

## ЛОКАЛЬНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ РЕЛЬЕФА ПРИ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ МЕТОДАХ ОПТИМИЗАЦИИ СХЕМ РАЗМЕЩЕНИЯ ОБЪЕКТОВ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ КОМПЛЕКСОВ НА ПЕРЕСЕЧЕННОЙ ТЕРРИТОРИИ

Предложена аппроксимация рельефа в окрестностях расположения объекта на текущей вычислительной итерации с использованием интерполяционного полинома Лагранжа. Приведены формулы для оперативного перевода при каждой итерации координат равномерной геодезической сетки в требуемые в ходе оптимизационного процесса локальные координаты 16-ти реперных точек. Локализация окрестности рельефа производится алгоритмически в зависимости от текущих значений координат центра геометрического образа основания определенного объекта.

На примере рельефа реальной местности дана сравнительная оценка принятой локальной аппроксимации с результатами программного продукта AutoCad Civil 3D.

**Ключевые слова:** пересеченный рельеф местности, локальная аппроксимация, схемы размещения производственных объектов, интерполяционный полином Лагранжа.

В работах [1–5] были предложены методы оптимизации схем расположения производственных объектов на плоской территории по четырем критериям (коммуникационные затраты, площадь выделенной территории, ее размер и длина периметра). В названных работах оптимизация схем расположения объектов основывалась на одном из основных детерминированных методов поиска, а именно на градиентном методе, хорошо зарекомендовавшем себя как по качеству получаемых решений, так и по скорости сходимости. Определенная гарантия получения глобального минимума целевых функций обеспечивалась за счет регулярной смены начального приближения с использованием генератора случайных чисел.

Одним из основных критериев при проектировании схем расположения производственных объектов являются затраты на реализацию (строительство и эксплуатацию) коммуникационных связей между ними [1, 5].

При оптимизации схем расположения производственных объектов на одноуровневом рельефе

из условия минимизации затрат на реализацию коммуникационных связей градиентным методом для расчета приращения критерия  $K$  и определения направления очередного шага достаточно ограничиваться малыми приращениями  $dx$  и  $dy$  координат  $x$  и  $y$  центров геометрических образов оснований объектов, характеризующих их положение на плоскости [1–5].

При поиске же оптимального размещения производственных объектов на местности с пересеченным рельефом необходимо учитывать их взаимное расположение по высотным отметкам. Следовательно, критерий  $K$ , выражающий коммуникационные затраты, необходимо представлять в общем виде как сложную функцию

$$K=K(x, y, z(x, y)),$$

в которой аппликата  $z$ , в свою очередь, есть функция свободных параметров  $x$  и  $y$ , являющихся в этом случае координатами проекций центров геометрических образов оснований объектов на неко-

тору горизонтальную поверхность, принятую для проектируемого комплекса за базовую плоскость.

Значит, при поиске оптимального расположения объектов на пересеченной местности перед расчетом целевой функции (при расчете каждой пробы) должна быть рассчитана координата  $z$  по той или иной принятой аппроксимирующей зависимости.

В условиях реального проектирования генеральных планов промышленных предприятий прямая аналитическая зависимость между координатами  $x$  и  $y$  проекций центров геометрических образов оснований объектов и аппликатой  $z$  как таковая отсутствует. Обычно эта зависимость устанавливается в табличном и/или визуализированном виде по данным геодезических съемок в проектных организациях как результат обработки специализированными программными комплексами, такими как комплексы GeoniCS или AutoCad Civil 3D, дающими на основании треугольников Делоне [6–12] полное представление о рельефе территории (2D или 3D изображения), выделенной под проектируемый производственный комплекс. В частности, такие комплексы строят по данным геодезических съемок линии уровней (горизонтали), а также по указанным курсором координатам  $x$  и  $y$  автоматически выдают значение аппликаты  $z$ .

При оптимизационном синтезе схем расположения объектов на пересеченном рельефе с использованием как детерминированных, так и случайных методов нелинейного математического программирования необходимо знать в оперативном режиме вычислений значение координаты  $z$  в окрестностях исследуемой точки территории. В частности, при детерминированных методах нелинейного математического программирования эта необходимость возникает в двух случаях: в текущем положении  $i$ -го объекта и при определении направления движения к локальному минимуму (например, при небольших приращениях свободных параметров  $x$  и  $y$ ).

