению (6).

Математическая модель инвертора и выпрямителя. Инвертор реализуется таким образом, что его выходные напряжения u_a , u_b и u_c выражаются как [9]:

$$\begin{bmatrix} u_a(t) \\ u_b(t) \\ u_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_a(t) \\ s_b(t) \\ s_c(t) \end{bmatrix} u_{dc}(t), \quad (7)$$

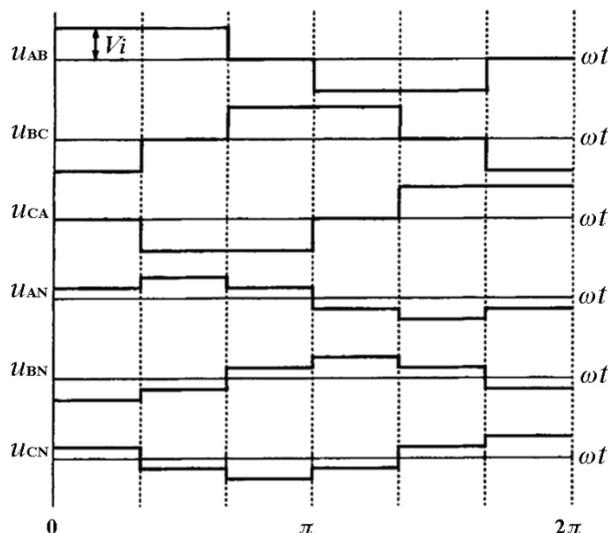


Рис. 3. Выходное напряжение шестипульсного преобразователя

где u_{dc} — постоянное напряжение на конденсаторном фильтре C_f ; s_a , s_b и s_c — функции, представляющие характеристики преобразователей.

Они, как правило, являются сбалансированными и периодическими с периодом $T_e = 2\pi / \omega_e$, где $f_e = 1/T_e$ соответствует рабочей частоте инвертора.

На рис. 3 показаны примеры шестипульсовой формы выходного напряжения [10].

Тогда $s_a(t)$, $s_b(t)$ и $s_c(t)$ можно разложить в ряд Фурье в виде:

$$\begin{bmatrix} s_a(t) \\ s_b(t) \\ s_c(t) \end{bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} K_n \begin{bmatrix} \cos(n\omega_e t + v_n) \\ \cos(n\omega_e t - T_e/3 + v_n) \\ \cos(n\omega_e t - 2T_e/3 + v_n) \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Это дает возможность получить следующее выражение:

$$\begin{bmatrix} s_{ds}(t) \\ s_{qs}(t) \\ 0 \end{bmatrix} = C_1^{-1} \begin{bmatrix} s_a(t) \\ s_b(t) \\ s_c(t) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Из уравнения (7) и (8) можно получить:

$$\begin{bmatrix} u_{ds}(t) \\ u_{qs}(t) \\ 0(t) \end{bmatrix} = C_1^{-1} \begin{bmatrix} s_a(t) \\ s_b(t) \\ s_c(t) \end{bmatrix} u_{dc}(t) = \begin{bmatrix} s_{ds}(t) \\ s_{qs}(t) \\ 0 \end{bmatrix} u_{dc}(t) = \sqrt{3}/2 \left\{ K_1 \begin{bmatrix} \cos v_1 \\ \sin v_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \sum_{n=1}^{\infty} K_n \begin{bmatrix} \cos(n \cdot \omega_e t + v_n) \\ \sin(n \cdot \omega_e t + v_n) \\ 0 \end{bmatrix} \right\} u_{dc}(t).$$

Выходное напряжение ЧРАД задается с помощью выражения (5)

$$u(t) = [0, 0, s_{ds}(t)u_{dc}(t), s_{qs}(t)u_{dc}(t)]^T. \quad (10)$$

Обратим внимание, что $s_{ds}(t)$ и $s_{qs}(t)$, определенные в уравнении (9), являются периодическими функциями с периодом T_e

$$\begin{aligned} s_{ds}(t) &= s_{ds}(t + T_e), \\ s_{qs}(t) &= s_{qs}(t + T_e). \end{aligned}$$

Если $K_n = 0$ для всех $n \geq 2$ в уравнении (8), то $s_{ds}(t)$ и $s_{qs}(t)$ являются постоянными.

Уравнение фильтра выражается как

$$\frac{di_R}{dt}(t) = -\frac{1}{L_F} \{R_F i_R(t) + u_{dc}(t) - e(t)\},$$

$$\frac{du_{dc}}{dt}(t) = \frac{1}{C_F} \{i_R(t) - i_{dc}(t)\}, \quad (11)$$

где $e(t)$ — выходное напряжение выпрямителя.

