ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 62:501.72
DOI: 10.25206/1813-8225-2018-158-121-124

В. И. ПОТАПОВ

Омский государственный технический университет, г. Омск

ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕГО ВРЕМЕНИ «ЖИЗНИ» ОДНОГО КЛАССА РЕЗЕРВИРОВАННЫХ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ПОСЛЕ ОТКАЗОВ СИСТЕМ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ВО ВРЕМЕНИ ИНТЕНСИВНОСТИ ОТКАЗОВ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ

Для резервированной восстанавливаемой после отказов системы, состоящей из n идентичных основных и одного резервного блока при произвольной во времени интенсивности отказов и восстановления найден класс функций интенсивностей восстановления, обеспечивающих в среднем, при заданной функции интенсивности отказов блоков, работоспособное состояние рассматриваемой системы в течение заданного времени. Показаны условия существования функций интенсивности восстановления системы после отказов, обеспечивающих для рассматриваемой системы бесконечное время «жизни» при заданной функции интенсивности отказов блоков.

Ключевые слова: резервированная система, интенсивность отказов, интенсивность восстановления, время «жизни» системы, марковский процесс.

Введение. Вопросам исследования надежности резервированных систем и, в частности, вопросам вычисления среднего времени «жизни» таких систем, то есть наработки резервированных систем до полного отказа посвящено большое число научных работ [1–9] и других, в которых, как правило, интенсивности отказов λ и восстановления μ считаются постоянными. Однако на практике в реальных условиях функционирования резервированных систем интенсивности отказов их блоков и интенсивности восстановления работоспособности резервированной системы за счет использования резерва являются функциями времени и исследования их характеристик надежности, в том числе и среднего времени «жизни», является сложной математической и вычислительной задачей, которая, по-видимому, в общем виде вряд ли может быть решена. Поэтому в данной работе и приводится математически обоснованное решение задачи вычисления среднего времени «жизни» для одного из простейших классов резервированных систем, описываемого следующим образом.

Для резервированной восстанавливаемой после отказов системы, состоящей из n идентичных основных и одного резервного блока при произвольной во времени интенсивности отказов $\lambda(t)$ и восстановления $\mu(t)$, найти класс функций $\mu(t)$, обеспечивающих в среднем при заданной функции

$\lambda(t)$ «жизнь» рассматриваемой системы в течение заданного времени. Показать условия существования функций $\mu(t)$, обеспечивающих для рассматриваемой системы бесконечное время «жизни» при заданной функции $\lambda(t)$.

Постановка задачи. Рассмотрим резервированную систему, состоящую из n идентичных основных и одного резервного блока, подключаемого мгновенно вместо любого отказавшего основного блока, которые сразу же после отключения подвергаются полному восстановлению. Интенсивности отказов и восстановления любого из блоков обозначим через $\lambda(t)$ и $\mu(t)$ соответственно и будем считать, что функции $\lambda(t)$ и $\mu(t)$ положительны и дифференцируемы при $t\geq 0$, причем $\lambda'(t)\geq 0$ при всех $t=0$, так как только этот случай представляет практический интерес (система рассматривается после окончания процесса приработки).

Аппроксимируя поведение (историю «жизни») рассматриваемой системы марковским процессом, можно описать ее по известной методике [10] системой дифференциальных уравнений Колмогорова

$$p_0'(t) = -(n+1)\lambda(t)\,p_0(t) + \mu(t)\,p_1(t),$$

$$p_1'(t) = (n+1)\,\lambda(t)p_0(t) - [n\lambda(t) + \mu(t)]\,p_1(t) \quad \textbf{(1)}$$

с начальными условиями

$$p_0(0) = 1,\ p_0(0) = 2, \quad \textbf{(2)}$$

где $p_0(t)$ — вероятность нахождения резервированной системы в состоянии, когда ни один блок не отказал; $p_1(t)$ — вероятность нахождения резервированной системы в состоянии, когда отказал один блок.

Состояние «гибели» системы наступает при отказе не менее двух блоков в течение времени восстановления отказавшего блока.

Для исследования поведения рассматриваемой восстанавливаемой системы рассмотрим решение двух следующих задач.

Задача 1. По заданной функции $\lambda(t)$ найти такой класс функций, чтобы любая функция $\mu(t)$ из этого класса гарантировала в среднем «жизнь» рассматриваемой системы в течение заданного времени $T>0$.

Задача 2. Дать ответ: существуют ли функции $\mu(t)$, которые при заданной функции $\lambda(t)$ обеспечивают бесконечное время «жизни» рассматриваемой системы, и если такие функции существуют, то каким условиям они должны удовлетворять?

Решение задачи 1.