Для решения этой задачи можно использовать, в частности, два следующих подхода:

— после расчета в созданном программном пакете оптимизационного синтеза схем очередных значений координат проекций центров геометрических образов оснований рассматриваемых объектов (свободных параметров  $x$  и  $y$ ) организовать программное обращение к упомянутым комплексам GeoniCS или AutoCad Civil 3D;

— по известным реперным точкам в окрестностях исследуемой поверхности аппроксимировать ее (поверхность) с использованием того или иного математического выражения.

Оба упомянутые способа имеют свои достоинства и недостатки. При первом способе нет необходимости в разработке аппроксимирующей математической зависимости и соответствующего ей алгоритмического и программного обеспечения. Однако в этом случае комплексы GeoniCS или AutoCad Civil 3D должны быть встроены в структуру программного комплекса проектирования оптимизированных схем производственных комплексов и должен быть предусмотрен соответствующий программный интерфейс экспорта данных между этими программными комплексами, что не всегда возможно. При использовании первого способа необходимо иметь в наличии названные лицензионные программные комплексы, достаточно высокой стоимости, а кроме того, их присутствие в системе автоматизированного проектирования схем расположения объектов существенно ее «утяжелит»

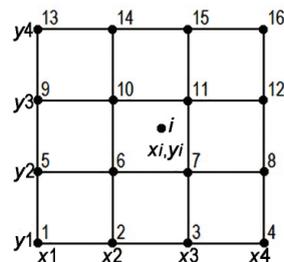


Рис. 1. Взаиморасположение центра геометрического образа основания  $i$ -го объекта и 16-ти геодезических реперных точек в окрестностях рассматриваемого объекта на регулярной сетке

и потребует больших вычислительных мощностей и времени.

Для реализации второго способа достаточно дополнить создаваемую программу оптимизации сравнительно несложной аппроксимирующей зависимостью и алгоритмом распознавания положения центра геометрического образа основания исследуемого  $i$ -го объекта на предварительно введенной в базу данных геодезической сетке реперных точек. В этом случае исключается необходимость в какой-либо внешней программной среде и, следовательно, зависимость от нее.

Поскольку первый подход реализуется чисто программным путем, в данной статье предлагается порядок приближенного расчета аппликаты  $z$ , соответствующий второму подходу.

В качестве аппроксимирующей зависимости по направлениям  $x$  и  $y$  примем интерполяционный полином Лагранжа.

Для аппроксимации рельефа в окрестностях центра геометрического образа основания исследуемого объекта полиномом Лагранжа необходимо вначале алгоритмически распознать расположение (координаты  $x$  и  $y$ ) в этих окрестностях квадрата с 16-ю реперными точками из множества высотных отметок на выделенной для проектируемого промышленного комплекса территории. Это можно выполнить, определив алгоритмически ближайшую к центру геометрического образа основания  $i$ -го объекта (с координатами  $x_i$ ,  $y_i$ ), рассматриваемого в ходе оптимизационного синтеза схем, реперную точку с меньшими абсциссой и ординатой (рис. 1).

Обозначим координаты этой реперной точки как  $x_2$  и  $y_2$ . Тогда координаты остальных 15-ти реперных точек, окружающих центр исследуемого объекта, можно рассчитать по формулам (рис. 1):

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 - gx; & y_1 &= y_2 - gy; \\ x_3 &= x_2 + gx; & y_3 &= y_2 + gy; \\ x_4 &= x_2 + 2gx; & y_4 &= y_2 + 2gy, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $gx$  и  $gy$  — шаг геодезических реперных точек по координатам соответственно  $x$  и  $y$  (как правило, они равны друг другу).

Как видно из рис. 1, центр геометрического образа объекта при таком расположении реперных точек оказывается в центральном малом квадрате (либо четырехугольнике при  $gx \neq gy$ ), окруженном восьмью другими малыми квадратами (четыреугольниками). Такое взаиморасположение центра рассматриваемого объекта (с координатами  $x_i$ ,  $y_i$ ) и малых квадратов (четыреугольников) дает гарантию, что при малом приращении параметров  $x$  и  $y$

исследование будет проводиться в пределах окрестности данного  $i$ -го объекта.

