

## О МОДЕЛИ ТЕЧЕНИЯ КРАСКИ В ПЕЧАТНОМ АППАРАТЕ ТРАФАРЕТНОЙ МАШИНЫ

Предложено использовать печатный трафаретный аппарат повышенной точности, содержащий дозирующий и цилиндрический ракель. Для определения оптимального давления в краске под действием дозирующего ракеля необходимо разработать математическую модель, включающую обтекание пластины поступательным потоком жидкости. На первом этапе моделирования проведено отображение окружности на эллипс с помощью преобразования Жуковского, поворот и сдвиг эллипса, получение из эллипса отрезка.

**Ключевые слова:** трафаретная печать, печатная форма, дозирующий ракель, преобразование Жуковского.

Одним из направлений развития способа трафаретной печати является повышение точности воспроизводимого изображения. Это связано, в первую очередь, с расширением применения способа трафаретной печати для изготовления продукции, требующей высокой точности, например, элементы электронных схем [1, 2]. Искажения изображения на оттиске заложены в самом способе печати. Когда ракель выбирает технологический зазор между печатной формой и запечатываемым материалом, печатная форма растягивается, что приводит к деформации изображения. Кроме того, деформация изображения возникает при рабочем ходе ракеля, который тянет форму по направлению своего движения. При этом перед ракелем натяжение ослабевает, а за ним увеличивается (рис. 1).

Технологический зазор необходим для отрыва печатной формы от оттиска после прохождения ракеля. Поэтому полностью избавиться от него в классической трафаретной печати невозможно. В работе [3] геометрический расчет показал, что растяжение печатной формы (и изображения) при обычных условиях печатания достигает 200 мкм при длине изображение 300 мм.

Более сложной является задача определения деформации от тянущих усилий со стороны ракеля во время рабочего хода. Тянущие усилия зависят от давления печати, скорости движения ракеля, вязкости краски. Давление печати, в свою очередь, зависит от сопротивления деформации сетчатой основы.

Сопротивление деформации зависит от механических свойств материала сетчатой основы, предварительного ее натяжения, места расположения ракеля на форме (в начале, середине, конце рабоче-

го хода). Все указанные параметры могут меняться в процессе печати.

Для снижения искажений под изображение используют не всю площадь печатной формы, а ее срединную часть (40–50 %). Это ведет к увеличению затрат, габаритных размеров оборудования, но не решает проблему полностью. В работе [4] предложено для компенсации деформации формы использовать смещение печатной формы в направлении, противоположном движению ракеля. Однако это требует сложного привода формы и системы контроля ее перемещения.

В работах [5, 6] проведено исследование технологических возможностей печатного трафаретного аппарата, где вместо плоского ракеля использован ракель в виде металлического цилиндра, покрытого слоем упругого материала. При этом применение такого ракеля ограничено сетчатой основой плотностью не ниже 150 нит./см. При более низкой плотности сетки происходит выдавливание краски за пределы печатающих элементов, которое носит название шприц. Там же отмечена особенность работы цилиндрического ракеля. При разрыве красочного слоя за катящимся цилиндром возникают силы, отрывающие печатную форму от запечатываемого материала. Это свойство позволяет снизить величину технологического зазора. Величина отрывающих усилий зависит от липкости и вязкости краски, скорости вращения и, возможно, диаметра цилиндра. Предварительные эксперименты показали, что в некоторых случаях технологический зазор можно уменьшить до нуля.

В работе [7] предложено вместо цилиндрического ракеля с гладкой поверхностью использовать ячеистую упругую поверхность. В ячейках краска

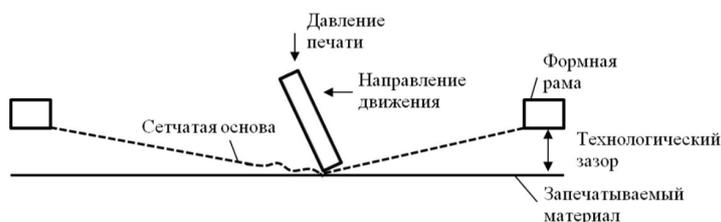


Рис. 1. Деформация печатной формы под действием ракеля

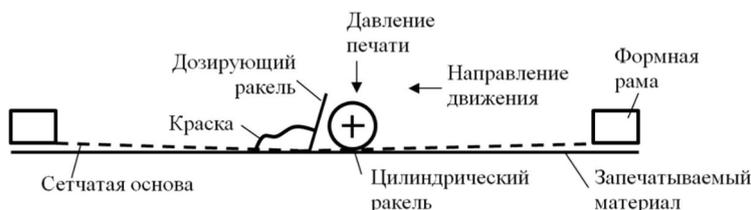


Рис. 2. Схематическое изображение печатного аппарата с дозирующим и цилиндрическим ракелем