Для решения задачи 1 преобразуем систему (1) путем исключения функции $p_0(t)$ к одному уравнению

$$p_1''(t) + q(t)p_1'(t) + h(t)p_1(t) = 0 \quad \textbf{(3)}$$

с начальными условиями

$$p_1(0) = 0, \qquad p_1'(0) = (n+1)\,\lambda(0), \quad \textbf{(4)}$$

где

$$q(t) = (2n+1)\,\lambda(t) + \mu(t) - \lambda'(t)\,/\lambda(t),$$

$$h(t) = n(n+1)\,\lambda^2(t) + \mu'(t) - \mu(t)\,\lambda'(t)\,/\,\lambda(t).$$

В дальнейшем, для удобства, иногда будем обозначать $\lambda(t)$ и $\mu(t)$ просто через λ и μ, а $\lambda(0)$ и $\mu(0)$ — через λ_0 и μ_0 соответственно.

Сложив уравнения системы (1), получим

$$p_0'(t) + p_1'(t) = -n\lambda(t)\,p_1(t).$$

Отсюда, учитывая (2), интегрированием получаем

$$p_0(t) + p_1(t) = 1 - n\int_0^t \lambda(s)\,p_1(s)\,ds. \quad \textbf{(5)}$$

Поскольку в нашу задачу входит решение неравенства

$$\int_0^\infty (p_0(t) + p_1(t))\,dt \geq T,$$

то из (5) следует, что это неравенство эквивалентно следующему:

$$\int_0^\infty (1 - n\int_0^t \lambda(s)p_1(s)\,ds)\,dt \geq T. \quad \textbf{(6)}$$

Но из очевидного соотношения $T = \int_0^\infty \exp(-t/T)\,dt$ следует, что неравенство (6) будет выполняться, если будет выполняться неравенство

$$\int_0^t \lambda(s)\,p_1(s)\,ds \leq (1 - \exp(-t/T))\,/\,n. \quad \textbf{(7)}$$

Обе части неравенства (7) при $t = 0$ равны 0. Следовательно, оно будет выполняться, если будет выполняться неравенство

$$p_1(t) \leq \frac{\exp(-t/T)}{nT\lambda(t)}. \quad \textbf{(8)}$$

Теперь осталось найти условия, налагаемые на коэффициенты $q(t)$ и $h(t)$ уравнения (3), чтобы для решения $p_1(t)$, удовлетворяющего начальным условиям (4), было справедливо неравенство (8).

Приведем уравнение (3) к каноническому виду подстановкой [11]

$$p_1(t) = u(t)\exp\left(-\frac{1}{2}\int_0^t q(s)\,ds\right). \quad \textbf{(9)}$$

Получим уравнение $u'' = J(t)$ и с начальными условиями $u(0) = 0, \quad u'(0) = (n+1)\lambda(0)$,
где

$$J(t) = -h(t) + \frac{1}{4}q^2(t) + \frac{1}{2}q'(t).$$

После подстановки уравнения (9) в неравенство (8) получим неравенство

$$u(t) \leq \frac{1}{nT\lambda(t)}\exp\int_0^t q_1(s)\,ds, \quad \textbf{(10)}$$

где

$$q_1(t) = \frac{q(t)}{2} - \frac{1}{T}.$$

Обозначим правую часть неравенства (10) через $\varphi(t)$. Нетрудно убедиться, что $\varphi(t)$ является решением уравнения $\varphi'' = Q(t)\varphi$ с начальными условиями $\varphi(0) = (nT\lambda_0)^{-1}$, $\varphi'(0) = (nT)^{-1}(\lambda_0^{-1}q_1(0) - \lambda_0^{-2}\lambda_0')$, где

$$Q(t) = q_1^2 + q_1' + 2\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)^2 - \frac{\lambda''}{\lambda} - 2\frac{\lambda'}{\lambda}q_1.$$

Очевидно, что $u(0) < \varphi(0)$.

Выбирая μ_0 такое, чтобы выполнялось неравенство

$$\mu_0 \geq 2n(n+1)\,T\,\lambda_0^2 + \frac{2}{T} + 3\frac{\lambda_0'}{\lambda_0} - (2n+1)\,\lambda_0, \qquad (11)$$

добьемся того, что $u'(0) \leq \varphi'(0)$.

Но тогда неравенство (10) будет выполняться при условии $J(t) \leq Q(t)$.