В соответствии с интерполяционным полиномом Лагранжа запишем аппроксимирующую формулу для двумерной интерполяции в следующем виде:

$$z(x,y) = zf1(x,y) + zf2(x,y) + zf3(x,y) + zf4(x,y) \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} zf1(x,y) &= (z1 \cdot xf1(x) + z2 \cdot xf2(x) + \\ &+ z3 \cdot xf3(x) + z4 \cdot xf4(x)) \cdot yf1(y); \\ zf2(x,y) &= (z5 \cdot xf1(x) + z6 \cdot xf2(x) + \\ &+ z7 \cdot xf3(x) + z8 \cdot xf4(x)) \cdot yf2(y); \\ zf3(x,y) &= (z9 \cdot xf1(x) + z10 \cdot xf2(x) + \\ &+ z11 \cdot xf3(x) + z12 \cdot xf4(x)) \cdot yf3(y); \\ zf4(x,y) &= (z13 \cdot xf1(x) + z14 \cdot xf2(x) + \\ &+ z15 \cdot xf3(x) + z16 \cdot xf4(x)) \cdot yf4(y); \\ xf1(x) &= (xx2(x) \cdot xx3(x) \cdot xx4(x)) / \\ &/ ((x1 - x2) \cdot (x1 - x3) \cdot (x1 - x4)); \\ xf2(x) &= (xx1(x) \cdot xx3(x) \cdot xx4(x)) / \\ &/ ((x2 - x1) \cdot (x2 - x3) \cdot (x2 - x4)); \\ xf3(x) &= (xx1(x) \cdot xx2(x) \cdot xx4(x)) / \\ &/ ((x3 - x1) \cdot (x3 - x2) \cdot (x3 - x4)); \\ xf4(x) &= (xx1(x) \cdot xx2(x) \cdot xx3(x)) / \\ &/ ((x4 - x1) \cdot (x4 - x2) \cdot (x4 - x3)); \\ yf1(y) &= (yy2(y) \cdot yy3(y) \cdot yy4(y)) / \\ &/ ((y1 - y2) \cdot (y1 - y3) \cdot (y1 - y4)); \\ yf2(y) &= (yy1(y) \cdot yy3(y) \cdot yy4(y)) / \\ &/ ((y2 - y1) \cdot (y2 - y3) \cdot (y2 - y4)); \\ yf3(y) &= (yy1(y) \cdot yy2(y) \cdot yy4(y)) / \\ &/ ((y3 - y1) \cdot (y3 - y2) \cdot (y3 - y4)); \\ yf4(y) &= (yy1(y) \cdot yy2(y) \cdot yy3(y)) / \\ &/ ((y4 - y1) \cdot (y4 - y2) \cdot (y4 - y3)); \\ xx1(x) &= x - x1; \quad xx2(x) = x - x2; \\ xx3(x) &= x - x3; \quad xx4(x) = x - x4; \\ yy1(y) &= y - y1; \quad yy2(y) = y - y2; \\ yy3(y) &= y - y3; \quad yy4(y) = y - y4, \end{aligned}$$

$x$  и  $y$  — координаты центров геометрических образов объектов в рассматриваемой на данной вычислительной итерации окрестности;  $z1, \dots, z16$  — значения геодезических отметок в 16-ти реперных точках, пронумерованных в порядке, указанном на рис. 1.

Таким образом, для определения аппликаты  $z$  в текущем положении  $i$ -го объекта можно воспользоваться следующим алгоритмом:

1. По известным координатам ( $x_i, y_i$ ) центра геометрического образа основания  $i$ -го объекта находится алгоритмически реперная точка, имеющая меньшие значения координат  $x$  и  $y$  (точка № 6 на рис. 1).

2. Рассчитываются координаты других 15-ти точек в окрестности центра  $i$ -го объекта по зависимостям (1).

3. Рассчитывается значение координаты  $z$  по формуле (2), соответствующей интерполяционному полиному Лагранжа.

Определение направления движения к локальному минимуму при решении задачи об оптимальном размещении объектов на плоском горизонталь-