остается после взаимодействия ячеистой поверхности с дозирующим ракелем. Далее краска продавливается через сетку за счет деформации упругих стенок ячеек при взаимодействии с печатной формой. Недостатком предложенного печатного аппарата является сложная зависимость деформации ячеек при контакте с дозирующим ракелем. Кроме того, рисунок ячеек при контакте с ячейками сетчатой основы образует муар на воспроизводимом изображении.

В [8] предложен печатный аппарат, свободный от указанных недостатков. На рис. 2 приведено схематическое изображение такого аппарата. При движении дозирующего ракеля возникает гидродинамическое давление, под действием которого краска заполняет ячейки сетчатой основы. То есть угол наклона дозирующего ракеля должен быть таким, чтобы краска заполняла ячейки сетчатой основы, но не проходила через сетчатую основу на сторону запечатываемого материала. Предварительные эксперименты показали, что наилучшие результаты получаются в случае, когда угол наклона составляет более  $90^\circ$  (как показано на рис. 2). Однако оптимальный угол зависит от вязкости краски и скорости движения дозирующего ракеля. Кроме того, под действием гидродинамического давления деформируется сетчатая основа печатной формы, как показано на рис. 3.

При использовании прямолинейной кромки дозирующего ракеля на поверхности печатной формы образуется неравномерный красочный слой, что ведет к неравномерной толщине краски на оттиске. Решением этой проблемы является применения дозирующего ракеля с кромкой, имеющей кривизну, соответствующую деформации сетчатой основы.

Таким образом, для определения оптимальных параметров печатного процесса (скорость движения и угол наклона дозирующего ракеля) необходимо построить гидродинамическую модель течения краски в области точки контакта дозирующего ракеля и сетчатой основы печатной формы.

Для разработки модели приняты следующие упрощения:

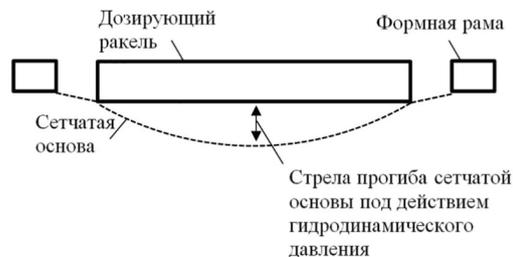


Рис. 3. Деформация сетчатой основы под действием гидродинамического давления

- рассматривается течение в плоскости, перпендикулярной дозирующему ракелю;
- плотность краски неизменна по всей области течения;
- краска является невязкой тяжелой жидкостью, движущейся без вихрей.

Течение невязкой жидкости часто моделируют с помощью уравнения Эйлера совместно с уравнением неразрывности. В этом случае появляется возможность получения аналитического решения с помощью теории функции комплексного переменного. Известна модель обтекания эллипса поступательным однородным потоком невязкой жидкости, полученной с помощью преобразования Жуковского.

Комплексный потенциал такого течения имеет вид [9, с. 185]:

$$W(z) = \frac{1}{2} \bar{V}_\infty \left( \left( z + \sqrt{z^2 - c^2} \right) + \frac{\bar{V}_\infty (a+b)^2}{z + \sqrt{z^2 - c^2}} \right) + \frac{G}{i2\pi} \ln \left( z + \sqrt{z^2 - c^2} \right), \quad (1)$$

где  $z = x + iy$ ;  $(a^2 - b^2) = c^2$ ;  $G$  — интенсивность циркуляции;  $\bar{V}_\infty$  — скорость поступательного потока жидкости на бесконечности;  $a$ ,  $b$  — длинная и короткая полуоси эллипса соответственно. Если