Это неравенство эквивалентно следующему дифференциальному неравенству:

$$\mu' - \left(\frac{1}{T} + 2\frac{\lambda'}{\lambda}\right)\mu - \varphi(t) \geq 0\,, \qquad (12)$$

где

$$\varphi(t) = \frac{2n+1}{T}\lambda - n\,(n+1)\lambda^2 +$$

$$+ (2n+1)\,\lambda' + \frac{1}{T}\,\frac{\lambda'}{\lambda} - 2\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)^2 - \frac{\lambda''}{\lambda} - \frac{1}{T^2}.$$

Согласно [12], решением неравенства (12) является функция

$$\mu^*(t) =$$

$$= \lambda^2(t)\left[\frac{\mu_0}{\lambda_0^2} + \int_0^t \frac{\varphi(s)}{\lambda^2(s)}\exp\left(-\frac{s}{T}\right)ds\right]\exp(-t/T)\,. \qquad (13)$$

Из выражения (13) следует, что для всех интенсивностей восстановления $\mu(t) \geq \mu^*(t)$, удовлетворяющих в начале координат неравенству (11), среднее время «жизни» рассматриваемой восстанавливаемой системы будет ≥T при заданной интенсивности отказов $\lambda(t)$.

Таким образом, получено решение задачи 1.

Решение задачи 2.

Рассмотрим решение следующей задачи.

Каким условиям должны удовлетворять функции $\mu(t)$, чтобы при заданной функции $\lambda(t)$ интеграл

$$\int_0^\infty (p_0(t) + p_1(t))\,dt$$

расходился, то есть чтобы среднее время «жизни» рассматриваемой системы было бесконечным. При такой постановке задачи, естественно, будет представлять интерес только асимптотика функций $\mu(t)$.

Известно [13], что несобственный интеграл с бесконечным верхним пределом расходится, если его подинтегральная функция асимптотически эквивалента C/t^q, где $q \leq 1$. Выберем граничное значение $q = 1$. Таким образом, для достаточно больших t должно выполняться равенство $p_0(t) + p_1(t) = C/t$. Все дальнейшее рассмотрение ведется для больших t.

Учитывая (5), последнее равенство перепишется в виде

$$\int_0^t \lambda(s)p_1(s)\,ds = \frac{1}{n}\left(1 - \frac{C}{t}\right).$$

Отсюда следует

$$p_1(t) = \frac{C}{n}\cdot\frac{1}{t^2\lambda(t)}\,. \qquad (14)$$

Но, с другой стороны, $p_1(t)$ удовлетворяет уравнению (3) (от начальных условий сейчас отвлекаемся). Следовательно, путем подстановки (14) в (3) с учетом выражений $q(t)$ и $h(t)$ для $\lambda(t)$ и $\mu(t)$ получим следующее уравнение

$$\mu'(t) = \left(\frac{2}{t} + \frac{1+\lambda'(t)}{\lambda(t)}\right)\mu(t) + F(t)\,, \qquad (15)$$

где

$$F(t) = 2(2n+1)\,\lambda - (n\,(n+1)\lambda^2 +$$

$$+ (2n+1)\,\lambda' - 3\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)^2 + \frac{\lambda''}{\lambda} - \frac{6}{t}\left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right) - \frac{6}{t^2}.$$

Решением уравнения (15), согласно [14], является функция

$$f(t) = \left[C_1 + \int\frac{F(t)\,L(t)}{t^2\lambda(t)}\,dt\right]t^2\,\lambda(t)\,L(t)\,,$$

$$L(t) = \left[\exp\int\frac{dt}{\lambda t}\right]^{-1}, \qquad C_1 = const.$$

Таким образом, решением второй задачи являются все функции, удовлетворяющие неравенству $\mu(t) \geq f(t)$ для достаточно больших t.

Библиографический список

1. Дж. Сандлер. Техника надежности систем / пер. с англ. А. Л. Райкина. М.: Наука, 1966. 300 с.

2. Козлов Б. А. Резервирование с восстановлением. М.: Советское радио, 1969. 150 с.

3. Козлов Б. А., Ушаков И. А. Справочник по расчету надежности. М.: Советское радио, 1975. 472 с.

4. Райкин А. Д. Вероятностные модели функционирования резервированных устройств. М.: Наука, 1975. 254 с.

5. Потапов В. И., Потапов И. В. Об оптимизации среднего времени «жизни» однородных нейронных сетей нейрокомпьютеров с замещением отказавших нейронов резервными // Омский научный вестник. 2004. № 1 (26). С. 95–99.

6. Антонов А. В., Пляскин А. В., Татаев Х. Н. К вопросу расчета надежности резервированных структур с учетом старения элементов // Надежность. 2013. № 1 (44). С. 55–61.

7. Tyurin S. F., Grekov A. V. Functionally Complete Tolerant Elements // International Journal of Applied Engineering Research. 2015. Vol. 10, no. 14. P. 34433–34442.

8. Шебе Х., Шубинский И. Б. Предельная надежность структурного резервирования // Надежность. 2016. № 1 (56). С. 3–8.

9. Тюрин С. Ф. Скользящее резервирование толерантных элементов // Надежность. 2017. Т. 17, № 1. С. 17–21.

10. Вентцель Е. С. Исследование операций. М.: Советское радио, 1972. 550 с.

11. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Мир, 1970. 720 с.

12. Беллман Р., Калаба Р. Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи. М.: Мир, 1968. 183 с.

13. Чезари Л. Асимптотическое поведение и устойчивость решений обыкновенных дифференциальных уравнений / пер. с англ. А. Н. Черкасова. М.: Мир, 1964. 477 с.

14. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. 6-е изд., стер. СПб.: Лань, 2003. 576 с.

ПОТАПОВ Виктор Ильич, доктор технических наук, профессор (Россия), заведующий кафедрой «Информатика и вычислительная техника».
SPIN-код: 9710-9680
AuthorID (РИНЦ): 8484
Адрес для переписки: ivt @ omgtu.ru

Для цитирования

Потапов В. И. Вычисление среднего времени «жизни» одного класса резервированных восстанавливаемых после отказов систем при произвольной во времени интенсивности отказов и восстановления // Омский научный вестник. 2018. № 2 (158). С. 121–124. DOI: 10.25206/1813-8225-2018-158-121-124.

Статья поступила в редакцию 26.02.2018 г.

УДК 004.021
DOI: 10.25206/1813-8225-2018-158-124-128

В. П. ПИВОВАРОВ
А. В. ЗУБАРЬ

Омский автобронетанковый инженерный институт, г. Омск

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ ПРИ ПОИСКЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА СТЕРЕОПАРАХ ВДОЛЬ ЭПИПОЛЯРНЫХ ЛИНИЙ

В статье изложено решение задачи нахождения дополнительных ограничений на область поиска изображения по стереопаре, заданной эпиполярной линией. Особенностью данного подхода является возможность определения ограничений на основе математических зависимостей, не требующих нахождения фундаментальной матрицы и предварительной обработки изображений.

Ключевые слова: эпиполярная линия, поиск изображения, цифровая видеокамера, система технического зрения, стереопара.

К технике военного назначения предъявляется ряд противоречивых требований: простота и надёжность конструкции, высокая защищённость от физических и электромагнитных воздействий, низкое энергопотребление, низкая стоимость, технологичность производства, ремонта и т.д. Решение этих противоречивых задач накладывает ряд ограничений при принятии технических решений.

При разработке оптико-электронных систем определения параметров целей по изображениям с цифровых видеокамер [1–3] одним из ключевых моментов является точность, робастность и вычислительная реализуемость применяемого алгоритма автоматического поиска изображений. Основным элементом такой системы является ЭВМ. Возможность выполнения всего функционала предусмотренных измерений и их обработки в реальном времени на ЭВМ с ограниченной вычислительной мощностью является весьма актуальной задачей. Её решение во многом определяет правильный выбор способа поиска, являющегося основой для построения специализированных алгоритмов обработки цифровых изображений.

Существуют глобальные и локальные способы поиска объектов на стереоизображениях, полученных с систем технического зрения (СТЗ) [4, 5]. Общий недостаток глобальных алгоритмов, с точки зрения обеспечения минимальных требований к ресурсам ЭВМ, — это их высокая вычислительная сложность; кроме того, они требуют предварительной обработки изображений.

Особенность локальных алгоритмов поиска заключается в том, что поиск в них организуется путём последовательного сканирования между некоторыми локальными участками изображений. Как правило, это некоторая интересующая область одного изображения и область поиска на другом изображении. В свою очередь, размеры этих областей и порядок их нахождения будут определять точность поиска и требования к вычислительной мощности ЭВМ.

Для определения координат объекта P по его изображениям Img с двух цифровых видеокамер можно записать пару расширенных векторов положения этого объекта $P_{K1}^{Img} = (n_{K1}^{p} \quad m_{K1}^{p} \quad 1 \quad 1)$ и $P_{K2}^{Img} = (n_{K2}^{p} \quad m_{K2}^{p} \quad 1 \quad 1)$ на изображениях соответственно для камер $K1$ и $K2$. При этом значения пиксельных координат объекта P на изображении первой камеры $K1$ (n_{K1}^{p} — количество строк, m_{K1}^{p} — количество столбцов) могут быть заданы пользователем (оператором) или определены автоматически в результате работы, например, алгоритма обнаружения, распознавания или селекции движущихся объектов и т.п. Значения же n_{K1}^{p} и m_{K1}^{p} могут быть определены вручную оператором или автоматически, например, в результате работы алгоритмов определения положения изображения объекта на изображении второй камеры. Однако ручное определение этих координат является трудоёмким и длительным процессом и будет сочетаться с субъективными ошибками оператора. Поэтому, как правило, используется автоматическое определение положения изображения объекта на паре изображений.

Одним из наиболее эффективных и распространённых способов поиска изображения объекта по изображениям с пары камер является поиск вдоль эпиполярной линии [6, 7, с. 159–162; 8,