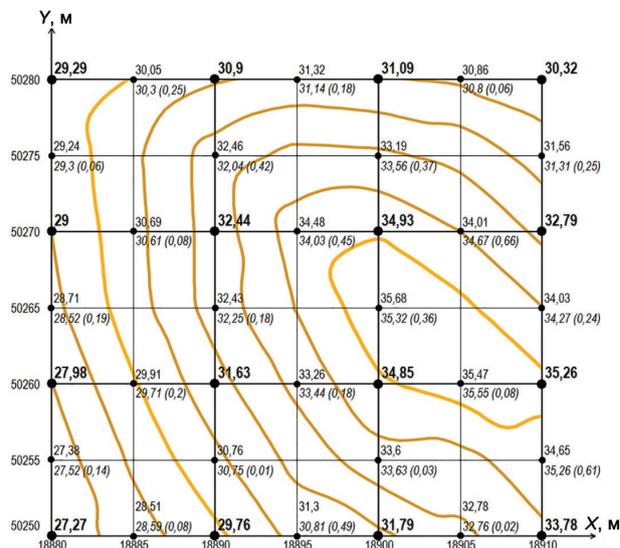


Рис. 2. Линии уровней, полученные с использованием пакета AutoCad Civil 3D, и отметки высот

ном рельефе сводилось [1 – 4] к расчету при каждой пробе непосредственно критериальной функции, соответствующей малому приращению свободных параметров.

В случае использования градиентного метода должны быть выполнены неравенства:

$$dx < r_x \quad \text{и} \quad dy < r_y,$$

обеспечивающие условие, при котором малое изменение свободных параметров  $x$  и  $y$  на  $dx$  и  $dy$  не приведет к выходу исследований за пределы окрестности координат ( $x_i, y_i$ ) центра геометрического образа оснований  $i$ -го объекта.

Аппроксимация исходного рельефа территории интерполяционным полиномом Лагранжа является, по сути, его вторичной аппроксимацией, так как используемые в этом случае реперные точки есть результат аппроксимации геодезических отметок тем или иным программным пакетом.

В связи с этим возникает задача сравнения (задача оценки схожести [13, 14]) полученных различными методами приближенных поверхностей с целью определения пригодности, полученной вторичной аппроксимационной поверхности для поиска оптимальных схем размещения объектов на пересеченной местности. Эта задача должна быть решена применительно к каждому используемому рельефу перед оптимизационным поиском мест расположения производственных объектов.

На рис. 2 приведен пример аппроксимации рельефа реальной местности интерполяционным полиномом Лагранжа на регулярной сетке. По осям  $x$  и  $y$  отложены координаты местности в метрах. Значения отметок высот в 16-ти узлах интерполирования на рис. 2 выделены жирным шрифтом. В промежуточных (контрольных) точках рельефа указаны значения высотных отметок, полученные с использованием пакета AutoCad Civil 3D и на основе интерполяции многочленом Лагранжа (последние выделены курсивом), в скобках приведен модуль разницы между этими значениями. Наибольшее отклонение между упомянутыми аппроксимациями в наблюдаемых точках регулярной сетки равно 0,66 м (точка с координатами, м:  $x = 18\ 905$ ;  $y = 50\ 270$ ), что составляет около 1,9 %