короткую полуось эллипса приравнять нулю, то (1) примет вид [9, с. 187]:

$$W(z) = \frac{1}{2} \bar{V}_\infty \left( z + \sqrt{z^2 - c^2} \right) + \frac{1}{2} V_\infty \left( z - \sqrt{z^2 - c^2} \right) + \frac{G}{i2\pi} \ln \left( z + \sqrt{z^2 - c^2} \right). \quad (2)$$

В этом случае выражение будет представлять комплексный потенциал циркуляционного обтекания пластинки длиной  $2c$ , где  $u_\infty = V_\infty \cos \alpha$  и  $v_\infty = V_\infty \sin \alpha$  проекции вектора  $V_\infty$  на оси координат,  $\alpha$  — угол наклона вектора скорости на бесконечности к оси  $x$ . Безциркуляционное обтекание образует на концах пластинки нулевую скорость и, следовательно, бесконечное давление, что не совпадает с реальными течениями. Этим объясняет введение в формулы (1, 2) логарифмической функции, которая моделирует циркуляцию скорости вокруг пластинки. При этом циркуляция образует ненулевую скорость лишь на одном конце пластинки. Однако в реальном процессе нас будет интересовать только конец пластинки, контактирующий с поверхностью печатной формы.

Для разработки модели обтекания дозирующего ракеля предложено использовать модель обтекания поступательным потоком невязкой тяжелой жидкости двух пластинок, симметрично расположенных и повернутых относительно горизонтальной оси (рис. 4).

На рисунке отмечена скорость потока на бесконечности  $V_\infty$  и скорость потока при обтекании пластинки  $V_{об}$ . По линии тока значение функции тока  $\Psi(x, y) = const$ , а вектор скорости направлен по касательной к ней, то есть на линии тока  $dV/dn = 0$ . Таким образом, линию тока можно считать непроницаемой границей. При сложении потоков образуется линия тока, совпадающая с осью симметрии расположения пластинок, в данном случае осью  $Ox$ . При моделировании обтекания дозирующего ракеля можно рассматривать только верхнюю полуплоскость, отбросив нижнюю, считая, что дозирующий ракель двоянется по плоской поверхности печатной формы.

Формула (2) описывает обтекание пластинки, расположенной горизонтально в начале координат, потоком, направленным под углом к пластинке. Разрабатываемая модель должна описывать обтекание горизонтальным потоком пластинки, повернутой и сдвинутой относительно начала координат. Разработка модели течения должна проводиться в следующей последовательности:

- конформное отображение течения, расположенного во внешности круга, на внешность эллипса;
- поворот на заданный угол и перенос эллипса в заранее заданную точку;
- симметричное отображение полученного течения на противоположную полуплоскость;
- преобразование эллипса в пластинку.

Разработку модели начнем с отображения внешности эллипса с последующим переходом к пластинке. Функция Жуковского

$$W(z) = \frac{1}{2} \left( z + \frac{c^2}{z} \right) \quad (3)$$

позволяет конформно отобразить внешность круга  $|z| > |c|$  в плоскости  $Z$  на внешность эллипса

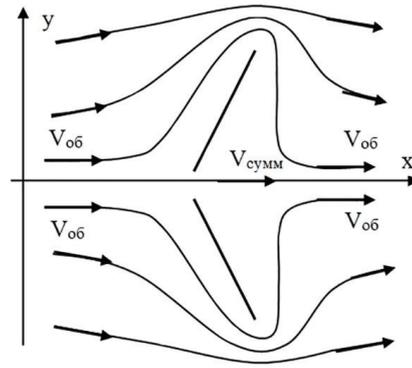


Рис. 4. Расчетная схема для разработки модели обтекания невязкой жидкостью пары пластинок