С учетом закона сохранения энергии для инвертора имеем:

$$i_{dc}(t)u_{dc}(t) = i_{ds}(t)u_{ds}(t) + i_{qs}(t)u_{qs}(t). \quad (12)$$

Подставим в (10) правую часть уравнения (12), тогда

$$i_{dc}(t)u_{dc}(t) = \{i_{ds}(t)s_{ds}(t) + i_{qs}(t)s_{qs}(t)\} u_{dc}(t).$$

Отсюда вытекает следующее уравнение

$$i_{dc}(t) = i_{ds}(t)s_{ds}(t) + i_{qs}(t)s_{qs}(t). \quad (13)$$

Если предположить, что $e(t)$ является источником постоянного напряжения $e(t) = E$, и, подставив выражение (13) в уравнение (11), получаем:

$$\frac{di_R}{dt}(t) = -\frac{1}{L_F} \{R_F i_R(t) + u_{dc}(t) - E\},$$

$$\frac{du_{dc}}{dt}(t) = \frac{1}{C_F} \{i_R(t) - (i_{ds}(t)s_{ds}(t) + i_{qs}(t)s_{qs}(t))\}.$$

Проведенные исследования показали, что при определенных параметрах в системе с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ) первого рода после однопериодного процесса происходит бифуркация Хопфа и появляется квазипериодический процесс. Причем при снижении коэффициента заполнения ШИМ квазипериодический процесс в системе наступает при меньших коэффициентах регулирования (K_{per}). Изменение вида ШИМ качественно изменяет бифуркационные диаграммы выходного напряжения, и в случае модуляции первого рода пропуск точек коммутации происходит при меньших значениях K_{per} , чем в случае ШИМ второго рода.

Библиографический список

- Андерсон П., Фуад А. Управление и устойчивость энергосистем. М.: Энергия, 1981. 567 с.
- Yixin Y., Hongjie Jia, Peng Li [et al.]. Power system instability and chaos // Electric power systems research. 2003. Vol. 65, no 3. P. 187–195.

3. Федянин В. В. Разработка и исследование генератора детерминированного хаоса // Актуальные вопросы образования и науки: сб. науч. тр. Тамбов: Консалтинговая компания Юком, 2013. Ч. 9. С. 145–146. ISBN 978-5-4343-0480-1.

4. Опман Е. В., Рысев П. В., Свешникова Е. Ю., Зиганшин Д. И. Хаос в системе связанных нелинейных генераторов. Управление и синхронизация // Энергосбережение и энергетика в Омской области. 2005. № 1 (14). С. 82–86.

5. Chiang H. D., Liu C. W., Varaiya P. P. [et al.]. Chaos in a simple power system // IEEE Transactions on Power Systems. 1993. Vol. 8, no 4. P. 1407–1417.

6. Опман Е. В., Рысев П. В., Свешникова Е. Ю., Зиганшин Д. И. Управление и синхронизация хаоса в системе связанных генераторов // Динамика систем, механизмов и машин: материалы V Междунар. науч.-техн. конф. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2004. Кн. 1. С. 229–234.

7. Федянин В. В., Федоров В. К. Особенности режимов детерминированного хаоса преобразователей постоянного напряжения для ветро- и геотермоэлектростанций // Известия Томского политехнического университета. 2016. Т. 327, № 3. С. 47–56.

8. Nayfeh M. A., Hamdan A. M. A., Nayfeh A. H. Chaos and instability in a power system – Primary resonant case // Nonlinear Dynamics. 1990. Vol. 1, no 4. P. 313–339. DOI: 10.1007/BF01865278.

9. Гельфанд И. М., Фомин С. В. Вариационное исчисление. М.: Физматгиз, 1962. 358 с.

10. Федянин В. В. Алгоритм и программа формирования широтно-импульсной модуляции в режиме детерминированного хаоса: свидетельство о регистрации электронного ресурса № 21895 от 01.06.2016. М.: ВНИИЦ, 2016. № 50201650231 от 01.06.2016.

АНОШЕНКОВА Екатерина Викторовна, ассистент кафедры «Теоретическая и общая электротехника» Омского государственного технического университета (ОмГТУ).

ФЕДЯНИН Виктор Викторович, ассистент кафедры «Электрическая техника» ОмГТУ.

ФЕДОРОВ Дмитрий Владимирович, аспирант кафедры «Электрическая техника» ОмГТУ.

ТРОЦЕНКО Виктор Васильевич, кандидат технических наук, доцент кафедры «Технический сервис, механика и электротехника» Омского государственного аграрного университета им. П. А. Столыпина. Адрес для переписки: OrmanEV@yandex.ru

Для цитирования

Аношенкова Е. В., Федянин В. В., Федоров Д. В., Троценко В. В. Математическая модель электротехнических систем с частотно-регулируемыми асинхронными двигателями в режимах детерминированного хаоса // Омский научный вестник. 2018. № 1 (157). С. 50–53. DOI: 10.25206/1813-8225-2018-157-50-53.

Статья поступила в редакцию 15.12.2017 г.

© Е. В. Аношенкова, В. В. Федянин, Д. В. Федоров, В. В. Троценко