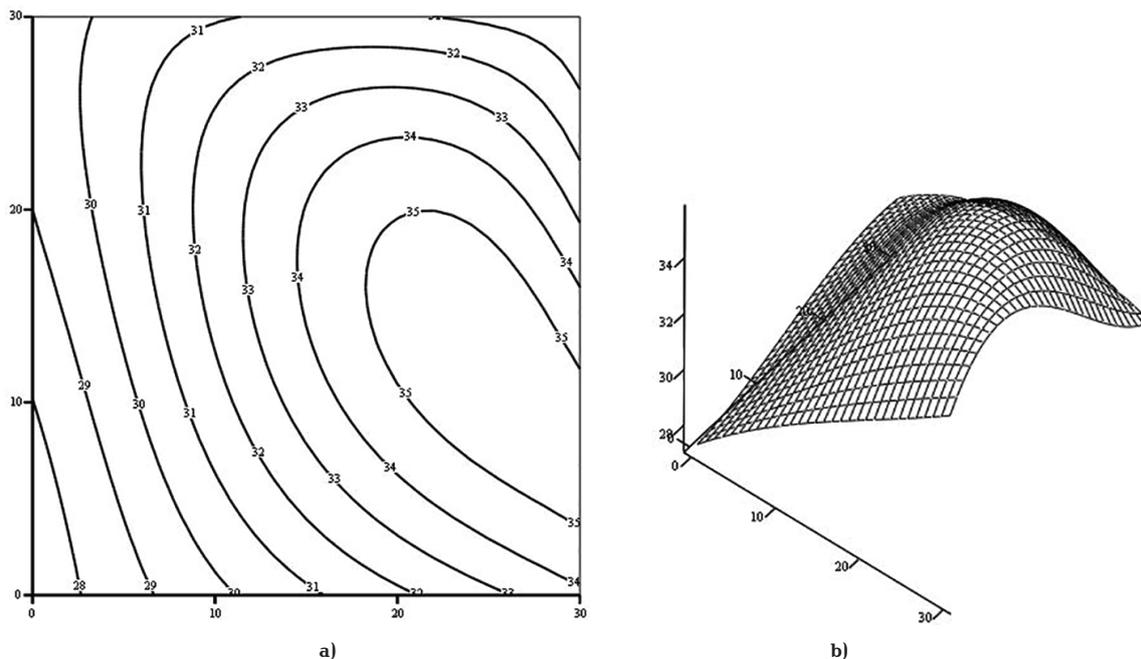


Рис. 3. Линии уровней: а) и 3D-изображение б), полученные на основе использования интерполяционного полинома Лагранжа

от значения высотной отметки в этой точке рельефа. На рис. 3 представлены 2D и 3D изображения аппроксимаций исследуемого рельефа многочленами Лагранжа (в качестве начала координат на рис. 3 принята точка, имеющая на реальном рельефе (рис. 2) координаты, м:  $x = 18\ 880$ ;  $y = 50\ 250$ ). Сравнение линий уровней на рис. 2 и на рис. 3а, полученных соответственно с использованием пакета AutoCad Civil 3D и на основе интерполяции многочленом Лагранжа, подтверждает их достаточную схожесть.

Более широкий спектр вычислительных экспериментов подтвердил приемлемость предложенного в данной статье подхода к аппроксимации рельефов производственных территорий, поскольку разница между аппликатами  $z$ , полученными с применением комплекса AutoCad Civil 3D и на основе аппроксимации полиномом Лагранжа для достаточно сложных рельефов, как правило, незначительна (2–3 %) и позволяет вполне надежно определять в автоматическом режиме стратегию поиска (в частности, направление движения) минимума как критериальной, так и соответствующей целевой функции.

#### Библиографический список

1. Зуга И. М., Хомченко В. Г. Автоматизированное проектирование схем размещения объектов предприятий из условия минимизации коммуникационных затрат // Омский научный вестник. 2009. № 3 (83). С. 96–99.
2. Зуга И. М., Хомченко В. Г. Автоматизированное проектирование схем размещения объектов предприятий из условия минимизации занимаемой ими площади // Омский научный вестник. 2011. № 2 (100). С. 163–167.
3. Зуга И. М., Хомченко В. Г. Проектирование схем размещения объектов из условия минимизации периметра занимаемой ими территории / ОмГТУ. Омск, 2009. 8 с. Деп. в ВИНТИ 13.05.2009, № 348-B2009.
4. Зуга И. М., Хомченко В. Г. Проектирование схем размещения объектов из условия минимизации габаритных размеров занимаемой территории / ОмГТУ. Омск, 2009. 7 с. Деп. в ВИНТИ 13.05.2009, № 425-B2009.

5. Зуга И. М., Хомченко В. Г. Разработка системы автоматизированного проектирования схем расположения объектов промышленных предприятий / ОмГТУ. Омск, 2011. 17 с. Деп. в ВИНТИ 06.03.2011, №110-B2011.

6. Делоне Б. Н. Геометрия положительных квадратичных форм // Успехи математических наук. 1937. № 3. С. 16–62.

7. Скворцов А. В. Триангуляция Делоне и ее применение. Томск. Изд-во ТГУ. 2002. 128 с. ISBN 5-7511-1501-5.

8. Майоров А. А., Нгуен Т. К. Эффективный алгоритм построения триангуляции Делоне // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. № 1. 2011. С. 105–108.

9. Вовк И. Г. Моделирование в прикладной геоинформатике // Вестник Сибирского государственного университета геосистем и технологий. 2011. Вып. 1 (14). С. 69–75.

10. Скворцов А. В., Костюк Ю. Л. Эффективные алгоритмы построения триангуляции Делоне // Геоинформатика. Теория и практика. Томск: Изд-во ТГУ. 1998. Вып. 1. С. 22–47.

11. Скворцов А. В. Обзор алгоритмов построения триангуляции Делоне // Вычислительные методы и программирование. 2002. № 3. С. 14–39.