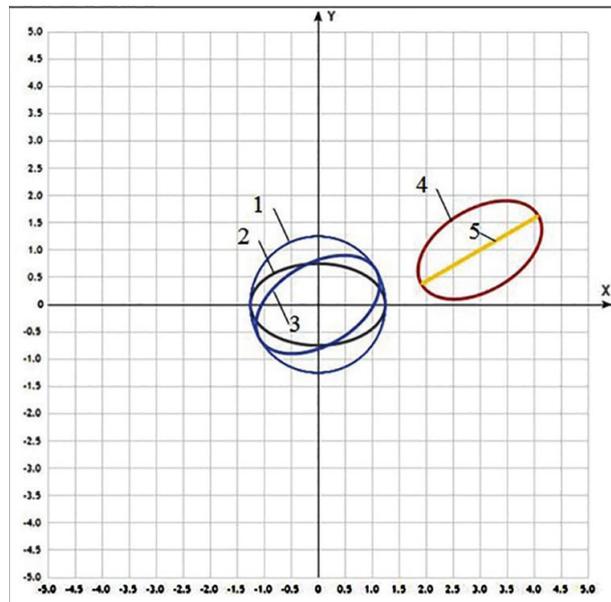


Рис. 5. Отображение круга на эллипс с последующим поворотом и сдвигом относительно начала координат

в плоскости  $W=u+iv$ . Пусть  $z = re^{it}$  — окружность на плоскости  $Z$ ,  $r \neq c$ ,  $|t| \leq \pi$ , где  $r$  — радиус окружности. При отображении Жуковского эта окружность переходит в эллипс с каноническим уравнением:

$$\frac{u^2}{a^2} + \frac{v^2}{b^2} = 1,$$

где  $a = \frac{1}{2} \left( r + \frac{c^2}{r} \right)$ ,  $b = \frac{1}{2} \left( r - \frac{c^2}{r} \right)$ ,  $c^2 = a^2 - b^2$ .

Подставляя  $z = re^{it}$  в (3), получаем параметрические уравнения эллипса:

$$\begin{cases} u = \frac{1}{2} \left( r + \frac{c^2}{r} \right) \cos t \\ v = \frac{1}{2} \left( r - \frac{c^2}{r} \right) \sin t \end{cases}, \quad |t| \leq \pi.$$

Поворот эллипса относительно начала координат на угол  $\alpha$  с последующим сдвигом задается выражением:

$$W_{\alpha,a}(z) = W(z)e^{i\alpha} + a,$$

где  $a = x_0 + iy_0$  — вектор сдвига относительно начала координат. При отображении Жуковского  $W(z)$  окружности  $z = re^i$  параметрические уравнения последовательно повернутого и сдвинутого эллипса в матричной форме имеют вид:

$$\begin{pmatrix} u_{\alpha,a} \\ v_{\alpha,a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_r \cos t \\ b_r \sin t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}.$$

Построение этого преобразования в геометрической форме проводили с помощью программной среды [10]. На рис. 5 показаны результаты такого преобразования.

На рисунке показаны исходная окружность 1 и эллипс 2, полученный из нее с помощью преобразования Жуковского, с центрами в начале координат. Эллипс 3 получен поворотом эллипса 2 на угол  $30^\circ$ . Повернутый эллипс перенесен на вектор с координатами  $(3; -3)$ , на рисунке он отмечен цифрой 4. Далее малую полуось эллипса приравняли нулю и получили отрезок, отмеченный цифрой 5, который в модели представляет собой сечение бесконечно тонкой и бесконечно длинной пластинки, расположенной перпендикулярно плоскости рисунка.

Один из вопросов, который необходимо решить при построении модели, заключается в возможности применения принципа симметрии к рассматриваемому случаю. Поэтому на рис. 5 приведен только один отрезок, моделирующий пластинку.

Следующим шагом при разработке модели течения будет последовательное наложение сплошного поступательного потока и включение в течение циркуляции.

**Заключение.** Для повышения точности трафаретных оттисков необходимо снизить деформацию печатной формы, которая возникает при воздействии на нее традиционного плоского ракеля. Для снижения деформации печатной формы предложено печатное устройство, в котором используются дозирующий ракель в виде тонкой пластинки, и следующий за ним цилиндрический ракель. Задача дозирующего ракеля заключается в создании давления, под действием которого краска заполняет ячейки сетчатой основы печатной формы. Для моделирования обтекания краской дозирующего ракеля предложено использовать функцию Жуковского, позволяющую путем последовательных преобразований получить из окружности пару пластинок, расположенных симметрично относительно горизонтальной оси. В работе показан результат преобразования в виде последовательного отображения внешности окружности на внешность эллипса, поворот эллипса, перенос его в заданную точку и получение из эллипса отрезка. Однако предварительно необходимо обосновать применение принципа симметрии к рассматриваемому течению. Следующий этап разработки модели заключается в наложении на пластинку поступательного потока и циркуляции, преобразованных с помощью формулы Жуковского.