12. Костюк Ю. Л., Скворцов А. В. Применение триангуляции для решения задач вычислительной геометрии // Геоинформатика: Теория и практика. Томск: Изд-во Томского ун-та, 1998. Вып. 1. С. 127–138.

13. Дышкант А. В. Меры для сравнения дискретных моделей однозначных поверхностей // Вестник Московского университета. Сер. 15. Вычислительная математика и кибернетика. 2011. № 4. С. 41–48.

14. Катрич С. А. Вычислительные особенности минимизации погрешности аппроксимаций функций по чебышевским узлам интерполяции // Вестник Таганрогского института имени А. П. Чехова. 2015. Вып. 1. С. 67–72.

**ХОМЧЕНКО Василий Герасимович**, доктор технических наук, профессор (Россия), профессор кафедры «Автоматизация и робототехника» Омского государственного технического университета.  
SPIN-код: 8385-2139  
AuthorID (РИНЦ): 175651  
AuthorID (SCOPUS): 55941500600

AuthorID (SCOPUS): 6603880234  
ResearcherID: P-8539-2015

**ЗУГА Игорь Михайлович**, кандидат технических наук, генеральный директор ПАО «ОНХП», г. Омск.  
**КУЖЕЛЬ Алексей Николаевич**, главный специалист по разработке программного обеспечения ПАО «ОНХП», г. Омск.

Адрес для переписки: library@onhp.ru

**СТРОЕВ Артем Олегович**, инженер отдела информационных технологий ПАО «ОНХП», г. Омск.

Адрес для переписки: library@onhp.ru

Для цитирования

Хомченко В. Г., Зуга И. М., Кужель А. Н., Строев А. О. Локальная аппроксимация рельефа при детерминированных методах оптимизации схем размещения объектов производственных комплексов на пересеченной территории // Омский научный вестник. 2018. № 4 (160). С. 161 – 165. DOI: 10.25206/1813-8225-2018-160-161-165.

Статья поступила в редакцию 18.06.2018 г.

© В. Г. Хомченко, И. М. Зуга, А. Н. Кужель, А. О. Строев

УДК 004.896:004.942

DOI: 10.25206/1813-8225-2018-160-165-168

**И. М. ЗУГА<sup>1</sup>**  
**В. Г. ХОМЧЕНКО<sup>2</sup>**  
**А. Н. КУЖЕЛЬ<sup>1</sup>**  
**А. О. СТРОЕВ<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>ПАО «ОНХП»,  
г. Омск

<sup>2</sup>Омский государственный  
технический университет,  
г. Омск

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ОПТИМИЗИРОВАННЫХ СХЕМ РАСПОЛОЖЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ОБЪЕКТОВ НА ПЕРЕСЕЧЕННОЙ МЕСТНОСТИ

Получена математическая модель учета расположения производственных объектов на территории с пересеченным рельефом. Предлагаются два критерия для поиска оптимального взаиморасположения объектов-источников и объектов-приемников технологических продуктов с учетом перепада высот. Введен признак объекта-источника. Приведены примеры заполнения таблиц уровней коммуникационных затрат в вертикальном направлении и таблицы признака объекта-источника.

**Ключевые слова:** пересеченный рельеф территории, производственные объекты, схемы расположения, оптимизационный синтез.

Проблема оптимального по тем или иным критериям размещения объектов является общедисциплинарной и решается теми или иными способами в различных областях науки и техники. Такие задачи возникают при проектировании радиоэлектронных устройств [1], при проектировании плоского и объемного расположения технологического оборудования в производственных помещениях [2–9], а также при синтезе схем размещения технологических установок, зданий и сооружений в процессе разработки генеральных планов промышленных предприятий [10–13]. В последнем случае при оптимизации схем расположения объектов предполагалось, что все объекты производственного комплекса расположены на одном уровне, на строго горизонтальной поверхности, а в качестве критери-

ев оптимизации использовались затраты на реализацию (создание и эксплуатацию) коммуникационных связей между объектами [10] этих комплексов, площадь, периметр и размеры территории, занимаемой производственным комплексом [11–13].

В настоящей работе предлагается математическая модель и метод оптимизации схем расположения производственных объектов (технологических установок, зданий и сооружений) на пересеченной местности.

Актуальность создания методов решения названной задачи связана с тем, что во многих случаях для проектируемого производственного комплекса целесообразно использовать территории, расположенные как можно ближе, например, к источникам сырья, к терминалам сбыта продук-