#### Библиографический список

1. Ashebir G., Zambou S., Mдnnl U. [et al.]. Fully screen printed LRC resonant circuit // Microelectronic Engineering. 2016. Vol. 162. P. 6–11. DOI: 10.1016/j.mee.2016.04.021.

2. Kim D. U., Kim K.-S., Jung S.-B. Effects of oxidation on reliability of screen-printed silver circuits for radio frequency applications // Microelectronics Reliability. 2016. Vol. 63. P. 120–124. DOI: 10.1016/j.microrel.2016.05.016.

3. Рудак Ю. А., Батищева М. В. Влияние трафаретной печатной формы на качество печати при изготовлении ЛТСС-плат // Омский научный вестник. 2014. № 2 (130). С. 244–248.

4. Мистюк И. М. Разработка печатного аппарата трафаретных машин с управляемым движением печатной формы: дис. ... канд. техн. наук. Киев, 1989. 150 с.

5. Fox I. J., Claypole T. C., Gethin D. T. An experimental investigation into ink transfer using a roller squeegee in high-speed screen printing // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering. 2003. Vol. 217, Issue 4. P. 307–321. DOI: 10.1243/095440803322611679.

6. Glinski G. P., Bailey C., Pericleous K. A. A non-Newtonian computational fluid dynamics study of the stencil printing process // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering. 2001. Vol. 215, Issue 4. P. 437–446. DOI: 10.1243/0954406011520869.

7. Пат. 70198 Российская Федерация, МПК В 41 F 15/42. Красочный аппарат для трафаретной печати / Литунов С. Н. № 2006107089/22; заявл. 06.03.06; опубл. 20.01.08, Бюл. № 2.

8. Пат. 85399 Российская Федерация, МПК В 41 F 15/34. Устройство для трафаретной печати / Литунов С. Н., Филатов Д. С. № 2009108674/22; заявл. 10.03.09; опубл. 10.08.09, Бюл. № 22.

9. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. 7-е изд., испр. М.: Дрофа, 2003. 840 с. ISBN 5-7107-6327-6.

10. Построение графиков функций онлайн. URL: <http://www.yotx.ru> (дата обращения: 10.09.2018).

**ЛИТУНОВ Сергей Николаевич**, доктор технических наук, доцент (Россия), заведующий кафедрой «Оборудование и технологии полиграфического производства» Омского государственного технического университета (ОмГТУ).

SPIN-код: 4424-2696

AuthorID (SCOPUS): 57191243319

Адрес для переписки: [litunov-sergeyy@rambler.ru](mailto:litunov-sergeyy@rambler.ru)

**СТЕПАНОВ Владимир Николаевич**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Высшая математика» ОмГТУ.

SPIN-код: 7846-3720

AuthorID (SCOPUS): 7402659928

Адрес для переписки: [stpnv@yandex.ru](mailto:stpnv@yandex.ru)

**ХИЛАЛЬ Хайсам Ареф**, аспирант кафедры «Оборудование и технологии полиграфического производства» ОмГТУ.

Адрес для переписки: [haitham.hilal@mail.ru](mailto:haitham.hilal@mail.ru)

**МАТАР Таан Фархан**, доктор технических наук, доцент, факультет технологии, второе отделение Ливанского университета.

Адрес для переписки: [dr.taanmatar68@hotmail.com](mailto:dr.taanmatar68@hotmail.com)

#### Для цитирования

Литунов С. Н., Степанов В. Н., Хилаль Х. А., Матар Т. Ф. О модели течения краски в печатном аппарате трафаретной машины // Омский научный вестник. 2018. № 5 (161). С. 25–28. DOI: 10.25206/1813-8225-2018-161-25-28.

Статья поступила в редакцию 12.09.2018 г.

© С. Н. Литун, В. Н. Степанов, Х. А. Хилаль, Т. Ф. Матар